Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»

А.И. Цаплин

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Утверждено
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета
2014

УДК 001(075.8)
Ц17

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *С.Ю. Хрипченко*,
(Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь);
канд. техн. наук *Д.С. Балабанов*
(Лысьвенский филиал Пермского национального
исследовательского политехнического университета)

Цаплин, А.И.
Ц17 Основы научных исследований в технологии машиностроения : учеб. пособие / А.И. Цаплин. – Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – 228 с.

ISBN 978-5-398-01349-8

Рассмотрены основы научных исследований, необходимые для изучения дисциплин в техническом вузе при подготовке бакалавров по направлению «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». Дана математическая формулировка задач стохастического и детерминированного моделирования, сложного теплообмена, рассмотрены основы теории подобия, а также основы вычислительного компьютерного эксперимента. Представлены варианты заданий для самостоятельного изучения, тест для самоконтроля уровня обученности.

Предназначено для студентов технических вузов. Может быть полезным для аспирантов и преподавателей вузов.

УДК 001(075.8)

ISBN 978-5-398-01349-8

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Оптимизация технологических процессов обработки материалов в машиностроении, связанных с переносом тепловой энергии, предъявляет все более сложные требования к расчету энергетических характеристик. Детальное описание стохастических процессов теплообмена, обеспечивающее надежное совпадение расчетных данных с результатами экспериментов, возможно на основе моделирования и современного вычислительного эксперимента на компьютере.

Проведение теплофизических расчетов предполагает использование инженерных методов расчета, основанных на теории подобия и моделирования.

Значительное внимание уделяется выработке практических навыков планирования эксперимента, оценке погрешностей, обработке экспериментальных данных.

Сложность задач, решаемых при проведении научных исследований, обусловливает применение компьютерных технологий. Поэтому для современного исследователя важно не только умение использовать различные пакеты прикладных программ, позволяющих проводить обработку экспериментальных данных и моделирования процессов, но и понимание проблем вычислительного эксперимента.

Выводы, полученные в результате проведения исследования, должны найти практическое применение в организации технологического процесса или в конструкции оборудования. Такие выводы могут быть как организационно-технического характера, так и иметь отношение к изобретательской деятельности. Последнее обстоятельство указывает на необходимость владения специалистом умениями оформления результатов исследования, в том числе заявок на изобретения.

Учебное пособие предназначено для методического обеспечения подготовки студентов (бакалавров) по дисциплине «Основы научных исследований в технологии машиностроения» в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 151900.62 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Цель дисциплины «Основы научных исследований в технологии машиностроения» – вооружить студентов теоретическими знаниями и практическими навыками проведения научных исследований в машиностроении, а также методиками обработки и анализа данных теоретико-экспериментальных исследований.

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:

• способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения, культурой мышления (ОК-1);

• способность к саморазвитию, повышению квалификации и мастерства (ОК-6);

• способность критически оценивать свои достоинства и недостатки, намечать пути и выбирать средства развития достоинств и устранения недостатков (ОК-7);

• способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10).

Основная задача учебного пособия состоит в том, чтобы в рамках предлагаемого курса не только познакомить студентов технического университета с основами предмета, но и вызвать у них интерес к методам теоретических и экспериментальных исследований, научить оценивать спектр ошибок, применяя известный программный продукт и разрабатывая собственные программы для решения конкретных научных задач.

Небольшой объем учебного пособия обусловил ограничения при изложении методов научных исследований в машиностроении и заставил прибегнуть к физическому уровню строгости изложения. Сознательный уход от подробного изложения материала предполагает акцент на практическом решении задач, самостоятельной работе с углубленным изучением предмета, которую можно продолжить, пользуясь приведенным списком литературы.

Самотестирование осуществляется по контрольным вопросам, которые приведены в конце каждого раздела учебного пособия, в заключение дан пример теста для проверки уровня обученности.

1. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Слово *методология* образовано из двух греческих слов: *methodos* – путь исследования, познания и *logos* – понятие, учение. Таким образом, одним из вариантов толкования слова «методология» может быть «учение о пути исследования».

В широком смысле слова *методология* – это совокупность наиболее общих мировоззренческих положений и принципов, обусловливающих личностную позицию исследователя, а также научное обоснование методов познания исследуемых явлений и процессов объективной действительности. Проще говоря, *методология* – это система принципов, методов, правил организации и проведения теоретико-экспериментальной деятельности по выбранному научному направлению, например, в области машиностроения.

Известны несколько *уровней методологии* – гносеологический, мировоззренческий, научно-содержательный, логико-гносеологический, методологический. Последний определяет знания о различных методах, опираясь на которые можно осуществить обработку результатов теоретико-экспериментальной деятельности.

Любое научное исследование состоит в том, чтобы обнаружить, сформулировать и решить некоторый комплекс взаимосвязанных теоретических или практических задач, который составляет *научную проблему*.

Проблема обычно возникает как следствие обострения объективных противоречий между достигнутым объемом и уровнем научных знаний и необходимостью решения новых научно-исследовательских или практических производственных задач.

Для решения проблемы предпринимаются специальные научные исследования. Под научным исследованием в широком смысле следует понимать комплекс теоретических построений и экспериментальных операций, выполняемых в отношении объекта (процесса) исследований для определения его свойств и закономерностей поведения с целью их познавательного или практического применения.

Способы исследования, а также способы подхода к изучаемым явлениям, планомерный путь научного познания и установления истины называют *методами*. Различают *следующие методы исследований*: всеобщий метод, общенаучные методы и конкретно-научные (частные) методы.

