

На правах рукописи



**Литвинов Степан Викторович**

**НЕЛИНЕЙНОЕ ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОЕ  
ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ НЕПРЕРЫВНО  
НЕОДНОРОДНЫХ ТЕЛ**

2.1.9. Строительная механика

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
доктора технических наук

Ростов–на–Дону — 2024

Работа выполнена на кафедре «Строительная механика и теория сооружений» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»

Научный консультант: **Языев Батыр Меретович** — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», профессор кафедры «Строительная механика и теория сооружений»

Официальные оппоненты: **Каюмов Рашит Абдулхакович** — доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Казанский государственный архитектурно-строительный университет», профессор кафедры «Механика»

**Галишникова Вера Владимировна** — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), проректор

**Клочков Юрий Васильевич** — доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет», заведующий кафедрой «Высшая математика»

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»

Защита состоится 28 сентября 2024 года в 12:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.295.01 при ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет» по адресу: 367026, г. Махачкала, пр. И. Шамиля, 70, аудит. 202 (диссертационный зал).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет» <http://www.dstu.ru>. Сведения о защите и автореферат диссертации размещены на официальном сайте ВАК Министерства науки и высшего образования РФ <http://vak3.ed.gov.ru>.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета  
канд. техн. наук, доцент



Ханзада Рауповна  
ЗАЙНУЛАБИДОВА

## Общая характеристика работы

**Актуальность проблемы.** Вопрос расчёта строительных конструкций и их элементов с учётом свойств материала, максимально приближенных к реальным телам, весьма изучен и реализован в виде многочисленных программных комплексов, как правило, на основе метода конечных элементов (далее — МКЭ), таких, как ANSYS, Abaqus, SolidWorks и т. д. Существует ряд задач, которые вызывают определённые трудности с их моделированием, как правило, это задачи с учётом реологии материала при переменном во времени нагружении: циклическое нагружение, разгрузка конструкции при снятии внешнего нагружения, исследование необратимых деформаций и т. д. Обязательный учёт реологических свойств требует расчёт элементов строительных конструкций из полимерных материалов, поскольку они обладают рядом свойств, требующих к ним особых подходов по сравнению с подавляющим большинством «классических» материалов.

Полимерные материалы способны в значительной степени изменять значения своих физико-механических параметров под воздействием на них различных факторов. Наиболее распространённым фактором является изменение температуры конструкций и их элементов. При этом полимеры могут в разы изменять значения, например, модуля упругости. Аналогичное изменение происходит и с реологическими характеристиками. Ионизирующее излучение может как улучшать свойства полимеров, так и вызывать их деструкцию. Подобное изменение может происходить при введении в полимер добавок.

Второй яркой особенностью являются весьма большие по величине деформации ползучести, которые способны превышать упругие деформации. Развитие столь выраженной ползучести приводит, с одной стороны, к снижению общего уравнивания напряжений в конструкции и её элементах (явление релаксации напряжений), с другой, достигается это развитием перемещений отдельных частей конструкции, в том числе и ростом прогибов.

Проведение исследований по изучению влияния внешних факторов на материал и его реологию удобно на полимерах вследствие гораздо более быстро протекающих процессов по сравнению с иными строительными материалами, например, бетоном, поскольку многие закономерности имеют аналогичный с полимерами вид, что даёт возможность применения апробированных на полимерах исследований к бетонам.

Резюмируя выше сказанное, можно утверждать, что в настоящее время весьма *актуально* исследование не только изменения свойств материалов, из которых изготавливаются конструкции и их элементы, под действием различных внешних и внутренних факторов, но и развитие методов расчёта подобных конструкций на прочность, деформативность и т. п. при развитии неоднородности и наличию выраженной реологии, а также создание расчётных комплексов, компенсирующих недостатки распространённых специализированных пакетов прикладных программ, основанных на МКЭ.

## Степень разработанности темы.

Развитием теории ползучести, в том числе применительно к толстостенным конструкциям, занимались многие учёные: В. И. Андреев, А. А. Аскадский, В. Ф. Бабич, В. Л. Бажанов, И. И. Гольденблат, Г. И. Гуревич, О. Зенкевич, Л. М. Качанов, А. Л. Рабинович, Ю. Н. Работнов, О. К. Морачковский, Ю. В. Немировский, Р. А. Турусов, А. П. Янковский и др.

Литературный обзор показал, что вопрос нелинейной ползучести часто игнорируется или рассматривается в некоторых частных задачах, например, для линейного напряжённого состояния, что вызывает значительные трудности по изучению подобных задач применительно к двумерному или объёмному напряжённым состояниям.

Проблема определения напряжённо–деформированного состояния (далее — НДС) конструкций и их элементов, обладающих значительными деформациями ползучести, заключается в трудностях одновременного учёта изменения значений физико–механических параметров материала (от температуры, уровня напряжения, наличия иных физических полей и добавок и т. п.) не только в упругой работе, но, особенно, в условиях термовязкоупругости.

В настоящей диссертационной работе используется нелинейное обобщённое уравнение Максвелла в форме, предложенной Г. И. Гуревичем (далее — уравнение Максвелла–Гуревича). Благодаря малой распространённости уравнения Максвелла–Гуревича отсутствует во всех популярных основанных на МКЭ пакетах прикладных программ, используемых для моделирования НДС, в том числе, с учётом реологии. В самих же комплексах реологические модели весьма ограничены количественно и, как правило, ориентированы на применение с определённым материалов.

Резюмируя вышесказанное, была поставлена **цель работы**: теоретическое обобщение актуальной проблемы моделирования НДС элементов строительных конструкций в упругих и вязкоупругих толстостенных цилиндрических непрерывно неоднородных телах при статических нагрузках и полях вынужденных деформаций, разработке расчётных модулей для современных программных комплексов и решение на их основе ряда задач, имеющих важное хозяйственное значение.

## Задачи работы:

1. Развитие на основе современных методов анализа экспериментальных данных методик определения физико–механических параметров (на примере полимеров и бетона), входящих в нелинейное уравнение связи (состояния), как функций, зависящих от уровня действующих физических полей и от наличия добавок в материале конструкции.

2. Совершенствование универсального обобщённого МКЭ для решения задач теории упругости и ползучести неоднородных цилиндров, а также исследование влияния на НДС непрерывно неоднородных тел факторов, таких как — поля вынужденных деформаций, наличие добавок в материале конструкции.

3. Использование полученных функциональных зависимостей изменения физико–механических параметров материала от различных факторов для разработки методов оптимизации конструкции путём моделирования искусственной неоднородности на основе различных теорий прочности.

4. Разработка и реализации программных модулей на основе вариационно–разностной постановки двумерной задачи моделирования НДС железобетонной оболочки под действием статических нагрузок и физических полей.

5. Разработка нового прямоугольного конечного элемента (далее — КЭ) путём непосредственного аналитического интегрирования аппроксимирующих функций формы, учитывающего вынужденные деформации, представленные температурным полем и реологией материала. Апробация и сравнение результатов решения частных задач при помощи полученного КЭ с известными решениями.

6. Разработки модели двумерной задачи определения НДС термовязко-упругого цилиндра, находящегося под воздействием переменного температурного поля при произвольных граничных условий на торцевых поверхностях и её реализация в программных модулях.

7. Совершенствование модели длительной прочности адгезионного соединения с учётом развития сдвиговых деформаций ползучести полимерного связующего.

8. Выполнение экспериментальной оценки длительной прочности модели адгезионного соединения.

**Научная новизна работы** заключается в следующих основных результатах, выносимых на защиту:

1. Впервые на основе современных методов анализа экспериментальных данных разработана методика определения физико-механических параметров, входящих в нелинейное уравнение связи Максвелла–Гуревича, как функции от уровня действующих физических полей и от наличия добавок в материале конструкции.

2. Реализовано в виде пакета прикладных программ решение задач теории упругости и ползучести неоднородных цилиндров, а также проведен анализ влияния на НДС непрерывно неоднородных тел факторов, таких как — поля вынужденных деформаций, наличие добавок в материале конструкции.

3. Впервые получены на основе четырёх теорий прочности функциональные зависимости изменения физико-механических параметров материала от уровня добавки в композит с целью создания равнонапряжённого и равнопрочного цилиндра.

4. Разработана и реализована на основе вариационно-разностной постановки методика решения, алгоритм и программа расчёта на ЭВМ двумерной задачи моделирования НДС железобетонной оболочки при произвольных гранич-

ных условиях на торцевых поверхностях под действием статическим нагрузок и физических полей.

5. Предложен и реализован в пакете программных модулей прямоугольный КЭ при помощи непосредственного интегрирования заданной функции формы, вектор нагрузок которого содержит вклад вынужденных деформаций для практического применения при решении задач ползучести.

6. Разработана и реализована модель задачи в двумерной постановке по определению НДС неоднородного цилиндра, извлекаемого из экструдера с учётом теплообмена на границе с окружающей средой.

7. Впервые проведено моделирование длительной прочности адгезионного соединения в двумерной постановке в условиях ползучести с учётом развития сдвиговых деформаций ползучести полимерного связующего.

**Теоретическая значимость работы** заключается в том, что:

— Развита метод моделирования НДС толстостенных неоднородных цилиндров из композитных полимерных материалов с учетом нелинейной ползучести при термосиловом воздействии.

— Доказано, что полученные системы разрешающих уравнений для толстостенных цилиндров позволяют решать широкий круг задач данного раздела строительной механики и механики полимеров.

— Разработанные алгоритмы при незначительной модификации могут быть применены к другим, не рассмотренным в диссертации объектам, например, тонкостенных цилиндрическим оболочкам.

— Создании двумерной модели адгезионного соединения, позволяющей производить оценку его длительной прочности.

**Практическое значение работы:**

1. Разработан и представлен алгоритм и программное обеспечение для обработки кривых ползучести и релаксации на основе уравнения Максвелла–Гуревича. На примере вторичного поливинилхлорида (далее — ПВХ), полиэтилена высокой плотности (далее — ПЭВП), эпоксидного связующего ЭДТ–10 доказано высокое качество аппроксимации экспериментальных кривых. Предложено использование разработанной методики для поиска физико–механических параметров, входящих в уравнение Максвелла–Гуревича, для иных материалов на примере бетона.

2. Разработан и внедрен пакет прикладных программ в среде Octave (MatLab) для расчёта на ползучесть толстостенных стержней при использовании произвольных граничных условий.

3. При помощи разработанного пакета прикладных программ решена практически важная задача по оценке в изделии остаточных напряжений, возникающих вследствие различного контакта с окружающей средой после выхода из экструдера, и, как следствие, возникновение неоднородности в толще тела.

4. Разработан и внедрен пакет прикладных программ в среде Octave (MatLab) для оценки длительной прочности адгезионного соединения системы адгезив-субстрат на нормальный отрыв. Представлено существенное отличие между результатами, полученными на моделях НДС иными авторами и результатов, приведённым в настоящей диссертационной работе.

5. Экспериментальные результаты оценки длительной прочности адгезионного соединения подтвердили работоспособность предложенной в диссертационной работе модели с учётом развития деформаций ползучести в адгезиве на кратковременных промежутках (в пределах 1 суток).

**Методология и методы исследования.** Исследования проведены при помощи численных и численно–аналитических методов. Непосредственная задача определения НДС тостостенных цилиндров производилось при помощи МКЭ с применением программного комплекса Octave (MatLab). Для оценки достоверности результатов также применялся метод конечных разностей (далее — МКР). Некоторые частные модели адгезионного соединения в упругой постановке апробированы при помощи программного комплекса ANSYS.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Методика определения физико–механических параметров материала, входящих в нелинейное уравнение Максвелла–Гуревича;
2. Комплекс мер по улучшению точности модельных задач (оптимизация шага времени, оптимизация положения центра тяжести КЭ и т. д.).
3. Разработанный прямоугольного КЭ, учитывающий компоненты вынужденных деформаций.
4. Результаты решения задач по поиску оптимального изменения физико–механических параметров с целью создания равнонапряженного и равнопрочного цилиндра.
5. Результаты проведённого двумерного моделирования адгезионного соединения с учётом развития сдвиговых деформаций ползучести.
6. Результаты изменения длительной прочности адгезионного соединения при различных температурных режимах.
7. Результаты внедрения диссертационного исследования в производство.

**Достоверность полученных результатов обеспечивается** использованием фундаментальных теоретических положений строительной механики и механики полимеров, апробированных методов теории расчета конструкций и их элементов из композиционных полимеров, полимербетона, бетона, изложенных в нормативной литературе. Обоснованность полученных результатов подтверждается достаточным объемом экспериментальных данных, взятых из рецензируемых источников в открытой печати, использованием фундаментальных законов механики сплошной среды в упругой и вязкоупругой постановках, сравнением полученных автором результатов с известными решениями.

**Личный вклад автора** состоит в:

1. Формулировке научной проблемы и основных теоретических положений к решению задач для неоднородного цилиндра при термосиловом воздействии.

2. Разработке методологии определения физико-механических параметров материала, входящих в уравнение состояния Максвелла–Гуревича, путём поиска минимума функции отклонения теоретической кривой от экспериментальных данных.

3. Разработке прямоугольного конечного элемента, путём непосредственного интегрирования функций формы, с учётом вклада вынужденных деформаций.

4. В постановке и реализации двумерной модели адгезионного соединения, учитывающего развитие сдвиговых деформаций ползучести.

**Апробация работы.** Основные моменты работы отражены в печатных и электронных публикациях, материалах конференций: Новые полимерные композиционные материалы: материалы III, IV, V, VIII, XIII–XVI международных научно-практических конференций, КБГУ, Нальчик; Строительство—2014–2015, РГСУ, Ростов–на–Дону; Строительство и архитектура — 2017, ДГТУ, Ростов–на–Дону; Современные строительные материалы, технологии и конструкции: материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 95-летию ФГБОУ ВПО ГГНТУ им. акад. М. Д. Миллионщикова); XIII Международной научной конференции по архитектуре и конструкциям (Сингапур, 2020 г.); Актуальные проблемы науки и техники — 2022, ДГТУ, Ростов–на–Дону; Пятьдесят шестом научном Межвузовском семинаре «Геометрия и расчет тонких оболочек неканонической формы», 2023 год, РУДН, Москва; в изданиях, входящих в базы SCOPUS / Web of Science.

**Внедрение результатов работы.** Имеется 5 свидетельств о регистрации программ ЭВМ.

**Структура и объём работы.** Работа состоит из введения, шести глав, основных выводов, библиографического списка и трёх приложений. Изложена на 299 страницах машинописного текста и содержит 119 рисунков и 28 таблиц.

**Публикации.** Основные положения диссертационной работы опубликованы в 60 печатных и электронных работах, из них в ведущих рецензируемых изданиях, входящих в перечень ВАК РФ — 21, в отечественных изданиях, которые входят в международные базы цитирования Scopus и Web of Science — 5, в зарубежных изданиях, входящих в международные базы цитирования Scopus и Web of Science — 19, в других периодических изданиях — 10, получено 5 свидетельств о регистрации программы для ЭВМ.

**Область исследования** соответствует паспорту специальности ВАК 2.1.9. Строительная механика, и относится к следующим пунктам: п.4. Численные и численно-аналитические методы расчета зданий, сооружений и их элементов на прочность, жесткость, устойчивость при статических,



динамических, температурных нагрузках и других воздействиях; п.5. Теория и методы оптимизации конструкций зданий и сооружений; п.6. Теория и методы расчета зданий, сооружений и их элементов на надежность (безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость; п.11. Экспериментальные методы исследования зданий, сооружений и их элементов.

## Основное содержание работы

**В первой главе** приводятся: обзор состояния вопроса и основные соотношения статики неоднородных тел, включающие: уравнения, необходимые для перехода от эллиптических уравнений к вариационной постановке; аппроксимирующие выражения для линейного, треугольного и четырёхугольного КЭ, используемых далее для получения основных разрешающих уравнения МКР и системы уравнений МКЭ.

**Вторая глава** посвящена вопросам определения физико–механических параметров (упругих и реологических) материалов элементов строительных конструкций. Разработка усовершенствованной методики по определению параметров материала изначально проводится на полимерах — материалах, обладающих выраженной реологией в относительно непродолжительный период времени, в дальнейшем методика распространяется на бетон.