Всеобщий метод – это метод познания мира и конкретных объектов вообще вне зависимости от их физической природы. Таким единственно правильным и последовательно научным методом является *диалектический метод*.

1.1. Основные этапы развития науки

Истоки науки уходят своими корнями в практику ранних человеческих обществ, в которой нераздельно соединялись познавательные и производственные моменты. Первоначальные знания носили практический характер, исполняя роль методических руководств конкретными видами человеческой деятельности.

В странах Древнего Востока (*Египет*, *Индия*, *Китай*) было накоплено значительное количество такого рода знаний, которые составляли важную предпосылку для будущей науки. В этот период появляются первые признаки институциализации науки – процесса, связанного с организацией исследований и воспроизводства субъекта научной деятельности. Этот процесс сопровождается возникновением и консолидацией ученых сообществ, научно-исследовательских и специальных учебных заведений. Уже в Древнем Египте существовало своеобразное высшее научное учреждение – «дом жизни», где накапливались наиболее ценные достижения производства и интеллектуального труда.

Спецификой греческой философии, особенно в начальный период ее развития, является стремление понять сущность природы, космоса, мира в целом. Первые греческие философы – Фалес, Анаксимандр, Анаксимен, несколько позднее – пифагорейцы, Гераклит, Эмпедокл и другие – размышляют о происхождении мира, его строении, пытаются постигнуть его начала и причины. Не случайно их так и называли – «физиками», от греческого слова «фюсис» –

природа. Направленность интереса ранних греческих мыслителей определялась в первую очередь характером древнегреческой мифологии, традиционных языческих верований и культов. Греческая мифология была религией природы, и одним из важнейших вопросов в ней был вопрос о происхождении мира. Существенное различие между мифологией и философией состояло, однако, в том, что миф повествовал, кто родил все сущее, а философ спрашивал, из чего оно произошло. Гомер в «Илиаде» рассказывает о рождении богов от Океана и Тефиды; в других вариантах мифа у истоков всего сущего стоят Царица Ночь, Мать Земля, подземная река Стикс. В «Теогонии» Гесиода читаем, что раньше всего возник Хаос, затем Земля, Тартар (подземное царство) и Эрос – любовное влечение. Хаос породил Ночь и Мрак, от их любовного союза возникли День и Эфир.

Ранние греческие философы ищут некое первоначало, фюсис, из которого все произошло: у Фалеса это – вода, у Анаксимена – воздух, у Гераклита – огонь, у Анаксимандра – «беспредельное», которое, судя по всему, мыслилось и как «стихия», и как некоторое первовещество. Философское мышление по возможности ищет рациональные (или представляющиеся таковыми) объяснения происхождения мира и его сущности, отказываясь (хотя в начале и не полностью) от характерных для мифологии персонификаций, а тем самым от образа «порождения». На место «порождения» становится «причина», которая постепенно ко времени Аристотеля расщепляется на четыре разных вида причин. У Гесиода говорится просто: Хаос родил Мрак, Земля и Небо родили богов и т.д. Аристотель же расщепляет этот акт, вводя четыре причины любой вещи: 1) кто родил? – действующая причина (отец); 2) зачем родил? – целевая причина; 3) из чего родил? – материальная причина (мать); 4) по образцу чего родил? – формальная причина (отцовский род, генетический код отца).

Однако рационализация вступает в свои права постепенно: первоначально природа понимается как начало живое и творящее; само слово «фюсис» происходит от глагола «juw», что значит «рождать», «взращивать». Еще у Фалеса все полно богов, демонов и душ; мир –

живое целое, и души в нем – не что-то внешнее, а его органические порождения. Тут опять-таки видны следы языческой мифологии с ее бесчисленными духами гор и полей, лесов, рек и морей, источников и ручьев, которые, с одной стороны, отождествлялись с силами природы, а с другой – персонифицировались и представлялись в виде русалок, леших, демонов, оборотней и т.д., стоящих над природой и управляющих ею. Само «первоначало» – вода, воздух, огонь – представляло собой не просто вещество, как его понимает современная физика или химия, а нечто такое, из чего возникает живая природа и все населяющие ее одушевленные существа. Поэтому вода и огонь здесь – это своего рода метафоры, они имеют и прямое, и переносное, символическое значение. Так, например, для греческих натурфилософов характерен вопрос: чем мы мыслим – кровью, воздухом или огнем? Разумеется, говоря о том, что мы мыслим, допустим, огнем, натурфилософ хотел показать, что из всех природных стихий огонь – самая легкая и подвижная, «живая», и в этом его сходство с мышлением: ведь наша мысль не знает пространственных границ и в одно мгновение может достигать самых отдаленных предметов. Но ведь это – метафора, аналогия, а не логическое понятие. А всякая метафора фиксирует только одну сторону явления, и потому любое явление можно описать с помощью бесчисленного множества метафор, поскольку оно имеет бесчисленное множество сторон. Далее, метафорическое мышление не может быть доказывающим. Натурфилософ может скорее показать, чем доказать. Так, когда Фалес говорил, что все из воды, он мог в качестве аргумента лишь указать на живые существа, которые не могут существовать без влаги.

Уже у первых «физиков» философия мыслится как наука о причинах и началах всего сущего. И хотя в качестве начала каждый из них предлагает свое, однако само требование восходит к началам и из них объясняет устройство космоса, человека, познания – это требование в основном сохраняется у большинства греческих мыслителей.

Практически полезные знания о численных отношениях и свойствах различных геометрических фигур накапливались столетиями.