В качестве уравнения связи «напряжения–деформации» принято обобщённое нелинейное уравнение Максвелла–Гуревича в следующей дифференциальной форме:  $\partial \varepsilon_{cr,ik} / \partial t = f^* / \eta^*$ , где  $\varepsilon_{cr,ik}$  — деформация ползучести;  $f^*$  — функция напряжений:  $f^* = 3/2 \cdot (\sigma_{ik} - p \delta_{ik}) - E_\infty \varepsilon_{cr,ik}$ ,  $E_\infty$  — модуль высокоэластичности.

Релаксационная вязкость  $\eta^*$  определяется выражением

$$\eta^* = \eta_0^* \exp \left\{ -1/m^* \cdot \left[ \gamma^* p + |3/2 \cdot (\sigma_{rr} - p) - E_\infty \varepsilon_{cr,rr}|_{\max} \right] \right\},$$

где  $\eta_0^*$  — начальная релаксационная вязкость;  $m^*$  — модуль скорости;  $p$  — среднее напряжение:  $p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sigma_{ii}$ .

В практических расчётах для упрощения поиска решения с учётом деформаций ползучести используется линеаризация уравнений состояния. В этом случае  $m^* \rightarrow \infty$ ,  $\eta^* \rightarrow \eta_0^* \equiv \text{const}$ . Указанное условие может быть использовано только к изотермическим процессам в случае постоянного температурного поля. В иных случаях, поскольку  $\eta_0^*$  является сильной экспоненциальной функцией от температуры, использование линеаризации неуместно, т. к. позволяет получить только очень грубые приближения.

Все рассматриваемые в диссертации задачи являются несвязными; на первом этапе определяется температурное поле в полимерном теле, на следующем — производится определение упругих и реологических параметров материала в каждой точке (в случае МКР) и каждом КЭ (в случае МКЭ) в зависимости от температуры. На третьем этапе происходит определение НДС в полимерном изделии.

В разделе 2.1 диссертации описываются процессы, протекающие при квазистатическом растяжении (сжатии) тел, а также релаксации напряжений в стержнях. Приводится существующая методика определения упругих и реологических параметров уравнения Максвелла–Гуревича для эпоксидного связующего ЭДТ–10.

В разделе 2.2 предложена альтернативная методика определения упругих и реологических параметров полимеров, как функции от нескольких переменных. В качестве практического примера приводится алгоритм определения физико–механических параметров вторичного поливинилхлорида (далее — ПВХ), подверженного постоянной по величине деформации  $\varepsilon = 0.03$ , по кривым релаксации при различных температурах от +20 до +70 °С. Получены следующие зависимости физико–механических параметров ПВХ от температуры:  $E(T) = -0.2393T^2 + 8.3357T + 1402.6$  [МПа];  $E_{\infty}(T) = -0.0575T^3 + 11.095T^2 - 732T + 16618$  [МПа];  $\eta_0^*(T) = 44.78 \cdot 10^5 \cdot e^{-0.075T}$  [МПа·мин];  $m^*(T) = -0.0794T + 15.134$  [МПа]. Приведённое выражение аппроксимирует зависимости физико–механических параметров от температуры с достоверностями:  $E(T) — R^2 = 0.967$ ;  $E_{\infty}(T) — R^2 = 0.9986$ ;  $\eta_0^*(T) — R^2 = 0.989$ . Достоверность полученных коэффициентов подтверждается результатами решения задачи расчёта релаксации напряжений с течением времени в стержне на основе полученных зависимостей. Сопоставление экспериментальных кривых с результатами теоретического решения задачи релаксации напряжений представлено в диссертации. Анализ построенных графиков показывает хорошее совпадение экспериментальных данных с результатами решения задачи, наблюдаемое при температурах  $T = 20, 30$  и  $60$ ; при остальных температурных режимах совпадение удовлетворительное.

В подразделе 2.2.3 диссертационной работы приводится анализ соответствия данных по полимерам в различных источниках. Показано, что данные по физико–механическим параметрам для одного и того же полимера у разных авторов могут отличаться весьма существенно.

В подразделе 2.2.4 рассматриваются лабораторные испытания по определению физико–механических параметров полимера. Стандартные лопатки, изготовленные из эпоксидной связующего ЭДТ–10 были испытаны в универсальной испытательной машине WP–300 с компьютерной системой сбора и обработки данных GUNT. Все испытания проводились при температуре 20 °С. Рабочая часть образца имела следующие габаритные размеры  $50 \times 10 \times 4$  мм. Испытания проводились при пяти режимах нагружения, в каждом по 3 испытания. По результатам испытаний были построены графики релаксации напряжений в изделии. Общее время испытаний составило 2.75 ч, однако временной интервал между последними двумя снятиями показателей составил 2.5 ч.

На основе полученных опытных данных и методики определения физико-механических параметров были определены упругие и высокоэластические параметры ЭДТ–10 для каждого из режимов (табл. 1).

Табл. 1. Физико-механические параметры ЭДТ–10, определённые в результате лабораторных испытаний;  $\varepsilon_0$  — деформация образца при каждом режиме испытания

$\varepsilon_0, \%$	$E, \text{МПа}$	$E_\infty, \text{МПа}$	$m^*$	$\eta_0^*$
3.5	2 114.30	3 473.50	17.71	3 638.90
2.7	2 407.40	4 870.80	16.05	6 167.10
1.9	2 842.10	8 526.30	17.36	7 814.30
1.2	3 083.30	13 214.00	14.80	6 396.50
0.8	3 102.50	20 407.00	7.71	42 075.00

На основе полученных данных построены теоретические кривые. Результаты наложения опытных и теоретических кривых говорят о достоверности методики определения параметров полимеров. Анализ данных показывает, что наилучшее соответствие дают данные, определённые при минимальной начальной деформации образцов, соответствующей значению  $\varepsilon_0 = 0.8 \%$ . Большее начальное удлинение приводит к появлению в изделии дополнительных составляющих деформаций ползучести.

В разделе 2.2.5 приводится определение физико-механических свойств полимера как функции нескольких переменных. Проведён анализ ряда графиков релаксации напряжений ЭДТ–10, представленных в работе профессора А. Л. Рабиновича.

Аппроксимация полученных ранее автором физико-механических параметров ЭДТ–10 проведена при помощи полинома, имеющего 4-й порядок относительно полной начальной деформации  $\varepsilon$  и 3-й порядок относительно температуры  $T$ :

$$f(\varepsilon, T) = p_{00} + p_{10} \cdot \varepsilon + p_{01} \cdot T + p_{20} \cdot \varepsilon^2 + p_{11} \cdot \varepsilon \cdot T + p_{02} \cdot T^2 + p_{30} \cdot \varepsilon^3 + p_{21} \cdot \varepsilon^2 \cdot T + p_{12} \cdot \varepsilon \cdot T^2 + p_{03} \cdot T^3 + p_{40} \cdot \varepsilon^4 + p_{31} \cdot \varepsilon^3 \cdot T + p_{22} \cdot \varepsilon^2 \cdot T^2 + p_{13} \cdot \varepsilon \cdot T^3. \quad (1)$$

В практических расчётах удобно записать параметры как функцию от постоянной деформации  $\varepsilon = 0.008$  и от температуры  $T$ :  $E(T) = 0.0218 \cdot T^3 - 3.5828 \cdot T^2 + 148.3368 \cdot T + 1383.8$ , МПа;  $E_\infty(T) = -0.0774 \cdot T^3 + 19.9614 \cdot T^2 - 1695.6 \cdot T + 47974$ , МПа;  $m^*(T) = -1.0554 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + 0.0159 \cdot T^2 - 0.6948 \cdot T + 14.0648$ , МПа;  $\eta_0^*(T) = -0.0144 \cdot T^3 + 47.6960 \cdot T^2 - 6674.8 \cdot T + 237480$ , МПа·ч.

В разделе 2.3 предложенная альтернативная методика определения физико-механических параметров материала для уравнения Максвелла–Гуревича используется для обработки экспериментальных кривых ползучести

бетона, полученных А. В. Яшиным и приведённых в диссертационной работе Ю. А. Гурьевой.

Поскольку процесс ползучести бетона слишком растянут во времени, определение модуля высокоэластичности по выходу кривой ползучести на горизонтальное плато не представляется возможным. Вместо этого выражение для определения скорости деформации ползучести  $v_{x,i}^*$  приводится к виду  $\sigma_{x,i}/v_{x,i}^* = (E_\infty/\varepsilon_x^*)v_{x,i}^* + \eta^*$ , что соответствует полиному первой степени  $y = ax + b$ , где  $y = \sigma_{x,i}/v_{x,i}^*$ ;  $a = E_\infty$ ;  $x = \varepsilon_x^*/v_{x,i}^*$ ;  $b = \eta^*$ . При этом найденное значение параметра  $b$  в полиноме соответствует вязкости в момент времени, равный времени релаксации материала.

Для каждой экспериментальной точки строится теоретическая кривая на основе полученных данных, находится невязка относительная и абсолютная, происходит суммирование всех невязок, и процедура повторяется для следующей группы реологических параметров бетона. «Истинными» считаются те значения, в которых невязка является наименьшей. Выражения для определения относительной и абсолютной невязок имеют вид:  $\delta_{\text{отн},i} = [(\varepsilon_{\text{теор},i} - \varepsilon_{\text{эксп},i}) / \varepsilon_{\text{эксп},i}]^2$ ;  $\delta_{\text{абс},i} = (\varepsilon_{\text{теор},i} - \varepsilon_{\text{эксп},i})^2$ , где  $\varepsilon_{\text{теор},i}$  — полученное теоретическое значение деформации на основе анализа кривых ползучести, сопоставляемое с экспериментальным значением  $\varepsilon_{\text{эксп},i}$ .

Поиск минимума невязки осуществлялся в среде Octave (MatLab). Использование относительной невязки показывает лучшее совпадение теоретической кривой с экспериментальной на ранних этапах времени, а абсолютная невязка — на основной части кривой.

Проведён анализ представленных на рис. 1 экспериментальных результатов при следующих исходных данных:  $E = 4 \cdot 10^4$  МПа;  $R_c = 30$  МПа, диапазон уровня напряжения  $k = \sigma/R_c$  от 0.4 до 0.8 с шагом 0.1. Результаты определения реологических параметров, соответствующих исходным опытным данным, представлены в диссертационной работе. Проведена аппроксимация результатов полиномом второй степени  $y = ax^2 + bx + c$ . Получены следующие функциональные зависимости реологических параметров от уровня напряжения ( $k = \sigma/R_c$ ) для диапазона  $0.4 \leq k \leq 0.8$ :

$$\begin{aligned} E_\infty(k) &= 2.5494 \cdot 10^5 k^2 - 3.8328 \cdot 10^5 k + 1.5400 \cdot 10^5 \quad (R^2 = 0.9999); \\ m_{\text{rel}}^*(k) &= 1.2465 \cdot 10^7 k^2 - 1.6701 \cdot 10^7 k + 5.4591 \cdot 10^6 \quad (R^2 = 0.8149); \\ m_{\text{abs}}^*(k) &= 857.29 k^2 - 1137.17 k + 403.38 \quad (R^2 = 0.4876); \\ \eta_{0,\text{rel}}^*(k) &= 2.9194 \cdot 10^7 k^2 - 4.5199 \cdot 10^7 k + 1.8758e + 07 \quad (R^2 = 0.9995); \\ \eta_{0,\text{abs}}^*(k) &= 3.2281 \cdot 10^7 k^2 - 4.8650 \cdot 10^7 k + 2.0249 \cdot 10^7 \quad (R^2 = 0.9844), \end{aligned} \quad (2)$$

где использованы следующие сокращения:  $m_{\text{rel}}^*$ ,  $\eta_{0,\text{rel}}^*$  — соответственно модуль скорости и коэффициент начальной релаксационной вязкости, полученные на основании относительной невязки (от англ. relative — относительный);  $m_{\text{abs}}^*$ ,  $\eta_{0,\text{abs}}^*$  — соответственно модуль скорости и коэффициент начальной релаксационной

вязкости, полученные на основании абсолютной невязки (от англ. absolute — абсолютный).

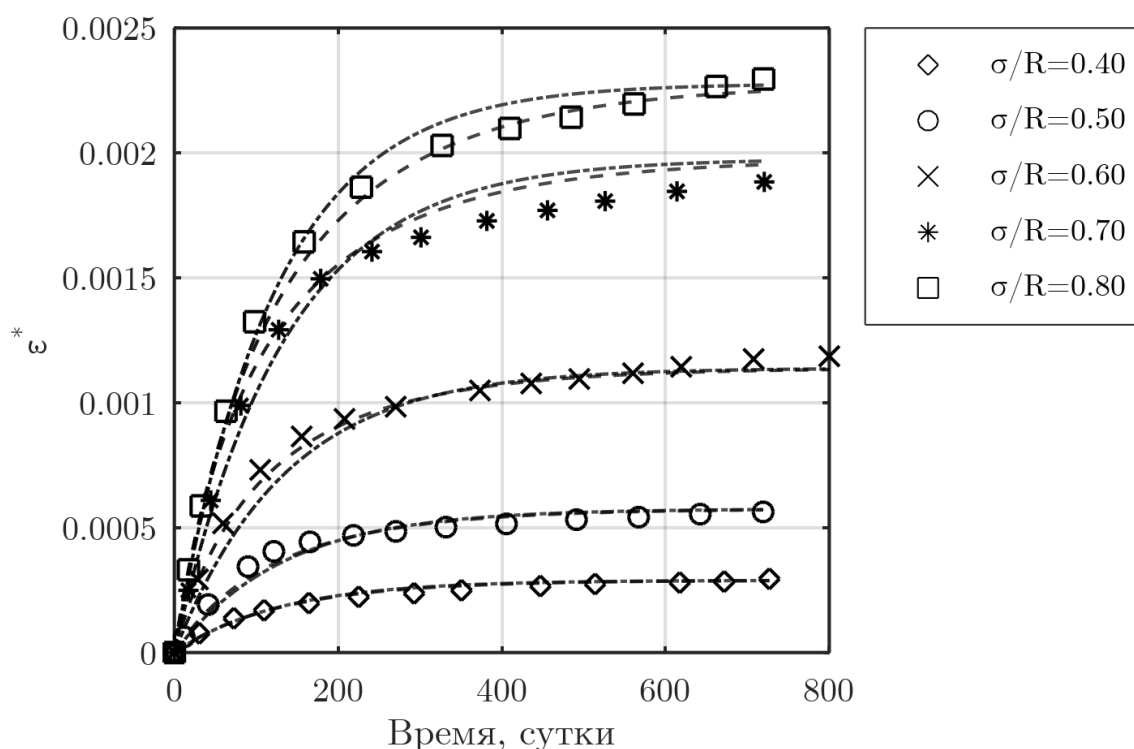


Рис. 1. Экспериментальные данные ползучести бетона, полученные А. В. Яшиным (маркеры) и полученные автором соответствующие теоретические кривые ползучести бетона на основе реологических параметров из выражения (2): штрихпунктирная линия — на основании относительной невязки, пунктирная — на основании абсолютной невязки

В диссертационной работе приводятся графики изменения реологических параметров, полученных согласно выражению (2), анализ которых показывает хорошее совпадение теоретических значений, определённых при помощи полинома (2) со значениями, определёнными посредством анализа кривых ползучести ранее. Получены коэффициенты детерминации  $R^2$  согласования построенных экспериментальных и теоретических кривых. Теоретические кривые, построенные на основании физико-механических параметров, определённых по относительной невязке ( $R^2_{\text{средн}} \approx 0.95$ ), имеют лучшее соответствие экспериментальным данным, чем теоретические кривые, построенные на основании реологических параметров, определённых по абсолютной невязке ( $R^2_{\text{средн}} \approx 0.93$ ).

В разделе 2.4 приводится результат внедрения методики определения физико-механических параметров в практику изготовления элементов конструкций.