Однако только древние греки превратили их в систему научных знаний, придали высокую ценность обоснованным и доказательным знаниям, безотносительно к возможности их непосредственного практического использования.

В V–VI вв. до н.э. в Древней Греции институциализация проявилась в деятельности софистов («учителей мудрости»). Обусловленные напряженной политической борьбой постоянные дебаты в народном собрании и суде порождали интерес к вопросам права, государства, морали, познания и потребность в овладении искусством красноречия (риторикой) и спора (эристикой). Эта потребность удовлетворялась софистами, разъезжавшими из города в город и за деньги – иногда очень большие – обучавшими всех желающих овладеть искусством. Софисты провозгласили идеал всеобщего образования, которое охватывало не только риторику, но и право, философию, историю, естественные науки. Позже возникли весьма авторитетные научно-философские и учебные заведения – Академия Платона, Лицей Аристотеля.

Древнегреческая наука (*Демокрит, 460–370 гг. до н. э.; Аристотель 384–322 гг. до н. э*) дала первые описания закономерностей природы, общества и мышления. В практику мыслительной деятельности была введена система абстрактных понятий, появилась традиция поиска объективных законов мироздания и др. Этот период ознаменовался созданием первых теоретических систем в области геометрии (*Евклид, III в. до н. э.*), механики (*Архимед, 287–212 гг. до н. э.*) и астрономии (*Птолемей, II в. до н. э.*).

Образование крупных эллинистических монархий в III в. до н.э. существенно изменило условия развития науки. Значительная часть философов и ученых жила теперь при дворах эллинистических правителей на их содержании или пользовалась их милостями. В Александрии при поддержке правительства Птолемеев, стремящихся к приданию еще большего блеска своей столице, была основана знаменитая библиотека (в ней было собрано около полумиллиона рукописей) и Мусейон (греч. Museion – храм муз). Последний представлял собой совокупность научных и учебных заведений, имел астрономическую лабораторию, зоологический и ботанический сады, анатомический театр и другие службы для проведения экспериментальных исследований. Сотрудники Мусейона работали на профессиональной основе, получали от государства содержание и не платили податей. Здесь творили Евклид, Эрастосфен и многие другие.

Христианская церковь канонизировала накопленные человечеством знания, установила приобретший силу государственного закона запрет на свободное научное творчество, которое служило источником прогресса античного общества. В 529 г. при византийском императоре Юстиниане как оплот язычества была закрыта выросшая из платоновской Академии и просуществовавшая почти тысячу лет Афинская школа – центр античной науки того времени. Вместе с неоплатоновскими академиками-философами, изгнанными из отечественного храма науки в Персию, на Восток перемещается и мировой центр научной активности.

В эпоху Средневековья огромный вклад в развитие науки внесли ученые Арабского Востока и Средней Азии (Ибн Сина, 970–1037 гг.; Бируни, 973–1048 гг. и др.), сумевшие сохранить и развить древнегреческие традиции, обогатив науку в ряде областей знания: медицине, философии, математике, астрономии, физике, геологии, истории и др.

А. Койре напоминал о важнейшей роли арабского мира в том, что бесценное наследие античного мира было усвоено и передано далее Западной Европе: «…Именно арабы явились учителями латинского Запада. Первые переводы греческих философских научных трудов на латинский язык были осуществлены не непосредственно с греческого, а с арабских версий, это произошло не только потому, что на Западе не было больше уже – или еще – людей, знающих древнегреческий язык, но и потому, что не было способных понять такие трудные книги, как «“Физика или Метафизика” Аристотеля или “Альмагест” Птолемея».

Оживление научной жизни в Византии наметилось лишь в середине IX в. В Константинополе возникает высшая школа (университет), которой руководит Лев Математик. Преподавание в нем строилось по античному образцу, программа предусматривала изучение «семи свободных искусств»: тривиума (грамматики, риторики, диалектики) и квадривиума (арифметики, геометрии, астрономии, музыки).

В Европе в это время получила широкое развитие схоластика, алхимия и астрология.

Схоластика – тип религиозной философии, характеризующийся принципиальным подчинением примату теологии (богословию), соединением догматических предпосылок с рационалистической методикой и особым интересом к формально-логической проблематике.

Алхимия – своеобразное явление культуры, получившее широкое распространение в эпоху позднего Средневековья. Своей главной задачей алхимики считали превращение неблагородных металлов в благородные с помощью «философского камня». Алхимия заложила традиции опытного изучения веществ и создала почву для возникновения химии.

Астрология – это учение, согласно которому по расположению небесных светил возможно предсказать исход предпринимаемых действий, а также будущее отдельных людей и целых народов. Астрология стимулировала на определенном этапе развитие наблюдательной астрономии и содействовала развитию ее опытной базы.

Несколько позже появляются университеты в Европе. Старейшими среди них явились Болонский (1119 г.), Парижский (1160 г.), Оксфордский (1167 г.), Кембриджский (1209 г.), Падуанский (1222 г.), Неаполитанский (1224 г.). Они были не только учебными, но и научными центрами.

Примерно в 1440 г. И. Гутенбергом изобретен европейский способ книгопечатания, что привело к переходу от переписывания книг от руки к тиражному производству, это был качественный скачок в истории книжного дела и всей мировой культуры. Создаются возможности быстрого закрепления и массового распространения результатов научных исследований. К 1500 г. в Европе насчитывалось более 50 тыс. различных сочинений.

В современном понимании наука начала складываться в XVI – XVII вв. В этот период было подорвано господство религиозного мышления, и наука начала превращаться в самостоятельный фактор духовной жизни. Именно тогда кроме наблюдения наука берет на вооружение эксперимент как ведущий метод исследования.

В 1603 г. в Риме создается первая академия наук – Академия Деи Личеи (дословно «рысьеглазых»), членом которой был Г. Галилей. В 1660 г. основан один из ведущих центров Европы – Лондонское королевское общество. С 1665 г. оно издает «Философские записки» – один из старейших научных журналов мира. Оценка наиболее значимых результатов научного творчества от имени профессионального журнала становится нормой.

Успехи этого времени (*Галлией* 1564–1642 *гг.*, *Декарт* 1595–1650 *гг.*, *Ньютон* 1643–1727 *гг. и др.*) привели к тому, что наука стала выступать как высшая культурная ценность. Именно тогда произошла первая научная революция, приведшая к формированию механистической картины мира.

В середине XIX в. происходят значительные изменения в организации исследований (прежде всего химических и физических). На смену ученым-одиночкам и традиционным кабинетам приходят научно-исследовательские лаборатории, при которых проводят коллоквиумы. Первые лаборатории были открыты при университетах – Лейпцигском, Геттингенском, Гейдельбергском и др. В России первая лаборатория была организована в 1872 г. по инициативе физика А.Г. Столетова. Впоследствии многие лаборатории преобразуются в научно-исследовательские институты. Создаются предпосылки для формирования научных школ.

Рождение современной науки связано с возникновением университетских исследовательских лабораторий, привлекающих к своей работе студентов, а также с проведением исследований, имеющих важное прикладное значение. Новая модель образования в качестве важнейшего последствия для остальной культуры имела появление на рынке таких товаров, разработка которых предполагает доступ к научному знанию. Например, с середины XIX в. на мировом рынке появляются удобрения, ядохимикаты, взрывчатые вещества, электротехнические товары и т.д.

На рубеже XIX – XX в. открытие электрона и радиоактивности, а также появление теории относительности Эйнштейна привело к кризису классической науки и, прежде всего к краху механистического мировоззрения. Кризис разрешился новой революцией. В науке резко возрос объем коллективного труда, появилась прочная взаимосвязь с техникой.

1.2. Законы развития техники

Развитие техники происходит согласно законам диалектики, при этом собственно *законы техники* можно разделить на две группы:

1) *законы организации систем* (определяют жизнеспособность системы);

2) *законы эволюции систем* (определяют развитие систем).

Наиболее общие из законов диалектики следующие:

1. *Закон единства и борьбы противоположностей* характеризует одно из основных понятий теории решения изобретательских задач – *противоречие*.

2. *Закон перехода количественных изменений в качественные* вскрывает общий механизм развития. Учёт закона перехода количественных изменений в качественные происходит на этапе выбора задачи и прогнозирования развития систем.

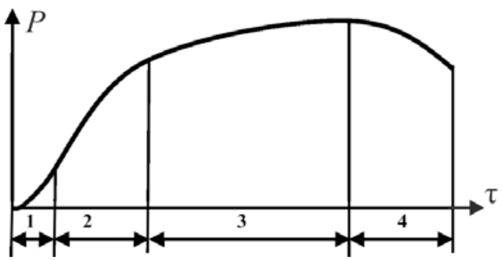

Рис. 1.1. Кривая развития технических систем: *1* – «зарождение» системы (появление идеи и опытных образцов); *2* – промышленное изготовление системы и доработка системы в соответствии с требованиями рынка; *3* – незначительная доработка системы; *4* – ухудшение определенных параметров системы

Любая система (в том числе и техническая) проходит несколько этапов своего развития (рис. 1.1). Участок *3* свидетельствует о появлении в системе некоторых противоречий. Прекращение роста данной системы (участок *4*) не означает прекращение прогресса в этой области. Появляются новые более совершенные системы – происходит скачок в развитии (рис. 1.2, *а*). Это типичный пример проявления закона перехода количественных изменений в качественные. На смену системе *1* приходит система *2*. Скачкообразное развитие продолжается – появляются системы *3*, *4* и т.д. Общий прогресс в отрасли отражается касательной (пунктирная линия) данным кривым (рис. 1.2, *б*).

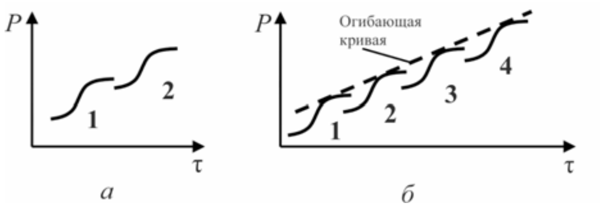

Рис. 1.2. Развитие технических систем:
а – скачкообразное развитие; *б* – общий прогресс отрасли

3. *Закон отрицания отрицания* (процесс развития происходит по спирали, но на более высоком уровне с применением новых элементов, материалов, технологий и т.д.).

К законам *организации систем* относятся:

4. *Закон полноты частей системы*: необходимым условием принципиальной жизнеспособности технической системы является наличие и минимальная работоспособность основных частей системы. Чтобы техническая система была управляемой, необходимо, чтобы хотя бы одна её часть была управляемой.

5. *Закон «энергетической проводимости» системы*: необходимым условием принципиальной жизнеспособности технической системы является сквозной проход энергии по всем частям системы.

6. *Закон согласования ритмики системы*: необходимым условием принципиальной жизнеспособности технической системы является согласование ритмики (частоты колебаний, периодичности) всех частей системы.