Исследования проводились на базе ГК АКСстрой под руководством доц. В. Ф. Акопяна в рамках его докторской работы (акт внедрения приведён в приложении к настоящей работе). В связи с этим диссертации приводятся только фотографии и данные, имеющих непосредственное отношение к тематике ис-

следований автора по изучению физико–механических параметров материалов строительных конструкций и их элементов.

Целью исследования стал подбор оптимальных температур для формирования элементов строительных конструкций.

При изготовлении свай из ПЭНД использовались гранулы заводского производства, которые пропускались через экструдер с последующим выдуванием полимерной массы в формы. При низкой температуре полимерной массы требовалось значительное давление для выдувания её в форму. Слишком большая форма приводила к тому, что полимерная масса приобретала излишнюю текучесть и происходило локальное «вздутие» полимерной массы, что приводило к отбраковыванию образца. Исследования физико–механических свойств использованного ПЭНД показало, что оптимальной температурой формирования образцов из полимерной массы будет температура порядка 110 °С при температуре плавления в 120–135 °С.

Следующим этапом проводилось изучение физико–механических параметров заготовок из ПЭТ. При этом пресс–форма изготавливалась отдельно из использованных бутылок ПЭТ. При вторичном использовании пластика его свойства сильно ухудшаются. ГК АКСстрой были предоставлены кривые релаксации ПЭТ, используемого для заготовок под выдувку свай. Путём анализа кривых релаксации было установлено, что оптимальная температура для заготовки и её «выдувания» составляет порядка 67 °С, что лишь немного меньше температуры стеклования ПЭТ, составляющей порядка 70 °С

**Третья глава** посвящена неоднородным одномерным плоским задачам термовязкоупругости для полимерных тел в осесимметричной постановке. Решение искомой функции может быть получено аналитически (для некоторых частных задач) или численно: МКР или МКЭ. Рассматривается цилиндр, внутренний радиус которого  $R_a$ , внешний —  $R_b$ . Все исследования в диссертационной работе выполняются для толстостенных цилиндрических тел, т. е. толщина стенки которых больше одной десятой среднего радиуса цилиндра:  $(R_b - R_a) / (R_b + R_a) > 1/10$ . В случае плоского деформированного состояния (далее — ПДС) длина цилиндра  $l$  значительно преобладает над внешним радиусом  $R_b$ :  $l \gg R_b$ ; в случае плоского напряжённого состояния (далее — ПНС) толщина цилиндра мала:  $l \rightarrow 0$ .

Поскольку физико–механические параметры полимеров сильно зависят от температуры материала, становится важно точное определение температурного поля изделия. В диссертации приводится решение ряда задач в одномерной постановке, решение которых приводится тремя методами: определение точного аналитического решения, при помощи МКР и МКЭ. Рассматриваются задачи определения как стационарного во времени температурного поля, так и переменного. Приводится анализ сходимости полученных результатов. Показано, что в случае решения нестационарной задачи с помощью МКЭ можно выделить два подхода. В первом производят аппроксимацию производной температуры по

времени до составления выражения функционала и выделяют неизвестную (в текущем моменте времени) и известную части (в предыдущем моменте времени). Во втором — производную температуры по времени представляют в качестве функции, а аппроксимацию по времени производят после составления выражения функционала. Анализ полученных данных показывает, что верной является методика, при которой производная температуры по времени аппроксимируется до составления функционала.

Основным классом задач, рассматриваемым в диссертационной работе, являются задачи в двухмерной постановке. Достоверность решений двухмерных задач можно проверить сравнением результатов с одномерными задачами, для чего длину цилиндра принимают во много раз больше его внешнего диаметра, получая плоское деформированное состояние, или гораздо меньше его внешнего диаметра, получая плоское напряжённое состояние.

Следующим этапом в диссертационной работе явилось исследование НДС цилиндрического тела в осесимметричной постановке под действием внутреннего и внешнего давления, наличием нестационарного температурного поля и изменением физико-механических параметров полимера от температуры. Решение задач проводится при помощи МКЭ и МКР и подробно отражено в диссертационной работе.

Рассматривается определение НДС цилиндрического тела из эпоксидного связующего ЭДТ-10. Геометрические параметры и граничные условия:  $r_a = 8$  мм;  $r_b = 28$  мм;  $P_a = 0$  МПа;  $P_b = 0$  МПа; начальная температура на внутренней поверхности цилиндра ( $r = r_a$ )  $28^\circ\text{C}$ ; конечная температура на внутренней поверхности цилиндра ( $r = r_b$ )  $100^\circ\text{C}$ ; время роста температуры на внутренней поверхности цилиндра от своего начального значения до конечного 1.2 ч. Результаты расчёта поставленной задачи приводятся в диссертационной работе.

Неоднородность в температурном поле рассматриваемой задачи приводит к существенному изменению физико-механических параметров полимера в толще тела. Таким образом, происходит решение задачи с наведённой, т. е. косвенной неоднородностью.

Деформации ползучести полимеров по своему уровню сопоставимы с упругими составляющими. Поскольку исследуется НДС, то полная осевая деформация  $\varepsilon_z$  вдоль оси  $z$  должна равняться нулю; в результате решения получены отклонения от нуля и имеют порядок  $10^{-18}$ . Подобная ситуация наблюдается и при анализе полученных результатов полной объёмной деформации ползучести, которая также должна быть равна нулю:  $\theta_{cr} = \varepsilon_{cr,r} + \varepsilon_{cr,\theta} + \varepsilon_{cr,z} = 0$ .

Сравнение результатов решения задачи, полученных различными численными методами (МКР и МКЭ) полностью совпадает, что говорит о достоверности применённой методики.

Раздел 3.4 посвящён оптимизации плоских задач термовязкоупругости. Одним из критериев оптимизации является временная сетка. В связи с тем, что

расчёт полимерных изделий проводится пошагово, при этом количество шагов во времени может измеряться сотнями и тысячами, необходимо оптимизировать методику расчёта.

Первоначально рассматривается вопрос оптимизации пошагового метода Эйлера во времени. Точность зависит от размера выбранного шага по времени: увеличение шага приводит к уменьшению точности вычислений и наоборот. Если используется постоянное количество интервалов при аппроксимации времени, то точность падает с увеличением интервала времени, на котором производится весь расчёт. Частично решить данную проблему можно, увеличив количество аппроксимирующих интервалов по времени, однако, это порождает две другие проблемы:

- рост времени, требуемого на решение поставленной задачи в связи с увеличением количества шагов по времени;

- накопление ошибки на каждом временном интервале в связи с ограничениями, накладываемыми разрядностью используемой электронно-вычислительной машины.

Основной рост деформаций ползучести происходит в самом начале, поэтому выходом из сложившейся ситуации может являться использование переменных аппроксимирующих временных интервалов, более коротких в самом начале расчёта и увеличивающихся к концу. Для этого можно принять распределение аппроксимирующих интервалов по времени в соответствии с логарифмическим законом и основанным на геометрической прогрессии.

Распределение по логарифмическому закону можно производить выражением:  $t(i) = \exp \{ \log(t_{N_t+1}) / [N_t(i-1)] \} - 1, i = 1 \dots N_t + 1$ .

В диссертации показано, что логарифмическое распределение не всегда соответствует выбранному критерию оптимизации.

Альтернативой логарифмического распределения является распределение по закону геометрической прогрессии. В этом случае необходимо задать общее количество интервалов во времени  $N_t$  и отношение величины последнего интервала  $h_{t,N_t}$  к величине  $h_{t,1}$  первого интервала:  $k = h_{t,N_t} / h_{t,1}$ .

В случае задач в осесимметричной постановке, предложено такое положение точки  $r$ , при котором внутренний объём КЭ (основание  $r - R_i$ ) был равен внешнему объёму КЭ (основание  $R_j - r$ ):  $r = \sqrt{(R_j^2 + R_i^2) / 2}$ .

Выявлено влияние предложенных оптимизационных подходов на точность полученных результатов. Показано увеличение точности при меньших количествах узлов или временных интервалов.

**Четвёртая глава** посвящена моделированию НДС изделий под воздействием физических полей и введением в материал добавок.

В разделе 4.1 исследуется изменение упругих и реологических параметров полимеров, на примере ПЭВП, под действием гамма-излучения и наличия добавок. На примере результатов экспериментальных данных работы зарубежного



автора О. Алотман определены упругие и реологические параметры ПЭВП с учётом добавок из ПЭВП и облучением материала до 70 кГр (сила облучения увеличивалась на 5 кГр каждый час).

Экспериментальные исследования на релаксацию напряжений чистого ПЭВП и его нанокомпозитных образцов проводили при температуре  $T = 25^{\circ}\text{C}$  и постоянной деформации стержня  $\varepsilon = 3\%$ , при этом наблюдалось снижение уровня напряжения в течение 3 часов. Результаты определения экспериментальных данных релаксации напряжений облучённого и необлучённого ПЭВП и его нанокомпозитов, содержащих 30 % ГА приведены в диссертационной работе.

Анализ полученных кривых показал, что релаксация нанокомпозитов с ГА и облученных образцов оказывается более выраженной, чем образцы из чистого ПЭВП. Уровень начального напряжения и напряжения в конце процесса релаксации имеют более высокие значения по сравнению с необлучёнными образцами. Рост напряжения в начальный момент времени ( $t = 0$ ) объясняется присутствием наночастиц ГА в полимерной матрице ПЭВП и, как следствие, изменением жёсткости. На основе анализа экспериментальных данных установили, что релаксация напряжения ПЭВП с добавками ГА и облучением через 3 часа проведения испытания составила 37 % от его значения в начальный момент времени, при этом снижение напряжения для ПЭВП без добавок и облучения уменьшилось всего на 24 % от начального значения. Нанокомпозит ПЭВП с ГА способен больше понижать напряжения в протезах со временем, что положительно сказывается их работе совместно с организмом.

Следующим шагом стало определение упругих и реологических постоянных ПЭВП. Результаты определения упругих и реологических параметров уравнения состояния показаны в табл. 2.

Табл. 2. Упругие и релаксационные параметры ПЭВП

ПЭВП	$E$ , МПа	$E_{\infty}$ , МПа	$m^*$ , МПа	$\eta_0^*$ , МПа·ч
0 % ГА, 0 кГр	693.9890	228.8515	5.5445	1113.0
0 % ГА, 70 кГр	897.5469	388.1827	6.4429	1734.4
30 % ГА, 0 кГр	1069.3	556.7567	8.0948	1832.5
30 % ГА, 70 кГр	1178.4	684.5894	10.1390	1768.4

Для определения переменных при промежуточных значения доли ГА и уровня облучения, производится интерполяция при помощи полинома:  $f(x, y) = a + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot x \cdot y$ .

Физико–механические параметры ПЭВП в этом случае описываются выражениями:

$$\begin{aligned} E(\Gamma A, \Phi) &= 694 + 1251 \cdot \Gamma A + 2.908 \cdot \Phi - 4.498 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа]}, \\ E_{\infty}(\Gamma A, \Phi) &= 228.9 + 1093 \cdot \Gamma A + 2.276 \cdot \Phi - 1.5 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа]}, \\ m^*(\Gamma A, \Phi) &= 5.545 + 8.501 \cdot \Gamma A + 0.01283 \cdot \Phi + 0.05456 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа]}, \\ \eta_0^*(\Gamma A, \Phi) &= 1113 + 2398 \cdot \Gamma A + 8.877 \cdot \Phi - 32.64 \cdot \Gamma A \cdot \Phi \text{ [МПа} \cdot \text{ч]}. \end{aligned} \quad (3)$$

Анализ выражения (3) показал, что с ростом доли  $\Gamma A$  и уровня излучения все упругие и реологические параметры увеличиваются. Некоторое исключение составляет коэффициент начальной релаксационной вязкости  $\eta_0^*$ , который при одновременном введении  $\Gamma A$  и облучении материала имеет величину примерно такую же, как только при введении  $\Gamma A$ , или только при облучении ПЭВП.

Для оценки достоверности полученных уравнений (3), в диссертационной работе приводится сопоставление опытных графиков релаксации напряжений с теоретическими, построенными на основании выражений (3). Совпадение опытных и теоретических кривых линий очень хорошее, а небольшие расхождения объясняются неточностью обработки данных, полученных из анализа рисунков кривых релаксации напряжений.

Анализ кривых показывает, что по сравнению с полиэтиленом без добавок, но подвергшемся облучению, полимер с половинной дозой добавок и половинной дозой облучения показывает лучшие свойства, но хуже по сравнению с необлучённым полимером, но с полной порцией добавки  $\Gamma A$ .

Представляется возможность прогнозирования свойств полимерных материалов при промежуточных значениях параметров, что ведёт к значительной экономии материальных ресурсов и человеко–часов на проведение эксперимента и его последующего анализа.

В разделе 4.2 рассматривается управление свойствами полимерных изделий путём создания искусственной неоднородности

Для максимального использования прочностного ресурса материала необходимо, чтобы предельное состояние наступало одновременно во всех точках. Такие конструкции называются *равнопрочными*. Если в точках с большими напряжениями снизить модуль упругости, то напряжения в них снизятся, и наоборот. Таким образом, при изменении модуля упругости материала в толще конструкции по определенному закону, можно добиться, чтобы эквивалентное напряжение по какой-либо теории прочности было постоянно. В этом случае конструкция будет *равнонапряжённой*. Равнонапряжённая конструкция может быть равнопрочной, если при изменении модуля упругости материала его прочность не меняется.

Далее в работе рассматривается поведение равнонапряжённого цилиндра в процессе ползучести. В однородном цилиндре при действии только статической нагрузки в процессе ползучести напряжения  $\sigma_{\theta}$  сначала релаксируют, а потом происходит возврат к упругому решению. Для получения решения в

конце процесса ползучести при использовании одночленного варианта уравнения Максвелла–Гуревича достаточно заменить в упругом решении мгновенные постоянные  $E$  и  $\nu$  на длительные  $\tilde{E}$  и  $\tilde{\nu}$ , определяемые по формулам:  $\tilde{E} = E \cdot E_{\infty} / (E + E_{\infty})$ ;  $\tilde{\nu} = \nu [1 + E / (2\nu E_{\infty})] / (1 + E / E_{\infty})$ .

Поскольку в решении Ламе распределение напряжений не зависит от упругих постоянных, то в конце процесса ползучести оно будет таким же, как и в начале.

Задача оптимизации сформулирована следующим образом: требуется найти такое распределение содержания наполнителя в изделии, чтобы оно стало равнонапряжённым в конце процесса ползучести. Алгоритм оптимизации похож на изложенный выше, но имеются отличия. Вместо величин  $E$  и  $\nu$  следует оперировать длительными постоянными  $\tilde{E}$  и  $\tilde{\nu}$ . На первом этапе рассчитывается однородная конструкция при  $\tilde{E} = \text{const}$ ,  $\tilde{\nu} = \text{const}$ . На последующих шагах длительный модуль  $\tilde{E}$  корректируется. По полученным значениям  $\tilde{E}$  определяется требуемое содержание гидроксиапатита (далее — ГА):  $\tilde{E} = E \cdot E_{\infty} / (E + E_{\infty}) = (694 + 1251 \cdot \text{ГА}) \cdot (228.9 + 1093 \cdot \text{ГА}) / (922.9 + 2344 \cdot \text{ГА})$ .

При известном значении  $\tilde{E}$  данное равенство представляет квадратное уравнение относительно величины ГА, из которого нетрудно найти содержание гидроксиапатита.

На втором и последующих шагах оптимизации переменным по радиусу оказывается не только длительный модуль упругости, но и длительный коэффициент Пуассона.

Для расчета НДС неоднородного изделия возможно использование МКЭ.

На рис. 2, а представлен график изменения содержания гидроксиапатита по радиусу для равнонапряженного по 1-й теории прочности ( $|\sigma_{1,3}| \leq \sigma_{\text{прочн}}$ ) в конце процесса ползучести изделия.

Распределение напряжений  $\sigma_{\theta}$  по радиусу в начале и в конце процесса ползучести показано на рис. 2, б. На рис. 2, в показано изменение во времени окружных напряжений у внутренней и внешней поверхности. Из указанных графиков видно, что в начальный момент времени напряжения у внутренней поверхности выше, чем у внешней, а в процессе ползучести при  $r = a$  напряжения убывают, при  $r = b$  — возрастают, и наступает равнонапряжённое состояние ( $t > 20$  ч).