1.3. Наука и ее роль в деятельности человека

Наука является одной из важнейших составляющих деятельности человека, без которой невозможен технический прогресс. Например, в области машиностроения можно говорить об обеспечении *оптимального уровня качества продукции*, т.е. при суммарных затратах на создание и последующую эксплуатацию изделия, стремящихся к своему минимуму (min→0), вероятность безотказной работы изделия должна стремиться к своему максимуму (max→1). Обеспечить минимальные затраты на создание изделия возможно внедрением в производство современных ресурсосберегающих технологий, технологических приемов, методов и способов, созданных на научной основе. Целью научной деятельности является решение задачи, как правило, прикладного характера, которое позволит, например, усовершенствовать технологию, а в результате повысить ее технико-экономическую эффективность, критериями которой могут выступать качество и производительность.

В прямом смысле слова *наука* – это то, чему можно научить или научиться, т. е. передать либо получить знание и умение, либо добыть это знание и умение самому. *Наука* – как термин в современном русском языке имеет четыре значения:

1) *Наука* – сфера человеческой деятельности, направленной на получение новых знаний о природе, обществе и мышлении.

2) *Наука* – сфера исследовательской деятельности людей, систематизации объективных данных о реальном мире, а также открытие и выработка новых данных.

3) *Наука* – непрерывно развивающаяся система знаний объективных законов природы, общества и мышления, которая сохраняется и развивается усилиями ученых.

4) *Наука* – сфера человеческой деятельности, функция которой заключается в накоплении и обработке объективных знаний о действительности.

Под человеческой деятельностью подразумевается деятельность *ученых*, т.е. людей, изучающих закономерности явления или процесса, которые объективно существуют, но еще не познаны или не до конца познаны. Оценка деятельности ученого в области машиностроения имеет (в России) три степени – магистр техники и технологии, кандидат технических наук, доктор технических наук.

Из существующего перечня наук по отраслям знаний – естественные, общественные, гуманитарные, технические, последние обеспечивают прямую связь с производством. *Технические науки* – специфическая система знаний о способах функционирования тех или иных технических объектов и систем, а также о методах конструкторско-технической деятельности.

Технические науки делятся на *фундаментальные* и *прикладные*. *Фундаментальные* исследования открывают новые явления и закономерности, а *прикладные* направлены на решение технической проблемы при известной заранее закономерности протекания того или иного процесса, явления.

Одной из важнейших функций науки, в том числе технической, является *предвидение*: не проводя исследования, человек заранее предполагает получить некоторые вполне определенные результаты. Чтобы сформулировать предвидение о предполагаемом результате, необходимы знания в выбранной области исследований. Эти знания можно получить, опираясь на результаты ученых-предшественников. Речь идет о детальном изучении различных первичных (монографии, сборники научных трудов, журналы, диссертации, патентная документация и др.) и вторичных (реферативные журналы и сборники) научных документов и дальнейшей систематизации и анализе найденного материала (информации). *Информация* – одна из важнейших составляющих научной деятельности. От *свойств информации* – ее объективности, достоверности, актуальности, адекватности, значимости – будет зависеть вероятность ошибки при проведении исследования.

Исходным материалом для науки, в том числе технической, являются факты. Факт – объективно существующее явление. На основе анализа фактов формируются понятия, законы, теории, которые после проверки на адекватность могут войти в систему научных знаний. Если фактов недостаточно, то вместо понятия, закона, теории формируется *гипотеза* как предположительное представление о закономерностях протекания того или иного процесса. При возможности гипотеза также подлежит проверке.

1.4. Знание и познание

Знание – ключевая составляющая предвидения, достоверное, истинное представление о чем-либо. *Истинное знание* – верное отражение действительности. *Ложное знание* – неверное, иллюзорное отражение действительности. Ложное знание также называют заблуждением. Знание невозможно без познания.

Познание – процесс достижения знания. Различают познание *чувственное* (эмпирическое) и *рациональное* (теоретическое).

Составляющими *чувственного* познания являются ощущение, восприятие, представление, воображение. *Ощущение* – оценка предмета или явления через органы чувств (зрительные, слуховые, осязательные, обонятельные, вкусовые) по отдельности. *Восприятие* – оценка предмета или явления в целом через действие органов чувств одновременно. *Представление* – вторичный образ предмета или явления, сохранившийся в нашей памяти по ранее полученным ощущениям и восприятиям. *Воображение* – объединение различных представлений о предмете или явлении.

Составляющими *рационального* познания являются мышление, понятие, суждение, умозаключение. *Мышление* – оценка свойств, причинных отношений, закономерных связей между предметами или явлениями. Основным инструментом мышления выступает логическое рассуждение. *Рассуждение* складывается из понятия, суждения и умозаключения. При этом *понятие* – отражает признаки предмета или явления и может быть общим, единичным, абсолютным, относительным, конкретным и собирательным. *Суждение* – мысль, в которой через связь понятий утверждается или отрицается что-либо. *Умозаключение* – последовательность нескольких суждений, в результате которых получается новое суждение. Умозаключение – это вывод, который дает реальную возможность перейти от теории к действительности (практике). Любая научная работа (диссертация, статья, тезисы, доклад, отчет о НИР и др.) имеет умозаключение (вывод или выводы), опираясь на которое можно дать оценку работы по актуальности, новизне, технико-экономической эффективности и рекомендовать результаты работы для практического применения, например, в производстве.

1.5. Процесс научного исследования

К основополагающим *этапам научного исследования* относятся:

• возникновение идеи;

• формирование понятия;

• формирование суждения;

• выдвижение гипотезы;

• доказательство правильности гипотезы и суждения.

Идея – объяснение явления или процесса интуитивно. Идея базируется на имеющихся знаниях по выбранному направлению исследований и вскрывает факт того, что раннее (предшественниками) не было замечено (какие-либо не замеченные особенности, закономерности протекания процесса, явления). По сути дела предлагаемая идея подчеркивает или определяет новизну работы, что является обязательным в исследовательской деятельности.

Материализацией идеи выступает *гипотеза*, которая после уточнения превращается в закон (устойчивая закономерность взаимодействия элементов системы). В дальнейшем гипотеза может стать теорией. *Теория* – система обобщенного знания, объяснения тех или иных сторон действительности, формируемой на основе известных принципов, аксиом, законов, суждений, положений, понятий, категорий и фактов.

1.6. Методы исследований

Метод – путь исследования, способ достижения цели, способ решения задачи. В области машиностроения (конструкторско-технологического обеспечения машиностроительных производств) находят применение следующие методы:

– наблюдение;

– счет;

– измерение;

– сравнение;

– эксперимент;

– обобщение;

– анализ;

– аналогия;

– моделирование.

Наблюдение – познание процесса взаимодействия объектов материального мира через различные органы чувств без вмешательства со стороны исследователя в этот процесс. Приведем несколько примеров.

1. Можно визуально оценить устойчивость протекания процесса электроэрозионной размерной обработки проволочным электродом инструментом, опираясь на колебания показаний вольтметра контроля напряжения в межэлектродном промежутке системы обратной связи электроэрозионного вырезного станка с ЧПУ. Если стрелка прибора находится в пределах одного и того же значения с максимальным отклонением не более ±0,5 В, то процесс электроэрозионного резания устойчив. В противном случае требуется корректировка показателей электрического режима обработки.

2. По наличию следов дробления на обработанной шлифованием поверхности заготовки можно судить о затуплении шлифовального круга или о его дисбалансе.

3. Наличие прижогов на обработанной шлифованием поверхности заготовки может свидетельствовать о правильности выбора характеристики круга и назначения режима обработки, а также о затуплении инструмента.

4. Визуально можно оценить режущую способность лезвийного инструмента (например, токарного резца, сверла) по характерному звуку, приближающемуся к «свисту» в процессе обработки;

5. По запаху можно оценить состояние смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ).

Счет – нахождение результата, определяющего количественное соотношение параметров, характеризующих свойства объекта или процесса. Например, можно выполнить вычисления основного технологического времени токарной обработки заготовки (T_o) при различных показателях режима, а затем соотнести их друг с другом ($T_{o1} > T_{o2}$ или $T_{o1} < T_{o2}$).

Измерение – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств:

• измерить линейный размер заготовки с помощью штангенинструмента (штангенциркуля), микрометрического инструмента (микрометра), вертикального или горизонтального оптиметра, длинномера, индикаторного нутромера;

• измерить угловой размер заготовки с помощью угломера, часового проектора, оптической делительной головки;

• оценить отклонения формы и расположения поверхностей заготовки с помощью индикаторной или рычажной скобы, кругломера, индикатора часового типа или многооборотного;

• измерить шероховатость обработанной поверхности заготовки с помощью двойного микроскопа, профилографа-профилометра;

• оценить точность изготовления цилиндрического зубчатого колеса с помощью межосемера, накладного шагомера, эвольвентомера, шумомера и др.;

• измерить твердость поверхностного слоя материала заготовки с помощью твердомера;

• измерить величину износа режущей кромки инструмента с помощью оптического микроскопа.

Сравнение – установление различия между объектами материального мира как при помощи органов чувств, так и при помощи технических средств измерения. Например, можно визуально установить наличие на поверхностях заготовок дефектов (следов дробления, прижогов, царапин); сравнить качество обработанных поверхностей заготовок по параметру Ra, используя профилометр.

Эксперимент (проба, опыт) – процесс, в рамках которого реализуется взаимодействие между элементами технологической системы при изменяющихся условиях. Измерение условий взаимодействия осуществляется исследователем. Например, результатами натурного однофакторного эксперимента необходимо установить закономерность влияния скорости подачи S, мм/мин, на качество обработанной поверхности заготовки по среднему арифметическому отклонению профиля Ra, мкм, при токарной обработке проходным резцом. Для этого исследователь, опираясь на предварительно разработанную методику проведения однофакторного эксперимента, обрабатывает на токарном станке n заготовок при изменяемых им различных значениях скорости подачи S в сторону ее увеличения. Затем измеряет шероховатость обработанной поверхности по параметру Ra n заготовок, анализирует полученные результаты измерений, осуществляет обработку экспериментальных данных и в итоге строит график зависимости *Ra* от *S*, опираясь на который формулирует умозаключение о закономерности изменения *Ra* в зависимости от *S*.

Обобщение – получение общего понятия, в котором находит отражение главное, основное, характеризующее объекты данного класса. Рассмотрим несколько примеров обобщения результатов исследования.

1. Результатами натурного эксперимента доказано, что независимо от материала обрабатываемой заготовки качество поверхности на уровне микрогеометрии поверхностного слоя по параметру *Ra*, мкм, при токарной обработке проходным резцом будет ухудшаться с увеличением скорости подачи *S*, мм/мин.

2. Разработаны технологические рекомендации и технология нанесения покрытия на оснастку из титановых сплавов применительно к деталям различного назначения, что позволило сократить время нанесения защитного покрытия, снизить количество замен деталей, работающих под током в среде электролита.