На рис. 2, г представлены графики изменения содержания гидроксиапатита для равнонапряжённых в конце процесса ползучести цилиндров при использовании второй, третьей и четвертой теории прочности.

Из данного графика видно, что равнонапряжённые в конце процесса ползучести полимерные изделия по всем теориям прочности можно создать практически не превышая 30 % содержание гидроксиапатита. По 3-й и 4-й теории результаты отличаются незначительно, это можно объяснить тем, что длительный коэффициент Пуассона близок к 0.5, а при  $\nu = 0.5$  указанные теории в случае ПДС дают одинаковый результат.

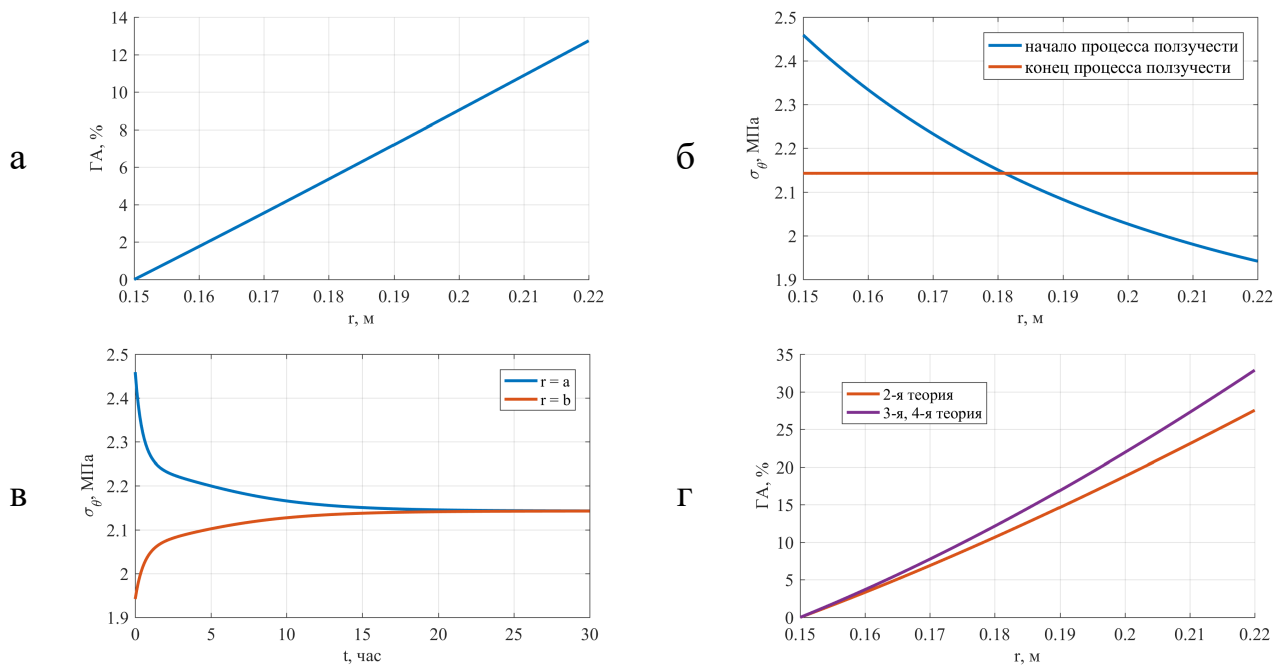


Рис. 2. Оптимизация толстостенных цилиндров путем искусственного создания неоднородности: а — изменение содержания гидроксиапатита по радиусу для равнонапряжённого в конце процесса ползучести по первой теории цилиндра; б — распределение напряжений  $\sigma_\theta$  по радиусу для равнонапряжённого в конце процесса ползучести по первой теории цилиндра; в — изменение во времени напряжений  $\sigma_\theta$  для равнонапряженного в конце процесса ползучести по первой теории цилиндра; г — содержание гидроксиапатита в зависимости от радиуса для равнонапряжённых в конце процесса ползучести по различным теориям прочности цилиндров

Предложенные модели равнонапряжённых конструкций вообще говоря не являются равнопрочными, поскольку при введении добавок прочность получаемого композита меняется. Однако, разработанный алгоритм после небольшой доработки позволяет моделировать и равнопрочные конструкции, но для этого необходимо знать, как зависит прочность от содержания наполнителя; подобная задача в рамках настоящей работы не ставилась.

В разделе 4.3. приводится практическая задача оценки влияния на НДС полимерного образца различных сочетаний добавок и ионизирующего излучения. Рассматривается задача расчёта цилиндрического тела, претерпевающего сжатие.

Высота тела  $h = 1 \text{ см} = 0.010 \text{ м}$ . Вследствие того, что тело симметрично относительно горизонтальной оси, достаточно рассмотрения только половины, в результате чего исходные данные принимают следующий вид: давление на внутренней грани цилиндра  $P_A = 0 \text{ МПа}$ ; давление на внешней грани цилиндра  $P_B = 0 \text{ МПа}$ ; давление на верхнем торце цилиндра  $P_U = -10 \text{ МПа}$  (минус — сжатие); внутренний радиус  $R_a = 0.010 \text{ м}$ ; внешний радиус  $R_b = 0.050 \text{ м}$ ; координата нижней точки  $Z_{\min} = 0 \text{ м}$ ; координата верхней точки  $Z_{\max} = h/2 = 0.005 \text{ м}$ ;

число интервалов разбиения по времени 20 шт; предел времени, до которого происходит расчёт 10 ч. Графики распределения максимальных и минимальных значений радиальных, окружных, осевых и касательных напряжений во времени приведены в диссертации.

Анализ изменения напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau_{rz}$  показал, что в конце расчётного периода по сравнению с начальным их максимальный и минимальный уровень увеличивается в 2–2.5 раз.

Главные напряжения ведут себя иначе, имеют значительные величины в начальный момент времени и увеличиваются не более, чем в 1.5 раза к концу расчётного периода.

Отличие между базовыми напряжениями (радиальным, окружным, осевым и касательным) от главных заключается и в разнице проявления реологических процессов. Так, при отсутствии добавок и наличии ионизирующего излучения, базовые напряжения стабилизировались через 7 часов с момента приложения нагрузки, а если проводить анализ изменения главных напряжений, они не стабилизировались и к 10 часам, т. е. к концу расчётного периода.

В случае наличия максимальных добавок ГА в полимере и облучением его ионизирующим излучением, уровень и базовых, и главных напряжений уменьшается на  $\approx 10\%$ , по сравнению с гомогенным образцом полимера. Кроме того, стабилизация базовых напряжений наблюдается через примерно 4 часа от начала расчёта, главных — через 6 часов. Образец, в который был добавлен ГА и облучённый в половинной дозе, показывал примерно средние свойства между гомогенным образцом и гетерогенным.

Раздел 4.4 посвящён построению модели равнопрочного толстостенного цилиндра при силовых и температурных воздействиях.

Для многих материалов, в том числе бетонов и полимербетонов, с изменением модуля упругости меняется и прочность, т. е.  $R = f(E)$ . Таким образом, равнонапряжённая конструкция не будет равнопрочной. Далее приводится задача построения равнопрочного цилиндра с учетом неравномерного распределения температуры в толще. Решение задачи выполняется численно при помощи МКР.

Рассматривается толстостенный цилиндр, нагруженный внешним давлением  $p_b$  и внутренним давлением  $p_a$  (рис. 3). Температурное поле считаем стационарным. Температура на внутренней поверхности —  $T_a$ , на внешней —  $T_b = 0^\circ\text{C}$ . Распределение температуры при таких граничных условиях определяется выражением:  $T = T_a [\ln(b/r) / \ln(b/a)]$ .

Изделие находится в условиях ПДС. Основное разрешающее уравнение для неоднородного цилиндра в напряжениях примет вид:  $\sigma_r'' + \left(\frac{3}{r} - \frac{E'}{E}\right) \cdot \sigma_r' - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{E'}{rE} \sigma_r = -\frac{E\alpha_T T'}{r(1-\nu)}$ . Штрихом в уравнении обозначена производная по  $r$ . Граничные условия записываются в виде:  $\sigma_r(a) = -p_a$ ;  $\sigma_r(b) = -p_b$ . Решать данное уравнение удобно методом конечных разностей.

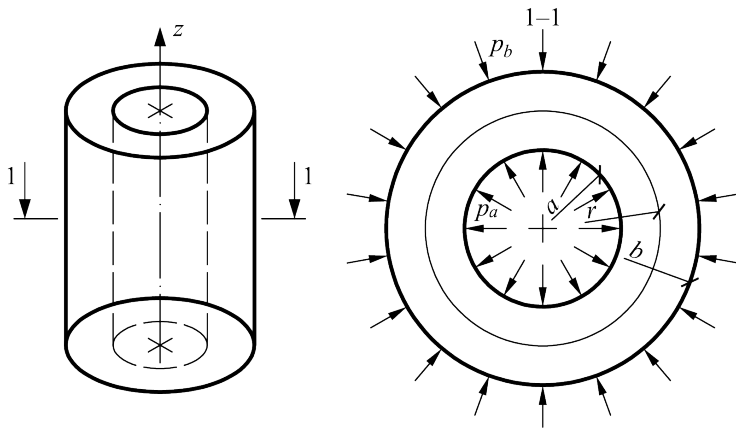


Рис. 3. Расчетная схема цилиндра

Алгоритм оптимизации толстостенных конструкций приведён в диссертации.

Задача оптимизации была решена при следующих исходных данных:  $p_a = 0$ ;  $p_b = 100 \text{ МПа}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $b = 2.5 \text{ м}$ ;  $\alpha_T = 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ ;  $\nu = 0.2$ ;  $T_a = 100^\circ\text{C}$ . В качестве материала был взят полимербетон на основе фурфуролацетоновой смолы

(ФАМ), для которого справедлива следующая зависимость  $R(E)$ :  $R = \rho + \omega E$ , где  $\rho = 126.736 \text{ МПа}$  и  $\omega = 4.612 \cdot 10^{-4}$ .

Для полимербетона хорошо согласуется с экспериментальными данными критерий П. П. Баландина, который в случае трехосного напряженного состояния имеет вид:  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (R_b - R_{bt})(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = R_b R_{bt}$ , где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — главные напряжения;  $R_b$  и  $R_{bt}$  — соответственно расчетные сопротивления бетона на сжатие и растяжение.

В диссертации показаны соответственно графики изменения модуля упругости и эквивалентных напряжений для однородного, равнопрочного и равнонапряженного цилиндра.

На рис. 4 показаны графики изменения модуля упругости и эквивалентных напряжений для однородного (штриховая линия), равнопрочного (синяя линия) и равнонапряженного (красная линия) цилиндра.

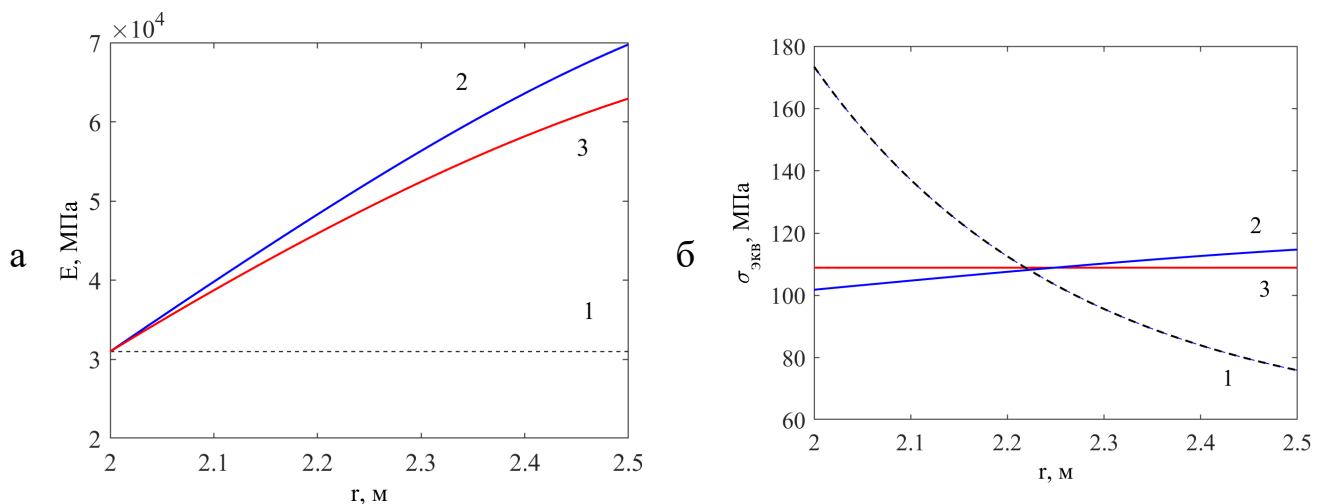


Рис. 4. Изменение по толщине тела: а — модуля упругости; б — эквивалентных напряжений

На рис. 5 представлено изменение относительных напряжений  $\sigma_{\text{экв}}/R$  для однородного (штриховая линия) и равнопрочного (сплошная линия) цилиндра.

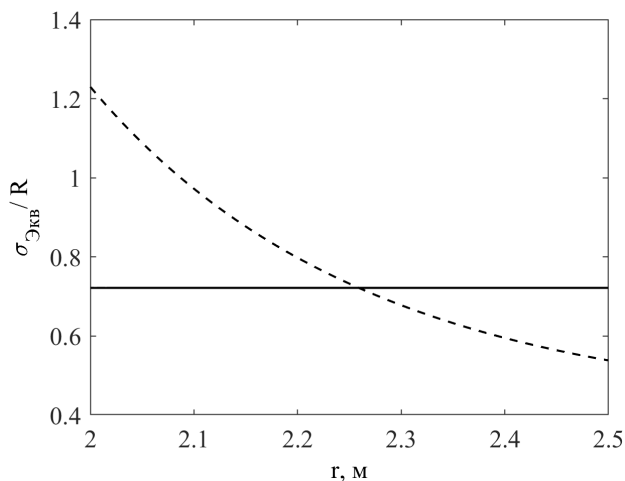


Рис. 5. Изменение относительных напряжений для однородного и равнопрочного цилиндра

Максимальная величина относительных напряжений снизилась с 1.23 (однородное изделие) до 0.722 (равнопрочное изделие). Таким образом, при создании искусственной неоднородности несущая способность оболочки повысилась в 1.7 раз.

Для апробации предложенной методики в разделе 4.5 диссертационной работы объектом исследования является бетонный цилиндр, полый внутри, подвергающийся воздействию физических полей: температурного потока и флюенса излучения. Решение задачи производится в двухмер-

ной постановке в осях  $r$  и  $z$  при помощи двух численных методов: вариационно-разностного (далее — ВРМ) и МКЭ. Данный подход позволяет провести оценку достоверности полученных результатов. Производится моделирование задачи при изменении коэффициента теплопроводности как функции температуры. Также приводится прикладная задача об определении НДС радиационно-теплого экрана, подобного используемым в АЭС.

Структурные изменения системы «раствор–бетон» приводят к появлению радиационных деформаций, которые, однако, практически невозможно измерить; между общим количеством радиационных дефектов и величиной радиационных деформаций существует определённая зависимость.

Максимальное значение радиационных деформаций является постоянной величиной для бетона данного состава. Она зависит от вида и характера заполнителя. Использована эмпирическая формула, позволяющая определять линейные радиационные деформации в зависимости от флюенса нейтронов:

$$\varepsilon_{\Phi} = \{\alpha D_m [\exp(\beta \Phi) - 1]\} / \{D_m + \alpha \exp(\beta \Phi)\} \cdot 0.01,$$

где  $\varepsilon_{\Phi}$  — радиационные деформации бетона при заданном  $\Phi$ ;  $D_m$  — максимально возможные радиационные деформации бетона данного состава;  $\Phi$  — флюенс нейтронов;  $\alpha$ ,  $\beta$  — коэффициенты, зависящие от состава бетона и радиационной нагрузки.