3. Разработанная система управления параметрами качества нарезаемых зубчатых колес при зубодолблении на основе многомерного отображения процесса обработки позволяет рассчитать оптимальные режимы резания как для обычных материалов, так и для деталей, изготовленных из материалов с особыми физико-механическими свойствами.

Анализ – метод познания через расчленение или разложение предметов исследования (объектов, свойств) на составные части, является основой аналитического (теоретического) исследования. Например, в результате выполненного анализа значимых входных параметров установлено, что на формирование погрешности торцового эвольвентного профиля зуба зубчатого колеса $f_{fr}^{\max}$ при электроэрозионном зубовырезании на станках с ЧПУ будут влиять:

• погрешность аппроксимации $\Delta_{\mathrm{a}}^{\max}$ работы интерполятора системы ЧПУ-станка, амплитуда поперечных колебаний проволочного электрода-инструмента $A_{\max}$ под действием электростатических сил в зоне обработки;

•наибольшее значение высоты неровностей профиля R_{max}, зависящее от показателей электрического режима обработки генератора импульсов станка.

Аналогия – метод, посредством которого достигается знание о предметах, объектах, явлениях на основании того, что они имеют сходство с другими предметами и явлениями. Например, методом аналогии при конструкторском проектировании можно назначить посадки в соединениях конструкции проектируемого станочного приспособления, опираясь на знание рекомендуемых посадок для станочных приспособлений аналогичного назначения, опробованных во время ранее проведенных испытаний.

Моделирование – исследование объектов, явлений, процессов путем построения и изучения их моделей (например, математических). Как правило, математическое моделирование реализуется с помощью прикладного программного обеспечения: оригинального, разработанного самим исследователем, или стандартного, рекомендуемого для широкого спектра моделирования различных статических и динамических процессов.

Например, средствами программно-вычислительного комплекса ANSYS можно реализовать моделирование теплосилового взаимодействия заготовки и инструмента при глубоком сверлении отверстий с применением СОЖ и наложением ультразвука, а опираясь на оригинальное программное обеспечение «Пластина. EXE», реализовать моделирование процесса влияния элементов режима шлифования на глубину проникновения теплового потока в поверхностный слой заготовки.

Известны преимущества компьютерного моделирования (модельный эксперимент (МЭ) перед натурным экспериментом (НЭ)):

1) затраты времени (ТМЭ<ТНЭ);

2) стоимостные затраты (ЦМЭ<ЦНЭ);

3) возможность создания условий, которые нельзя создать в действительности;

4) прогнозирование критических ситуаций.

1.7. Системный анализ как метод научных исследований

Вследствие резко возросшей сложности объектов и систем стало трудно осуществимым, а порой и вообще невозможным теоретическое или экспериментальное исследование этих объектов или систем традиционными методами. Экспериментальные исследования усложнились, стали весьма трудоёмкими, снизилась безошибочность результатов этих исследований. Необходимость изучения свойств и функционирования таких систем привела к разработке и применению *системного анализа*.

Методы системного анализа применяются главным образом для выбора оптимальной структуры объекта, рационального взаимодействия его элементов и получения максимального конечного эффекта.

Важнейшими характеристиками систем являются их структура, сложность и организация.

Структура системы определяется совокупностью отношений между элементами (подсистемами).

Сложность системы характеризуется количеством переменных, необходимых для описания её состояния.

Организация системы – это уровень целесообразности набора её элементов и характера взаимодействия между ними, обеспечивающий целенаправленное функционирование системы.

Взаимодействие составных частей системы с обрабатываемыми материалами или внешней средой проявляется в виде тех или иных эксплуатационных показателей.

Вся совокупность рабочих процессов, операций, технологических и производственных процессов, осуществляемых системой, составляет *процесс её функционирования*.

Под *рабочим процессом* понимают совокупность взаимодействий орудий труда и объектов труда, направленных на обработку или переработку последних, с приведением к такому виду, в котором они необходимы для человеческого общества.

Под *технологическим процессом* понимают процесс, протекающий в объекте труда при его обработке или переработке.

Под *операцией* понимают какие-либо действия, приводящие к изменению состояния или местонахождения орудия или предмета труда.

Системный подход к исследованию сложных систем включает следующие основные этапы:

• рассмотрение системы как целого, обладающего свойствами, отличающимися от совокупности свойств его элементов;

• исследование элементов как самостоятельных систем, а также рассмотрение самой системы как элемента (подсистемы) другой (более сложной) системы;

• анализ всего многообразия свойств элементов системы, отношений между ними и свойств системы в целом;

• оптимизация структуры и процессов функционирования системы путём подчинения задач её элементов общей цели, стоящей перед системой.

Исследование объекта как системы предусматривает прежде всего построение его модели теоретическим или экспериментальным методом. Модель (описание объекта на том или ином языке) отображает группу его основных свойств и представляется обычно в виде *функционального, морфологического и информационного описания.*

Модель *функционирования объекта (функциональное описание)* описывает изменение некоторых его характеристик во времени.

Морфологическое описание раскрывает строение объекта: его элементы, структуру и связи, среди которых обычно выделяют *информационные*, *энергетические и вещественные*.

Информационное описание показывает организацию объекта как системы и возникающие в ней информационные потоки.