Результатом облучения материала является появление не только радиационных деформаций (рис. 6, б), но и изменение его физико-механических свойств (рис. 6, в), в том числе модуля упругости. Экспериментальные исследования показывают, что у бетонов при флюенсе нейтронов больше величины  $10^{19}$  Н/см<sup>2</sup> значение модуля упругости снижается. Была принята зависимость изменения модуля упругости от флюенса нейтронов  $E_{\Phi} = E_0 [\gamma - \alpha_1 \lg(\beta_1 \Phi)]$ , где  $E_0$  — модуль упругости бетона до облучения;  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma$  — коэффициенты, зависящие от спектра излучений;  $\Phi$  — флюенс нейтронов.

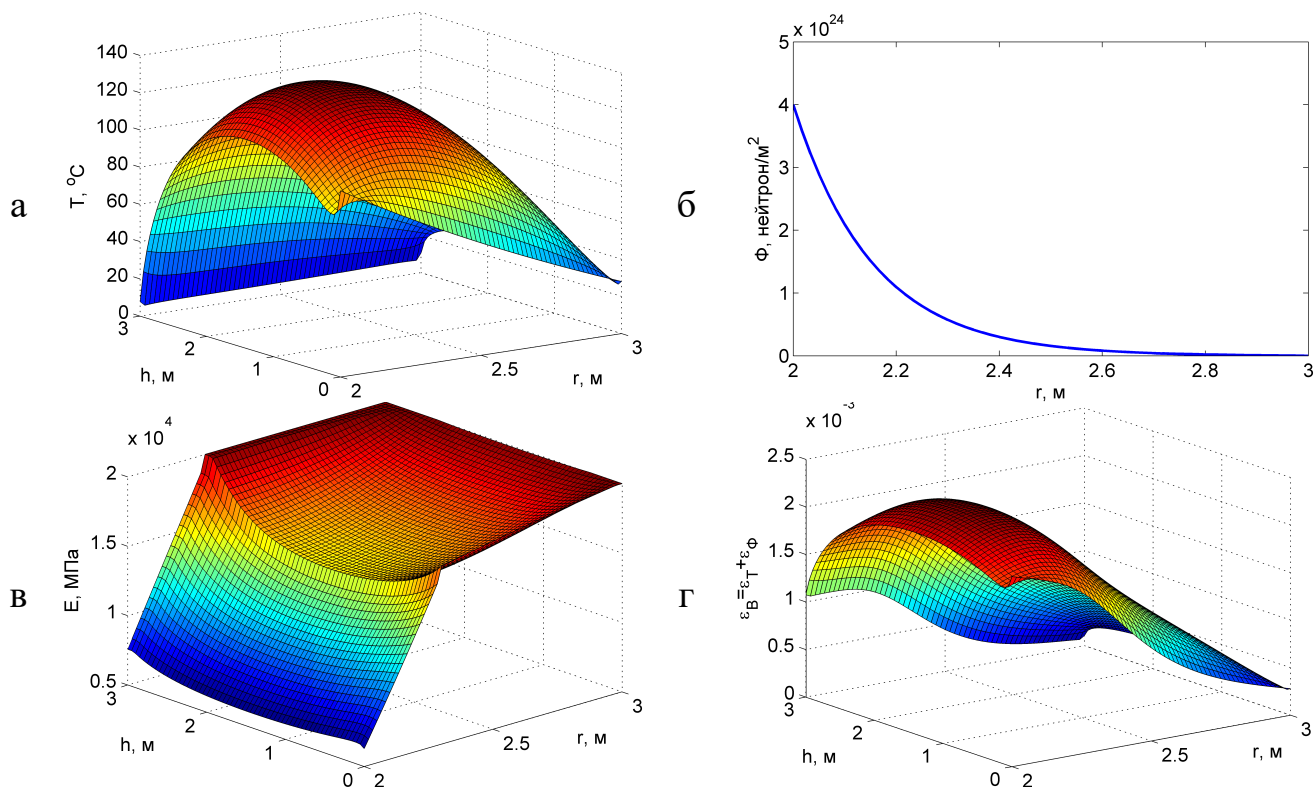


Рис. 6. Изменение по толщине тела: а — температуры; б — флюенса нейтронов; в — модуля упругости тела  $E = f(T, \Phi)$ ; г — вынужденные деформации  $\varepsilon_B = \varepsilon_\Phi + \varepsilon_T$

Определение точного вида функции  $Q(r, z)$ , описывающей плотность внутренних источников тепловыделений, обусловленных ионизирующим излучением, представляет собой весьма сложную задачу, решение которой выходит за рамки данной диссертационной работы. Её вид был принят аналогично работам проф. В. И. Андреева:  $Q(r, z) = q_0 + q_1 \exp[-\delta(r - a)] \cdot \sin(\pi z/H)$ , где  $q_0, q_1, \delta$  — заданные постоянные величины.

Результаты расчётов приведены в диссертационной работе.

**В пятой главе** рассматриваются задачи термовязкоупругости в осесимметричной двумерной постановке.

В случае двумерных задач КЭ может быть представлен в виде четырёхугольника или, наиболее часто используемого варианта — треугольника. Далее при рассмотрении сечения цилиндра будет рассматриваться прямоугольный плоский КЭ, как наиболее удобный для данного класса осесимметричных задач.

Следующим этапом идет анализ достоверности полученных коэффициентов матрицы жёсткости и вектора нагрузок КЭ путем сравнения НДС изделия, чья длина во много раз превышает его внешний диаметр, с одномерной задачей при плоском деформированном состоянии.

В разделе 5.2 рассматривается определение НДС в полимерном образце, находящимся под воздействием переменного температурного поля. Объект исследования — полимерный цилиндр, выходящий из экструдера, сушильного



аппарата или иного устройства, нагревающего его. Материал изделия — ЭДТ–10.

Подобные исследования проводились и ранее, однако в них граничные условия задавались в виде некоторой функции, без учёта теплового обмена с окружающей средой.

Рассматривается три этапа вытяжки полимерного цилиндра:

1. Начальный момент времени. Образец находится в экструдере и принимается, что вся его температура равна температуре самого экструдера.

2. Вытяжка цилиндра (рис. 7). Образец частично выведен из цилиндра, на нижней грани и внешней грани, которая находится в экструдере, температура равна температуре экструдера. На внутренней грани считается теплообмен в воздушном слое, температура которого также принята равной температуре экструдера. На верхней грани и внешней грани, которая вышла из экструдера принимается, что происходит теплообмен с внешней средой.

3. Остывание. Образец извлечён из экструдера, на всех четырех гранях происходит теплообмен с воздушной средой.

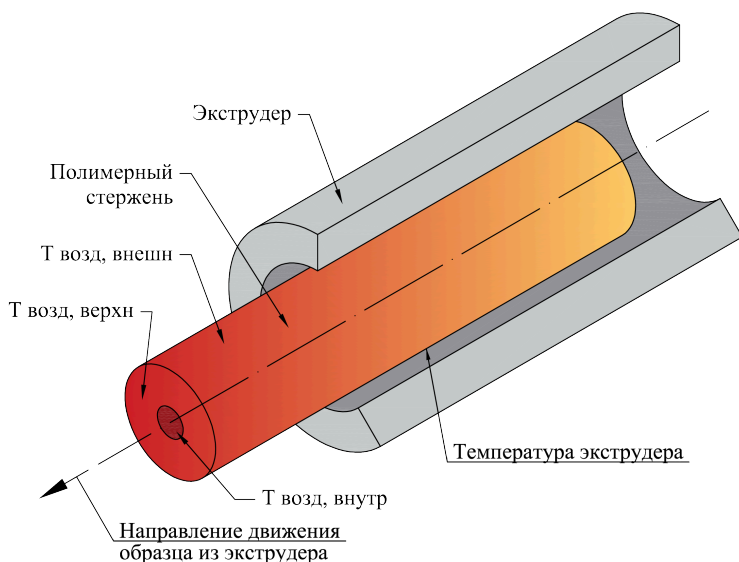


Рис. 7. Расчетная схема цилиндра

Температура экструдера и температура воздушной среды внутри экструдера были приняты  $100^{\circ}\text{C}$ ; температура внешней воздушной среды была принята  $20^{\circ}\text{C}$ . Размеры полимерного цилиндра приняты:  $R_a = 0.008\text{ м}$ ,  $R_b = 0.028\text{ м}$ ,  $h = 0.5\text{ м}$ . Механические нагрузки на всех торцах отсутствуют.

Полный расчётный период составил 3.6 ч. Были рассмотрены два режима, при которых время выхода полимерного цилиндра из экструдера было принято 0.36 и 1.2 ч

соответственно.

Расчёты выполнены с учётом зависимости всех физико-механических параметров материала цилиндра от температуры в нелинейной постановке.

Подробные результаты расчёта приведены в диссертационной работе.

За счёт более медленного выхода во втором случае полимерный цилиндр имеет больший перепад температур как в момент времени, соответствующему выходу половины цилиндра из экструдера (менее  $70^{\circ}\text{C}$  в первом случае и порядка  $40^{\circ}\text{C}$  во втором), так и в момент времени, соответствующий выходу всего цилиндра из экструдера (порядка  $50^{\circ}\text{C}$  в первом случае и менее  $30^{\circ}\text{C}$  во втором); при этом максимально разогретые участки имеют температуру  $100^{\circ}\text{C}$ .

В результате имеющегося градиента температурного поля, материал полимерного цилиндра приобретает выраженную наведённую косвенную неоднородность в виде разности физико-механических параметров (упругих и высокоэластических) в толще тела; во втором случае разброс физико-механических параметров имеет более выраженный характер.

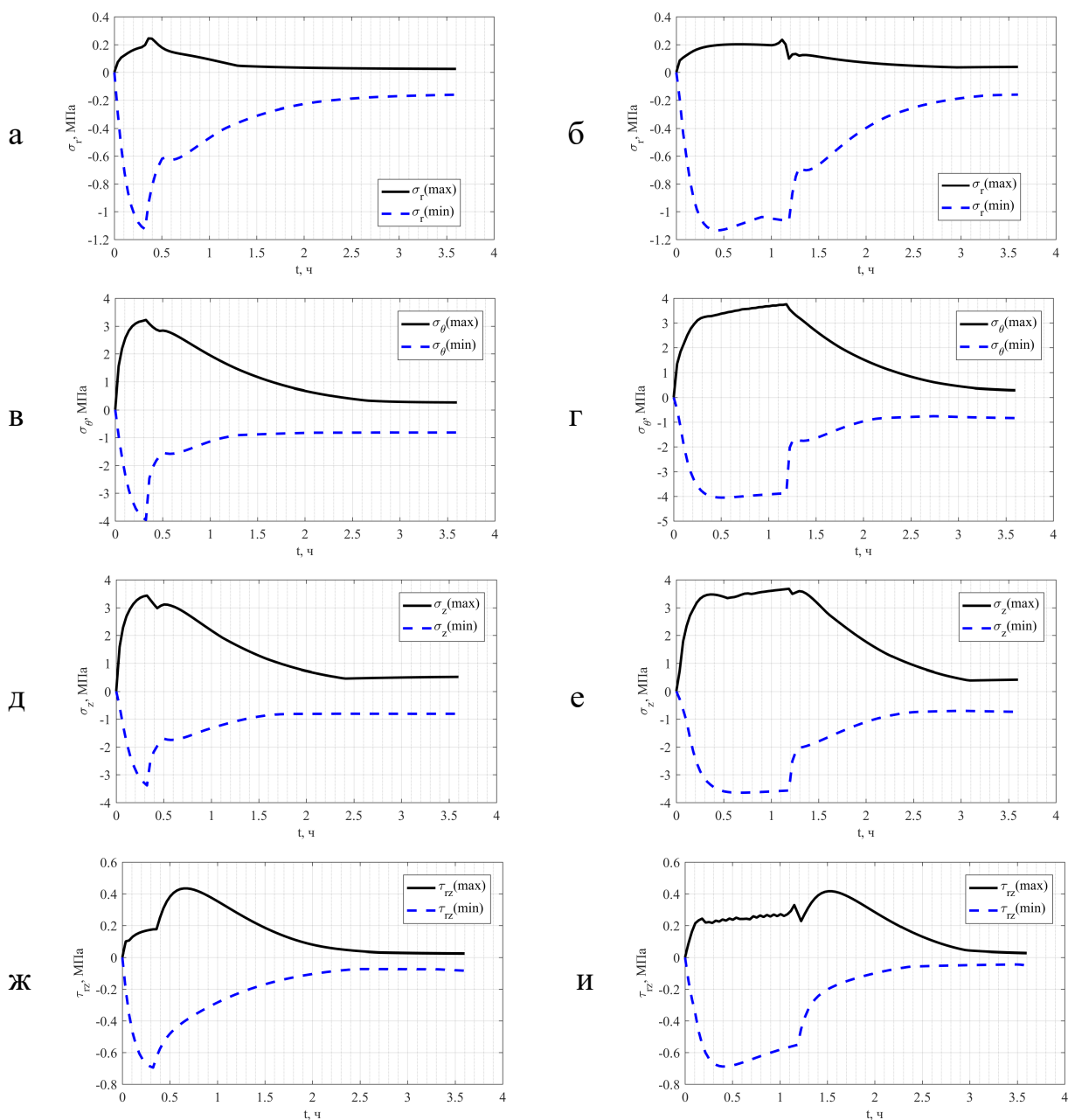


Рис. 8. Изменение максимальных и минимальных напряжений в толще полимерного цилиндра при времени извлечения тела из экструдера в течение:  
а, в, д, ж — 0.36 ч; б, г, е, и — 1.2 ч

В процессе выхода материала из экструдера в теле возникают напряжения за счёт возникновения наведённой неоднородности материала. Анализ полей напряжений показывает, что они имеют несколько разный характер своего распределения в толще тела, но один порядок их величин. Для удобства анали-

за изменения величин во времени, на каждом шаге расчёта были определены максимальные и минимальные значения напряжений в теле, после чего были построены графики их изменения, которые приведены на рис. 8, а–е. Максимальные растягивающие и максимальные сжимающие осевые напряжения на всём расчётном периоде имеют уровень порядка 4 МПа.

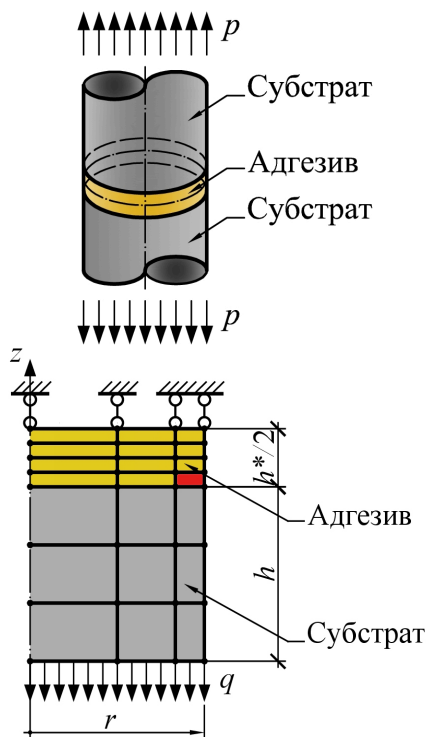


Рис. 9. Постановка задачи и расчётная схема адгезивного соединения

(полимера) в остальной толщине или в блоке. В основу метода пограничного слоя положены основные соотношения механики деформируемого твердого тела.

В разделе 6.1 приводится решение методом пограничного слоя. Задача сводится к неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau}{\partial r} - \tau \left( \frac{1}{r^2} + c^2 \right) = \frac{G}{h^*} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 [\varepsilon_{cr,r1} - \varepsilon_{cr,\theta1}] \right) - \frac{G}{h^*} \frac{\xi(r,t)(1+\nu_1)}{E_1} - G \left( \frac{\partial^2 \gamma_{cr,rz}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_{cr,rz}}{\partial r} - \frac{\gamma_{cr,rz}}{r^2} \right), \quad (4)$$

где  $c^2 = \frac{G}{h^*} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 \bar{h}_1} + \frac{1-\nu_0^2}{E_0 h_0} \right)$ ; индексы «0» соответствуют субстрату; «1» — пограничному слою;  $\bar{h}_1 = h_1/2$ ,  $h^* = h_1 = h_2$ ,  $\tau = \tau_1 = \tau_2$  — касательные напряжения в пограничных слоях.

При этом во многих работах, приведённых в диссертации, уравнение (4) рассматривается без последних двух слагаемых в правой части. Само решение

Анализ полученных данных показывает, что уровень возникающих напряжений не зависит от времени вытяжки изделия, однако в теле возможно возникновение напряжённого состояния достаточно высокого уровня, что может негативно сказаться в случае последующей обработки изделия без возможности его остывания и выдержки при обычных условиях. При остывании изделия в нормальных условия за счёт развития деформаций ползучести в полимере через несколько часов после вытяжки цилиндра из экструдера остаточные напряжения принимают величину, которой можно пренебречь в последующей эксплуатации образца в обоих рассмотренных режимах.

**В шестой главе** приведён расчёт адгезионного соединения на длительную прочность с учётом ползучести полимерного материала. Расчётная схема соединения представлена на рис. 9. Под пограничным слоем понимается прилегающий к поверхности субстрата слой адгезива, свойства которого могут отличаться от свойств адгезива

уравнения (4) выполняется численно при помощи МКР. Временной интервал, на котором исследуется процесс ползучести, разбивается на заданное количество шагов. При использовании закона ползучести в дифференциальной форме деформации ползучести на каждом шаге определяются по деформациям и напряжениям на предыдущем шаге при помощи метода Эйлера или Рунге–Кутты.

Был выполнен расчет адгезионного соединения, в котором в качестве субстрата выступал алюминий, а в качестве адгезива — эпоксидное связующее ЭДТ–10. Принимались следующие исходные данные:  $R = 12$  мм,  $E_0 = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $E_1 = 2685$  МПа,  $h_0 = 1.2$  мм,  $\nu_0 = 0.33$ ,  $\nu_1 = 0.37$ ,  $G/h^* = 9600$  МПа/мм. Деформации ползучести в этом уравнении представляются в виде суммы двух составляющих спектра времён релаксации. На рис. 10 приведён график изменения во времени максимальных касательных напряжений в пограничном слое (при  $r = R$ ), построенный при  $q = 10$  МПа. Из представленного графика видно, что касательные напряжения возрастают, но их рост носит затухающий характер. При  $t = 0$  они составляют по абсолютному значению 2.34 МПа, а при  $t = 2000$  ч — 2.94 МПа.

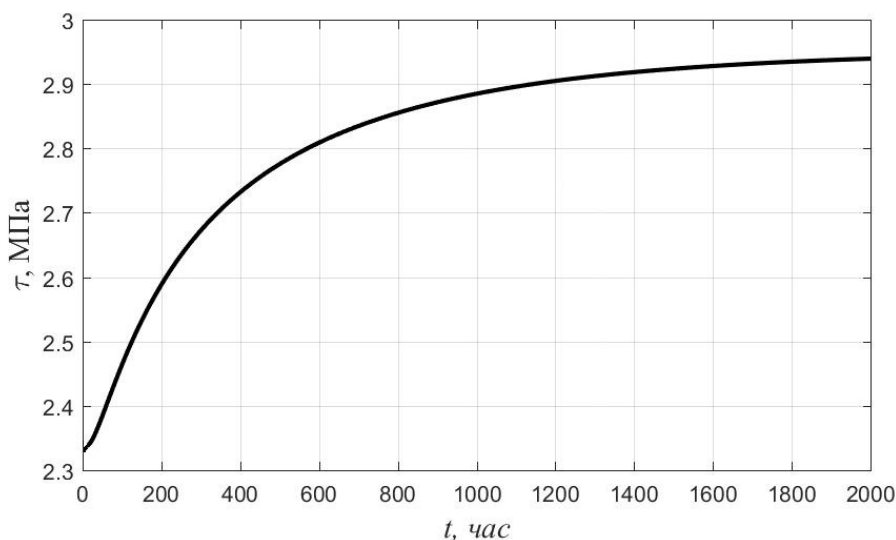


Рис. 10. Изменение во времени максимальных касательных напряжений в пограничном слое (одномерная постановка)

Оценка достоверности полученных результатов производится при помощи анализа разрешающих уравнений и выражений скорости высокоэластических деформаций полимера при времени стремящемся к бесконечности. Из анализа уравнения Максвелла–Гуревича выведены величины длительного модуля упругости и длительного коэффициента Пуассона адгезива, позволяющие получить решение в конце процесса ползучести путем замены в упругом решении мгновенных упругих постоянных на длительные. Подтверждена достоверность результатов решением задачи с использованием введенных постоянных материала.

В разделе 6.2 приводится решение задачи при помощи МКЭ. Используемые КЭ и вектор нагрузок были получены в главе 5. Проводится исследова-

ние прочности адгезионного соединения двух цилиндрических тел (субстратов), постановка задачи представлена на рис. 9. Исходные условия задачи следующие: субстрат — стальные диски толщиной 1.2 мм; адгезив — сетчатый полимер — эпоксидная смола ЭДТ-10, компонентами которой являются КДА / ТЭАТ / Спирт / Ацетон в весовых частях 50/5/30/15. Расчётная схема поставленной задачи представлена на рис. 9. Красным цветом показан КЭ, в котором по результатам последующих расчётов возникают наибольшие касательные напряжения. Поскольку задача симметрична относительно середины адгезива, расчётная схема состоит только из одной половины. Учёт ползучести полимера ведётся при помощи двух спектров времён релаксации, «старшего»  $\varepsilon_{cr,I}$  и «младшего»  $\varepsilon_{cr,II}$ :  $\varepsilon_{cr} = \varepsilon_{cr,I} + \varepsilon_{cr,II}$ .

Расчётные параметры поставленной задачи такие же, как и разделе 6.1. По радиусу КЭ принимались переменного размера: отношение ширины КЭ, находящегося вблизи торца цилиндра, к ширине КЭ, находящегося в центре рассчитываемого объекта,  $k_r = (r_{Nr} - r_{Nr-1})(r_2 - r_1) = 0.01$ ; по высоте в пределах каждого слоя КЭ имеют одинаковую высоту. Весь расчётный период представлен 251 узлом (количество интервалов по времени  $N_t = 250$ ); отношение последнего интервала времени к самому первому принято  $k_t = (t_{N_t} - t_{N_t-1})(t_2 - t_1) = 10^6$ .

Физико-механические параметры субстрата и адгезива:

**Адгезив**  $E(T) = -18.2T_K + 8200 \text{ МПа}$ ;  $E_{\infty 1}(T) = (2.4 \cdot 10^6) / T_K - 6120 \text{ МПа}$  при  $T_K < 370 \text{ К}$  и  $2.23T_K - 640 \text{ МПа}$  при  $T_K \geq 370 \text{ К}$ ;  $E_{\infty 2}(T) = 0.1E_{\infty 1}(T)$ ;  $m_1^*(T) = m_2^*(T) = -0.0155T_K + 7.73 \text{ МПа}$ ;  $\eta_{01}^*(T) = 36000 \exp\left(\frac{9500}{T_K} - 20\right) \text{ МПа} \cdot \text{с}$ ;  $\eta_{02}^*(T) = 36000 \exp\left(\frac{35400}{T_K} - 90\right) \text{ МПа} \cdot \text{с}$ ;  $\nu(T) = \text{const} = 0.37$ .

**Субстрат**  $E(T) = \text{const} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $\nu(T) = \text{const} = 0.33$ .

Здесь  $T_K$  — температура в градусах по шкале Кельвина.

В диссертации представлена таблица с результатами определения касательных напряжений, полученная при различном количестве КЭ по радиусу и высоте, аппроксимирующих адгезив.

В случае центрального растяжения (сжатия) наибольшие касательные напряжения на произвольных площадках равны половине растягивающей нагрузки, т. е.  $\tau_{\max} = q/2$ . Таким образом на первом шаге времени, соответствующему упругой постановке задачи, было принято, что наибольшие касательные напряжения должны составлять половину от интенсивности растягивающего диска усилия.

Анализ полученных данных показывает, что при значительном росте  $h_r$  и  $h_z$  решение становится неустойчивым. Связано это с тем, что согласно аналитическим выкладкам в месте стыка адгезива и субстрата на свободном торце должна образовываться сингулярность. В МКЭ, как и любом численном методе, необходимо выбрать оптимальные размеры КЭ и их количество, при которых результаты будут близки к ожидаемым.

Для оценки достоверности проделанных выводов выполнено моделирование задачи в упругой постановке при помощи программного комплекса ANSYS, результаты которого приведены в диссертации. Моделирование проводилось как прямоугольными конечными элементами (тип 82), так и треугольными (тип 2).

Эпюра распределения касательных напряжений в субстрате и адгезиве сплошная по двум материалам до уровня  $\tau = q/2$ . Значения напряжений касательных напряжений росли при уменьшении размера КЭ (при увеличении их числа). При этом при бесконечном росте числа КЭ появляется сингулярность. Кроме того, превышение касательными напряжениями уровня  $\tau = q/2$  приводит к разрывы эпюры  $\tau_{rz}$ , что говорит о том, что подобного допускать нельзя.

Проведена попытка моделирования пограничного слоя путём аппроксимации адгезива одним единственным КЭ по его высоте. Рассмотрен результат решения при  $h_r = 2000$  и  $h_z = 1$ , при котором  $\tau_{rz} = 2.24$  МПа. В случае метода пограничного слоя при той же растягивающей нагрузке уровень касательных напряжений составил  $\tau_{rz} = 2.32$  МПа, что согласуется с результатом МКЭ и говорит о достоверности полученных результатов. Вывод уравнений метода пограничного слоя базировался на уравнениях теории упругости в точке примыкания адгезива и субстрата, в случае МКЭ напряжения определялись в КЭ, соответствующем субстрату, имеющему определённую толщину, чем и объясняется отличие в уровне найденных касательных напряжений.

Следующим этапом проведены результаты прочности адгезионного соединения при  $h_z = 1$  с учётом высокоэластических деформаций, при различных растягивающих напряжениях  $q$ . В сравнении с методом пограничного слоя наблюдается отличие и в характере изменения касательных напряжений. Так при уровне растягивающей нагрузки  $q = 10$  МПа и  $q = 40$  МПа касательные напряжения стабилизируются и принимают значение по уровню ниже, чем на первом шаге, соответствующем упругой задаче. В методе пограничного слоя напряжения стабилизировались и были по уровню выше, чем на первом этапе. Также необходимо отметить, что в методе пограничного слоя расчёт мог быть произведён до уровня растягивающего усилия меньше, чем  $q = 40$  МПа; в МКЭ данный уровень выше и решение может быть получено при уровне напряжений  $q = 70$  МПа.

Поскольку, как говорилось ранее, максимально точное значение даёт результат, полученный при количестве КЭ, равному  $h_r = 50$  и  $h_z = 40$ , проведено моделирование изменения касательных напряжений с учетом развития высокоэластических напряжений. Результаты расчёта представлены на рис. 11.

На графиках касательных напряжений также наблюдается первоначальное снижение их уровня (неустановившаяся ползучесть), последующий значительный их рост и релаксация. Уровень релаксации при этом незначительно ниже максимального наблюдаемого значения касательных напряжений.

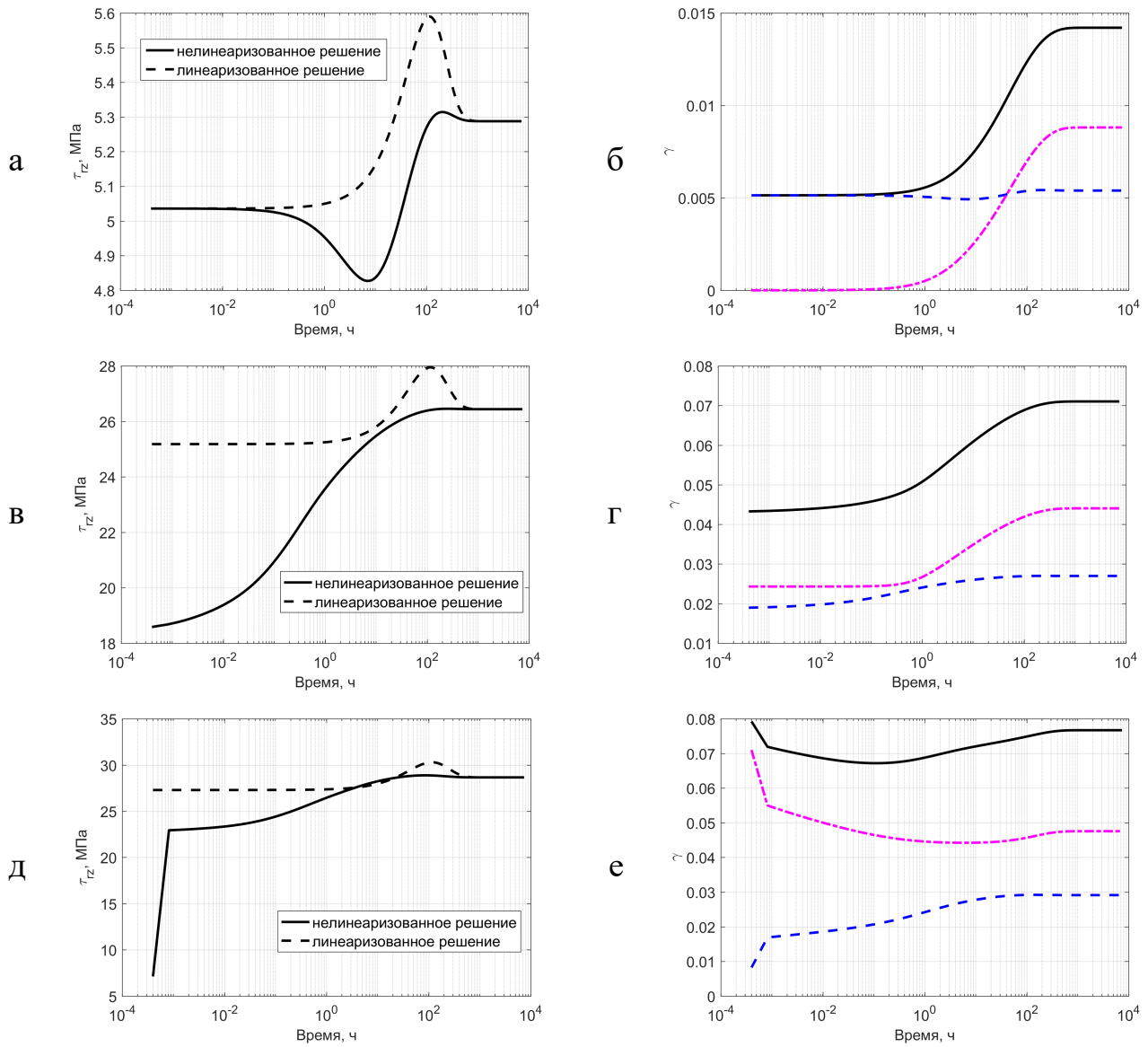


Рис. 11. Сравнение роста касательных напряжений  $\tau_{rz}$  и изменение сдвиговых деформаций  $\gamma$  в адгезиве с течением времени при  $h_z = 40$ : а, б —  $q = 10$  МПа; в, г —  $q = 50$  МПа; д, е —  $q = 54.2$  МПа; линии: сплошная чёрная — полная деформация  $\gamma = \gamma_{el} + \gamma_{cr}$ ; пунктирная синяя — упругая деформация  $\gamma_{el}$ ; штрихпунктирная красная — высокоэластическая деформация  $\gamma_{cr} = \gamma_{cr1} + \gamma_{cr2}$

Максимальный уровень напряжений, при которых возможен расчет составляет в данном случае 54.2 МПа. При этом наблюдается резкое изменение главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ .

Таким образом можно сделать вывод, что рост касательных напряжений ограничивается некоторым максимальным значением, после которого наблюдается их релаксация. Данные выводы полностью совпадают с уточнённым методом пограничного слоя, приведённым в разделе 6.1 по характеру изменения касательных напряжений, но не по их интенсивности. Объясняется это тем, что

работа адгезива моделируется более точно в связи с большим числом КЭ по его высоте.

Тем не менее, полученные результаты значительно отличаются от приведённых в работах проф. А. С. Фрейдина и проф. Р. А. Турусова, как одних из наиболее известных в вопросах расчёта длительной прочности адгезионного соединения, в которых касательные напряжения с течением времени возрастают. Данное расхождение объясняется тем, что в работах проф. А. С. Фрейдина и проф. Р. А. Турусова использована гипотеза, согласно которой сдвиговые деформации ползучести пренебрежимо малы и не учитывались в выводе разрешающих уравнений. Применение данной гипотезы приводит к тому, что в разрешающих уравнениях не учитывают быстрый рост сдвиговых высокоэластических деформаций при высокой интенсивности растягивающего усилия, что позволяет получить решение при более высоких уровнях  $q$ . Кроме того, анализ вышеуказанных трудов показывает, что в них не соблюдается условие на начальном этапе времени  $\tau_{\max} = q/2$ .

Также некоторой косвенной оценкой достоверности полученного решения может служить сравнение результатов решения по нелинеаризованной и линеаризованной теориям. В случае линеаризованной теории, как говорилось ранее, коэффициент релаксационной вязкости  $\eta^*$  принимается постоянным и равным коэффициенту начальной вязкости  $\eta_0^*$  (рис. 11).

Решение по нелинейной теории имеет выраженную неустановившуюся ползучесть на начальном этапе. Решение по линеаризованной теории даёт более высокие максимальные значения касательного напряжения. Однако, и по нелинеаризованной, и по линеаризованной теориям релаксация напряжений наблюдается в один момент и имеет один постоянный во времени уровень. Данные результаты также говорят в пользу их достоверности.

Раздел 6.3 посвящён исследованию прочности адгезионного соединения при различных температурах. Поскольку физико-механические параметры адгезива являются значительными функциями температуры, был проведен расчет НДС адгезионного соединения при интенсивности растягивающего усилия  $q = 10$  МПа и следующих неизменных во времени температурных режимах: 0, 10, 20 и 30 °С. При больших температурах происходило значительное снижение физико-механических параметров, в результате чего задача приобретала геометрическую нелинейность, которая в рамках диссертационной работы не учитывалась. Результаты расчёта изменения касательных напряжений в адгезиве в нелинейной и линеаризованной постановках с течением времени представлены на рис. 12.

Изменение температуры от 0 до 30 °С практически не сказывается на величине максимального напряжения, однако влияет на период, когда стабилизируется максимальное касательное напряжение; при росте температуры напряжение стабилизируется при меньшем времени. Так, при температуре 0 °С время стабилизации напряжения даже выходит за исследуемый период времени.



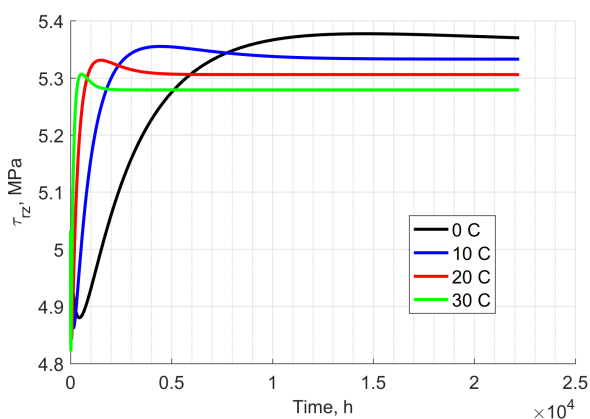


Рис. 12. Изменение интенсивности касательных напряжений при  $q = 10$  МПа и различных температурах

130. Испытания показали среднее арифметическое из абсолютных значений отклонений профиля в пределах базовой длины  $Ra = 1.9295$  мкм. Толщина адгезива при этом составляет  $h^*/2 = 0.09$  мм. Значение параметра  $Ra$  более чем на порядок меньше толщины слоя адгезива, что позволяет говорить о работоспособности применённой конечно-элементной модели и пренебрежения учёта шероховатости в ней.

В качестве адгезива использовано эпоксидное связующее ЭДТ-10, компонентами которой являются КДА / ТЭАТ / Спирт / Ацетон в весовых частях 50/5/30/15.

Для испытания подготовленных образцов на нормальный отрыв использовалась универсальная испытательная машина WP-300 с компьютерной системой сбора и обработки данных GUNT. Для обеспечения постоянства внешних факторов испытания проводились в климатической камере НТКК-1.8/2/2 при постоянной температуре 20 °С. Изготовлены 10 алюминиевых болванок, соединённых эпоксидной смолой.

Выполнена серия испытаний 10 образцов на растяжение, в результате которой получена средняя нагрузка, приводящая к разрушению адгезионного соединения, равная 4.9 кН, что соответствует среднему напряжению в образцах на месте соприкосновения алюминия с эпоксидной смолой равному  $p = 10.8314$  МПа. Исследование образца после испытания демонстрирует явное адгезионное разрушение. Математическое моделирование показало, что разрушающее напряжение при этом составляет  $\tau_{adhesive} = 4.10$  МПа.

Предложен прогноз теоретического времени разрушения. Полученный уровень напряжения  $\tau_{adhesive}$  был принят за допускаемый уровень, превышение которого приводит к разрушению адгезионного соединения. Далее от уровня нагружения, приводящего к моментальному разрушению адгезионного соединения  $F = 4.9$  кН происходило постепенное снижение нагрузки с шагом 0.05 кН. Параллельно путем математического конечно-элементного

В разделе 6.4 приводится экспериментальная апробация расчётной модели. Из алюминиевой болванки изготовлено 10 пар заготовок для соединения их адгезивом. Узкая часть образцов принята такой же, как и в работах проф. А. С. Фрейдина и проф. Р. А. Турусова (ссылка приводится в диссертационной работе), а также во время конечно-элементного моделирования в разделе 6.2, т. е.  $d = 2.4$  см.

Для оценки шероховатости алюминиевых образцов использовался профилометр модели

моделирования определялось теоретическое время разрушения образца. Снижение нагрузки продолжалось до тех пор, пока согласно математической модели или время разрушения не превысит 24 часа, или в результате релаксации максимальные касательные напряжения через некоторый момент времени начнут уменьшать свой уровень в результате чего разрушение не произойдёт вовсе. После определения теоретического времени разрушения были проведены испытания над реальными образцами, результаты которых приведены в табл. 3.

Табл. 3. Результаты проведения испытаний адгезионного соединения на нормальный отрыв

Приложенная растягивающая нагрузка, кН	Теоретическое время разрушения, ч	Фактическое среднее время разрушения, ч	Проведённое количество испытаний, шт	$\delta$ , %
4.90	0.00	0.00	10	0
4.85	2.00	2.10	10	5
4.80	4.50	4.75	10	6
4.75	8.00	8.40	5	5
4.70	11.80	12.50	5	6
4.65	16.50	18.00	3	9
4.60	22.30	24.75	3	11

Анализ полученных результатов показывает, что моделирование адгезионного соединения в пределах 24 часов даёт весьма хорошее согласование теории и эксперимента.

Погрешность определения времени разрушения адгезионного соединения выросла при увеличении теоретического времени разрушения соединения, что может быть связано с многими причинами: снижением количества проводимых испытаний, отличием реальных физико–механических параметров адгезива от заложенных в математической модели, погрешностью в образцах при их заливке, времени отверждения и т. д.

## Заключение

Итоги выполненного исследования:

1. На основе аналитического обзора открытых источников публикаций развито научно–теоретическое представление в области расчёта термовязкоупругих тел, а также обобщены некоторые существующие экспериментальные данные с теоретическими исследованиями, включая общую постановку задач.

2. На основе разработанной методики определения физико–механических параметров уравнения Максвелла–Гуревича в результате обработки кривых релаксации материала получены коэффициенты:

— для эпоксидного связующего ЭДТ–10 — как функции от начальной деформации и температуры;

- для вторичного ПВХ — как функции от температуры;
- для ПЭВП — как функции от доли добавки гидроксиапатита и уровня ионизирующего излучения.

3. Экстраполирована методика определения физико–механических параметров материала, входящих в обобщённое уравнение Максвелла–Гуревича, на элементы конструкций из бетона.

4. Проведено решения ряда модельных задач по оптимизации толстостенных цилиндров:

- В результате моделирования НДС полимерного цилиндра с поиском оптимального закона распределения гидроксиапатита по радиусу, доказано, что возможно получение равнонапряжённого в конце процесса ползучести цилиндра по всем четырём теориям прочности, со снижением в пределах 30 % максимального уровня напряжения по сравнению с неоптимизированным цилиндром.

- На основе двумерной модели решена задача неоднородного цилиндра из ПЭВП под действием внешним осевого давления. Моделирование продемонстрировало значительное снижение ползучести в теле в гораздо более короткий промежуток времени для материала с наибольшим уровнем ионизирующего излучения и введением добавок.

- На основе оптимизации решения модельной задачи определения НДС цилиндра из полимербетона на основе фурфуролацетоновой смолы становится возможным снижение максимального уровня напряжений примерно до 45 %.

5. Решена модельная задача об изменении НДС цилиндрического радиационно-теплового экрана под действием температурного поля, вызванного радиационным разогревом материала.

6. Реализован в пакете программных модулей прямоугольный КЭ при помощи непосредственного интегрирования заданной функции формы, вектор нагрузок которого содержит вклад вынужденных деформаций для практического применения при решении задач ползучести. Проведение ряда оптимизационных решений позволило достичь точности полученного 4-узлового КЭ на уровне не ниже аналогичного 9-узлового численного КЭ

7. Решена модельная задача по определению НДС неоднородного цилиндра конечной длины, извлекаемого из экструдера с учётом теплообмена на границе с окружающей средой при разных вариантах скорости извлечения, которая показала низкий уровень остаточных напряжений, возникающих в теле при полном его охлаждении.

8. Усовершенствованы модели длительной прочности адгезионного соединения в двумерной постановке с учётом развития сдвиговых деформаций ползучести во времени, результатом стало уточнение существующих одномерных моделей по оценке длительной прочности в которых развитием сдвиговых деформаций ползучести пренебрегалось. Новые модели показали, что критический уровень прочности подобного соединения оказывается гораздо ниже,

чем в случае одномерных моделей, при этом деформация ползучести не может развиваться выше некоторого предельного значения.

9. На примере натурального испытания модели адгезионного соединения предложен подход к экспериментально–теоретической оценке длительной прочности модели адгезионного соединения.

### **Основное содержание работы изложено в следующих публикациях:**

— *Научные статьи, опубликованные в журналах, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (ВАК):*

1. **Литвинов, С. В.** Плоская деформация неоднородных многослойных цилиндров с учетом нелинейной ползучести / **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев, С. Б. Языева // Вестник МГСУ. — 2010. — № 1. — С. 128–132.

2. **Литвинов, С. В.** Расчёт цилиндрических тел при воздействии теплового и радиационного нагружений / **С. В. Литвинов**, Ю. Ф. Козельский, Б. М. Языев // Инженерный вестник Дона (электронный журнал). — 2012. — № 3 (21). — С. 615–618. — URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/954>.

3. Языев, С. Б. Реология соляного массива со сферической полостью / С. Б. Языев, Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // Инженерный вестник Дона (электронный журнал). — 2012. — № 4–2. — Номер статьи 178. — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1322>.

4. **Литвинов, С. В.** Осесимметричная термоупругая деформация цилиндра с учетом двухмерной неоднородности материала при воздействии теплового и радиационного нагружений / **С. В. Литвинов**, Ю. Ф. Козельский, Б. М. Языев // Вестник МГСУ. — 2012. — № 11. — С. 82–87.

5. Языев, Б. М. Плоская деформация элементов цилиндрических конструкций под действием физических полей / Б. М. Языев, **С. В. Литвинов**, Ю. Ф. Козельский // Инженерный вестник Дона (электронный журнал). — 2013. — № 2. — Номер статьи 18. — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1616>.

6. Чепурненко, А. С. Расчет внецентренно сжатого железобетонного стержня на ползучесть при различных законах деформирования / А. С. Чепурненко, И. В. Юхнов, Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // Научное обозрение. — 2014. — № 8–3. — С. 935–940.

7. Языев, Б. М. Построение модели равнопрочного толстостенного цилиндра при силовых и температурных воздействиях / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, А. А. Аваков // Научное обозрение. — 2014. — № 9–3. — С. 863–866.

8. Языев, Б. М. Потери предварительного напряжения в железобетонном цилиндре за счет ползучести бетона / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко,

**С. В. Литвинов**, М. Ю. Козельская // Научное обозрение. — 2014. — № 11–2. — С. 445–449.

9. Языев, Б. М. Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженного железобетонного цилиндра с учетом ползучести бетона / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, М. Ю. Козельская // Научное обозрение. — 2014. — № 11–3. — С. 759–763.

10. Языев, Б. М. Расчёт трёхслойной пластинки методом конечных элементов с учётом ползучести среднего слоя / Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, С. Б. Языев // Вестник Дагестан. гос. техн. ун-та. — 2014. — № 2 (33). — С. 47–55.

11. Дудник, А. Е. Нестационарная задача теплопроводности для электрического кабеля с ПВХ изоляцией / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Научно-технический вестник Поволжья. — 2015. — № 6. — С. 49–51.

12. Аваков, А. А. Расчёт железобетонной арки с учётом ползучести бетона / А. А. Аваков, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Инженер. вестник Дона. — 2015. — № 1–2 (34). — Номер статьи 18. — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2795>.

13. Дудник, А. Е. Плоское деформированное состояние полимерного цилиндра в условиях термовязкоупругости / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, А. С. Денего // Инженерный вестник Дона (электронный журнал). — 2015. — № 2–2. — Номер статьи 129. — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063>.

14. Аваков, А. А. Напряженно-деформированное состояние железобетонной арки с учётом ползучести бетона / А. А. Аваков, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Фундаментальные исследования. — 2015. — № 3. — С. 9–14. — URL: <http://www.rae.ru/fs/pdf/2015/3/37075.pdf>.

15. Андреев, В. И. Расчет трехслойной полой оболочки с учетом ползучести среднего слоя / В. И. Андреев, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Вестник МГСУ. — 2015. — № 7. — С. 17–24.

16. Курачев, Р. М. Моделирование напряженно-деформированного состояния корпуса высокого давления с учетом воздействия физических полей / Р. М. Курачев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Современные наукоемкие технологии. — 2016. — № 2–3. — С. 430–434. — URL: <http://top-technologies.ru/ru/article/view?id=35647>.

17. **Литвинов, С. В.** Моделирование термползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. Е. Дудник // Инженер. вестник Дона. — 2016. — № 2 (41). — Номер статьи 29. — URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560>.

18. Чепурненко, А. С. Уточнение решения задачи о длительной прочности адгезионного соединения при нормальном отрыве / А. С. Чепурненко,

**С. В. Литвинов**, С. Б. Языев, Л. С. Сабитов // Строительная механика и расчет сооружений. — 2020. — № 3 (290). — С. 26–31.

19. Гатиев, М. Ш. Расчет остаточных напряжений в полом цилиндре под действием внутреннего давления / М. Ш. Гатиев, Л. И. Лесняк, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Вестник евразийской науки. — 2023. — Т. 15. — № 1. — Номер статьи 03SAVN123. — URL: <https://esj.today/PDF/03SAVN123.pdf>.

20. **Литвинов, С. В.** Определение реологических параметров бетона на основе нелинейного обобщённого уравнения Максвелла–Гуревича / **С. В. Литвинов**, Е. Н. Пищеренко, Л. И. Лесняк, А. С. Фоминых, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко // Вестник евразийской науки. — 2023. — Т. 15. — № 1. — Номер статьи 17SAVN123. — URL: <https://esj.today/PDF/17SAVN123.pdf>.

21. Аль Вали, И. А. А. К вопросу о ползучести полых цилиндров под действием нормального давления / И. А. А. Аль Вали, Л. И. Лесняк, М. Ш. Гатиев, Д. А. Зоалкфл, **С. В. Литвинов** // Системные технологии. — 2023. — № 1 (46). — С. 28–38. — URL: [https://thesystemtechnologies.com/wp-content/uploads/2023/03/1\\_46\\_2023.pdf](https://thesystemtechnologies.com/wp-content/uploads/2023/03/1_46_2023.pdf).

— *Научные статьи, опубликованные в отечественных изданиях, которые входят в международные реферативные базы данных и системы цитирования (BAK, Scopus / Web of Science / CA(pt)):*

22. Дудник, А. Е. Определение реологических параметров поливинилхлорида с учетом изменения температуры / А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Пластические массы / Plasticheskie Massy (\*\*англ. част. International Polymer Science and Technology). — 2016. — № 1–2. — С. 30–33.

23. **Литвинов, С. В.** Теоретическое исследование модифицированных упругих и высокоэластических параметров полиэтилена высокой плотности на основе экспериментальных кривых релаксации / С. В. Литвинов, Л. И. Труш, А. А. Савченко, С. Б. Языев // Известия высших учебных заведений. Химия и химическая технология / Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Khimiya I Khimicheskaya Tekhnologiya. — 2019. — Т. 62. — № 5. — С. 78–83.

24. **Литвинов, С. В.** Исследование напряженно-деформированного состояния цилиндрического тела из модифицированного ПЭВП / С. В. Литвинов, Л. И. Лесняк, С. Б. Языев, И. М. Зотов // Известия высших учебных заведений. Химия и химическая технология / Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Khimiya I Khimicheskaya Tekhnologiya. — 2019. — Т. 62. — № 7. — С. 118–122.

25. Языев, С. Б. Определение реологических параметров полимерных материалов с использованием методов нелинейной оптимизации / С. Б. Языев, А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов** // Строительные материалы и изделия / Construction Materials and Products. — 2020. — Т. 3. — № 5. — С. 15–23.

26. Чепурненко, А. С. Определение реологических параметров бетона при помощи методом нелинейной оптимизации / А. С. Чепурненко, **С. В. Литвинов**, Б. М. Языев // International Journal for Computational

Civil and Structural Engineering. — 2023. — 19(4). — С. 147–154. — DOI: <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2023-19-4-147-154>.

— *Научные статьи, опубликованные в зарубежных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus/ Web of Science:*

27. **Litvinov, S. V.** Flat Axisymmetrical Problem of Thermal Creepage for Thick-Walled Cylinder Made Of Recyclable PVC / **S. V. Litvinov**, L. I. Trush, S. B. Yazyev // *Procedia Engineering*. — 2016. — № 150. — С. 1686–1693. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705816314734>.

28. **Litvinov, S. V.** Some features in the definition of the temperature field in axisymmetric problems / **S. V. Litvinov**, L. I. Trush, A. A. Avakov // 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM. — Proceedings. — 2017. — Номер статьи 8076449. — DOI: 10.1109/ICIEAM.2017.8076449.

29. **Litvinov, S. V.** Optimization of thick-walled spherical shells at thermal and power influences / **S. V. Litvinov**, A. N. Beskopylny, L. I. Trush, S. B. Yazyev // *MATEC Web of Conferences*. — 2017. — Т. 106 (2017). — Номер статьи 04013. — URL: [https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/abs/2017/20/mateconf\\_spbw2017\\_04013/mateconf\\_spbw2017\\_04013.html](https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/abs/2017/20/mateconf_spbw2017_04013/mateconf_spbw2017_04013.html).

30. Yazyev, S. Energy method in solving the problems of stability for a viscoelastic polymer rods / S. Yazyev, M. Kozelskaya, G. Strelnikov, **S. Litvinov** // *MATEC Web of Conferences*. ICMTMTE 2017. — Т. 129 (2017). — Номер статьи 05010. — DOI: 10.1051/mateconf/201712905010. — URL: [https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/pdf/2017/43/mateconf\\_icmtmte2017\\_05010.pdf](https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/pdf/2017/43/mateconf_icmtmte2017_05010.pdf).

31. Trush, L. Optimization of the Solution of a Plane Stress Problem of a Polymeric Cylindrical Object in Thermoviscoelastic Statement / L. Trush, **S. Litvinov**, N. Zakieva, S. Bayramukov // *International Scientific Conference Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport EMMFT 2017. — Advances in Intelligent Systems and Computing*. — 2018. — Т. 692. — С. 885–893. — DOI: [doi.org/10.1007/978-3-319-70987-1\\_95](https://doi.org/10.1007/978-3-319-70987-1_95). — URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-70987-1\\_95](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-70987-1_95).

32. **Litvinov, S.** Forecasting the Strength of an Adhesive Bond Over a Long Period of Time / **S. Litvinov**, A. Zhuravlev, S. Bajramukov, S. Yazyev // *International Scientific Conference Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport EMMFT 2017. — Advances in Intelligent Systems and Computing*. — Т. 692. — С. 902–907. — DOI: 10.1007/978-3-319-70987-1\_97. — URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-70987-1\\_97](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-70987-1_97).

33. **Litvinov, S. V.** Determination of physic and mechanical parameters of high-density polyethylene based on relaxation curves due to the presence of hydroxyapatite and ionizing radiation / **S. V. Litvinov**, S. B. Yazyev, D. A. Vysokovskiy // *MATEC Web of Conferences*. — EDP Sciences, 2018. — Т. 196.

—Номер статъи 01013. —DOI: 10.1051/mateconf/201819601013. —URL: [https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/abs/2018/55/mateconf\\_rsp2018\\_01013/mateconf\\_rsp2018\\_01013.html](https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/abs/2018/55/mateconf_rsp2018_01013/mateconf_rsp2018_01013.html).

34. **Litvinov, S. V.** Buckling of glass reinforced plastic rods of variable rigidity / **S. V. Litvinov**, S. B. Yazyev, I. I. Rudchenko, G. S. Molotkov // Materials Science Forum. —2018. —T. 931. —C. 133–138. —DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.931.133. —URL: <https://www.scientific.net/MSF.931.133>.

35. **Litvinov, S. V.** Determination of the Stress-Strain State of a Rotating Polymer Body / **S. V. Litvinov**, L. I. Trush, S. B. Yazyev // Materials Science Forum. —2018. —T. 935. —C. 121–126. —DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.935.121. —URL: <https://www.scientific.net/MSF.935.121>.

36. **Litvinov, S. V.** Effecting of Modified HDPE Composition on the Stress–Strain State of Constructions / **S. V. Litvinov**, B. M. Yazyev, M. S. Turko // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. —IOP Publishing, 2018. —T. 463. —№ 4. —Номер статъи 042063. —DOI: 10.1088/1757-899X/463/4/042063. —URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/463/4/042063/meta>.

37. **Litvinov, S.** Approbation of the Mathematical Model of Adhesive Strength with Viscoelasticity / **S. Litvinov**, X. Song, S. Yazyev, A. Avakov // Key Engineering Materials. —2019. —T. 816. —C. 96–101. —DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.816.96. —URL: <https://www.scientific.net/KEM.816.96>.

38. Yanukyan, E. G. Calculation of the three-layer cylindrical shells taking into account the creep of the middle layer / E. G. Yanukyan, E. O. Lotoshnikova, A. S. Chepurnenko, B. M. Yazyev, **S. V. Litvinov** // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. —IOP Publishing, 2020. —T. 913. —№ 2. —Номер статъи 022010. —DOI: 10.1088/1757-899X/913/2/022010. —URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/913/2/022010>.

39. Yazyev, S. Rheological Aspects of Multilayered Thick–Wall Polymeric Pipes under the Influence of Internal Pressure / S. Yazyev, **S. Litvinov**, A. Dudnik, I. Doronkina // Key Engineering Materials. —2020. —T. 869. —C. 209–217. —URL: <https://www.scientific.net/KEM.869.209.pdf>.

40. Chepurnenko, A. S. Combined use of contact layer and finite-element methods to predict the long-term strength of adhesive joints in nirmal separation / A. S. Chepurnenko, **S. V. Litvinov**, S. B. Yazyev // Mechanics of composite materials. —2021. —T. 57. —№ 3. —C. 501–516. —DOI: 10.1007/s11029-021-09959-w.

41. Chepurnenko, A. Optimization of Thick-Walled Viscoelastic Hollow Polymer Cylinders by Artificial Heterogeneity Creation: Theoretical Aspects / A. Chepurnenko, **S. Litvinov**, B. Meskhi, A. Beskopylny // Polymers. —2021. —T. 13. —Номер статъи 2408. —DOI: 10.3390/polym13152408. —URL: <https://doi.org/10.3390/polym13152408>.



42. **Litvinov, S.** Determination of rheological parameters of polymer materials using nonlinear optimization methods / **S. Litvinov**, S. Yazyev, A. Chepurnenko, B. Yazyev // Lecture Notes in Civil Engineering. — 2021. — Т. 130 LNCE. — С. 587–594. — DOI: 10.1007/978-981-33-6208-6\_58.

43. Shorstov, R. Improving the Calculation of Variable Cross Section Compressed Wooden Bars Stability / R. Shorstov, A. Chepurnenko, L. Sabitov, B. Yazyev, **S. Litvinov** // Innovations and Technologies in Construction. BUILDINTECH BIT 2022. Lecture Notes in Civil Engineering. — 2023. — Т. 307. — С. 253–260. — URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-20459-3\\_32](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-20459-3_32).

44. Zoalkfl, D. Determination of temperature fields and stresses during the construction of a massive monolithic foundation slab of a wind turbine tower / D. Zoalkfl, A. Chepurnenko, B. Yazyev, A. Ishchenko, **S. Litvinov** // E3S Web of Conferences. — 2023. — Т. 402. — С. 12002. — URL: [https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/abs/2023/39/e3sconf\\_transsiberia2023\\_12002/e3sconf\\_transsiberia2023\\_12002.html](https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/abs/2023/39/e3sconf_transsiberia2023_12002/e3sconf_transsiberia2023_12002.html).

45. **Litvinov, S.** Investigating of the Residual Stresses During the Extraction of a Polymer Product from an Extruder / **S. Litvinov**, D. Vysokovsky, L. Lesnyak // Innovations and Technologies in Construction. BUILDINTECH BIT 2022. Lecture Notes in Civil Engineering. — 2023. — Т. 307. — С. 97–105. — DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-20459-3\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20459-3_13). — URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-20459-3\\_13](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-20459-3_13).

— *Публикации в иных научных изданиях:*

46. **Литвинов, С. В.** Равнопрочные и равнонапряжённые конструкции: преимущества и недостатки / **С. В. Литвинов**, А. С. Чепурненко, Л. И. Труш // Строительство-2014. Современные проблемы промышленного и гражданского строительства: материалы международной научно-практической конференции: тезисы докладов. — Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2014. — С. 190–192.

47. **Литвинов, С. В.** Модели равнопрочного толстостенного цилиндра при термосиловых воздействиях / **С. В. Литвинов**, А. С. Чепурненко, А. А. Аваков, С. Б. Языев // Строительство-2014. Современные проблемы промышленного и гражданского строительства: материалы международной научно-практической конференции: тезисы докладов. — Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2014. — С. 206–208.

48. **Литвинов, С. В.** Особенности расчёта бетонных цилиндрических тел под температурным нагружением / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш // Строительство и архитектура-2015. Институт градостроительства и архитектуры: материалы международной студенческой научно-практической конференции: тезисы докладов. — Ростов-на-Дону: РИСИ, 2015. — С. 115–117.

49. Чепурненко, А. С., Оптимизация толстостенной сферической оболочки при термосиловых воздействиях / А. С. Чепурненко, Б. М. Языев,

**С. В. Литвинов**, А. Н. Бескопыльный // Качество. Инновации. Образование. — 2016. — № 8–10 (135–137). — С. 129–132.

50. **Литвинов, С. В.** Прогнозирование прочности адгезионного соединения в течение длительного периода времени / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, Е. Н. Пищеренко, А. А. Аваков // Новые полимерные композиционные материалы: материалы XIII Международной научно-практической конференции, посв. памяти выдающегося ученого России в области высокомолекулярных соединений, заслуженного деятеля науки Российской Федерации и Кабардино-Балкарской республики Микитаева А. К. — Нальчик: Кабардино-Балкарский гос. ун-т им. Х. М. Бербекова, 2017. — С. 162–167.

51. Труш, Л. И. Оптимизация решения плоской задачи полимерного цилиндрического тела в термовязкоупругой постановке / Л. И. Труш, **С. В. Литвинов**, Е. Н. Пищеренко, А. Е. Дудник // Новые полимерные композиционные материалы: материалы XIII Международной научно-практической конференции, посв. памяти выдающегося ученого России в области высокомолекулярных соединений, заслуженного деятеля науки Российской Федерации и Кабардино-Балкарской республики Микитаева А. К. — Нальчик: Кабардино-Балкарский гос. ун-т им. Х. М. Бербекова, 2017. — С. 246–253.

52. **Литвинов, С. В.** Напряжённо-деформированное состояние тел вращения в вязкоупругой постановке / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. А. Аваков // Строительство и архитектура — 2017. Факультет промышленного и гражданского строительства: материалы научно-практической конференции (Ростов-на-Дону, 28–30 ноября 2017 г.). — Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2017. — С. 186–194.

53. **Литвинов, С. В.** Определение напряженно-деформированного состояния вращающегося полимерного тела / **С. В. Литвинов**, Л. И. Труш, А. А. Савченко, Б. М. Языев // Новые полимерные композиционные материалы. Микитаевские чтения: материалы XIV Международной научно-практической конференции [г. Нальчик, 4–8 июля 2018 г.]. — Нальчик: Издательство «Принт центр», 2018. — С. 112–117.

54. Лесняк, Л. И. Моделирование остаточных напряжений в полимерном цилиндре, возникающих от вращения и остывания исходного материала / Л. И. Лесняк, Б. М. Языев, **С. В. Литвинов** // Новые полимерные композиционные материалы. Микитаевские чтения: материалы XVI Международной научно-практической конференции. — Нальчик: Издательство «Принт Центр», 2020. — С. 245–250.

55. **Литвинов, С. В.** Напряжённо-деформированное состояние адгезионного соединения / С. В. Литвинов, Б. М. Языев, Е. Н. Пищеренко // Актуальные проблемы науки и техники. 2022. Материалы Всероссийской (национальной) научно-практической конференции. Отв. редактор Н. А. Шевченко. — Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2022. — С. 680–681.

— Авторские свидетельства на программу для ЭВМ:

56. Определение напряжённо-деформированного состояния бетонных тел цилиндрической формы под действием физических полей и механического давления: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2015611914 / Языев Б. М., **Литвинов С. В.**, Пучков Е. В., Чепурненко А. С.; Рост. гос. строит. ун-т. — № 2014662825; заявл. 11.12.2014; зарег. 09.02.2015.

57. Оптимизация толстостенных цилиндрических и сферических оболочек, испытывающих температурное и силовое воздействие: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2015611906 / Языев Б. М., **Литвинов С. В.**, Пучков Е. В., Чепурненко А. С.; Рост. гос. строит. ун-т. — № 2014662800; заявл. 10.12.2014; зарег. 09.02.2015.

58. Моделирование адгезионного соединения на нормальный отрыв двух цилиндрических дисков: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2018616951 / **Литвинов С. В.**, Дудник А. Е., Аваков А. А., Труш Л. И.; Дон. гос. техн. ун-т. — № 2018614101; заявл. 24.04.2018; зарег. 09.06.2018.

59. Расчёт двухслойных армоцементных оболочек на силовые и температурные воздействия в условиях пожара: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2020619374 / Журтов А. В., **Литвинов С. В.**, Хежев Т. А., Чепурненко А. С., Языев С. Б.; Кабардино-Балкарский гос. ун-т. — № 2020617814; заявл. 27.07.2020; зарег. 17.08.2020.

60. Расчёт остаточных напряжений при производстве изделий, имеющих форму вращения: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2020660684 / Хаширова С. Ю., Лесняк Л. И. **Литвинов С. В.**, Языев С. Б., Молоканов Г. О., Чепурненко А. С.; Кабардино-Балкарский гос. ун-т. — № 2020617798; заявл. 27.07.2020; зарег. 09.09.2020.