Системный анализ эффективности функционирования объектов осуществляется с помощью специальных теоретических и экспериментальных методов. Эти методы позволяют выделять взаимосвязанные элементарные структурные единицы (подсистемы) объекта – *этап декомпозиции и структуризации*; оценивать их свойства и параметры – *этап параметризации*; устанавливать зависимости между параметрами подсистем и действующими внешними и внутренними факторами – *этап идентификации* (собственно построение математической модели), а затем осуществлять исследование полученных моделей известными методами анализа и синтеза.

Таким образом, *системный анализ включает в себя четыре этапа:*

1) *постановка задачи исследования* (определяются объект, цели и задачи исследования, а также критерии для изучения и управления объектом);

2) *определение границ изучаемой системы и её структуры* (объекты и процессы, имеющие отношение к поставленной задаче разбиваются на изучаемую систему и внешнюю среду). В этом случае различают *замкнутые и открытые системы*. При исследовании замкнутых систем влиянием внешней среды на их поведение пренебрегают. Затем выделяют отдельные составные части системы, её элементы и устанавливают взаимодействие между ними и внешней средой;

3) *разработка математического описания исследуемой системы;*

4) *проверка адекватности математического описания и его уточнение.*

На этом же этапе проводится и собственно оптимизация системы по какому-либо из выбранных критериев. В качестве критериев оптимизации чаще всего принимаются: минимум энергозатрат на проведение процесса или минимум приведённых затрат, который включает в себя как энергозатраты на проведение процесса, так и затраты на изготовление и эксплуатацию оборудования.

1.8. Направление и этапы научного исследования

Научное исследование – изучение различными научными методами того или иного явления или процесса.

Цель научного исследования – получение еще неизвестных знаний о явлении или процессе и дальнейшее полезное использование этих знаний в практической деятельности.

Научное исследование имеет две составляющие:

- объект научного исследования;
- предмет научного исследования.

Под *объектом* научного исследования понимают материальную систему, а под *предметом* – структуру закономерностей взаимодействия элементов (факторов) этой системы.

Известна классификация научных исследований по видам:

1) связь с производством;

2) целевое назначение;

3) источники финансирования.

При выполнении научного исследования в рамках бакалаврской выпускной работы по направлению «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» результаты будут направлены на связь с производством (разработка новых технологических способов, конструкций элементов технологических систем, технологических рекомендаций, предложения по повышению технико-экономической эффективности и др.).

Ключевым в научном исследовании является выбор темы. *Тема научного исследования* – это отражение некоторой научной проблемы. Приведем несколько примеров:

1) повышение производительности и качества электрохимической размерной обработки крупногабаритных деталей в пульсирующей рабочей среде;

2) повышение точности и производительности фрезерования пространственно-сложных поверхностей на станках с ЧПУ;

3) совершенствование процесса обработки барельефов с учетом их оптических свойств;

4) повышение эффективности обработки заготовок дробью и улучшение условий труда операторов;

5) технологические возможности процессов зубонарезания цилиндрических колес;

6) управление параметрами качества нарезаемых колес при зубодолблении на основе многомерного отображения процесса обработки;

7) обеспечение точности цилиндрических зубчатых изделий на операциях электроэрозионного вырезания, выполняемых на станках с ЧПУ.

В рамках темы научного исследования необходимо получить ответы на некоторый круг научных вопросов или научных задач.

Самое главное, чтобы выбранная тема научного исследования отвечала следующим требованиям:

• актуальность;
• научная новизна;
• практическая ценность.

Актуальность определяет важность, значимость научной работы.

Научная новизна – новое в науке (новая методика или методики решения задачи, которые более полно и достоверно выявляют закономерность протекания того или иного процесса или явления).

Практическая ценность подтверждается, как правило, наличием:

• технологических рекомендаций по условиям протекания процесса;

• новых конструкторских решений, на которые имеются патенты;

• оригинального программного обеспечения для решения задач научного исследования и принятого к промышленному использованию;

• технико-экономического эффекта от внедрения предлагаемых решений в производство.

В качестве примера можно привести выдержку из автореферата диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по теме «Обеспечение точности цилиндрических зубчатых изделий на операциях электроэрозионного вырезания, выполняемых на станках с ЧПУ», в которой подтверждается актуальность, научная новизна и практическая ценность работы.

Актуальность темы. В последнее время возрастает внимание к электроэрозионному зубовырезанию как способу, конкурентоспособному в ряде случаев по отношению к зубофрезерованию и зубодолблению при изготовлении зубчатых изделий (ЗИ) не только в единичном и мелкосерийном производстве, но и при достаточно больших объемах выпуска продукции.

Однако до настоящего времени отсутствуют научно обоснованные рекомендации по проектированию технологии электроэрозионной обработки (ЭЭО) ЗИ – выбору технологического оборудования, режимов обработки и разработке управляющих программ (УП) для станков с ЧПУ, обеспечивающих получение ЗИ требуемой точности. Нет и систематизированных данных по технологической себестоимости, энергоемкости и производительности операций электроэрозионного зубовырезания, что сдерживает использование в промышленности этого прогрессивного способа зубоформообразования.

Научная новизна. 1. Разработана методика определения необходимого числа формообразующих точек N_1 торцового эвольвентного профиля зуба ЗИ с внешним и внутренним ЗВ исходя из заданной точности.

2. Разработана методика оценки точности формы и взаимного расположения боковых поверхностей зубьев ЗИ на операции электроэрозионного зубовырезания, выполняемой на станке с ЧПУ, при различных условиях.

3. Получены зависимости для расчета погрешности профиля зуба и отклонения шага зацепления.

4. Предложены зависимости для расчета координат точек траектории перемещения электрода-инструмента (ЭИ) при электроэрозионном вырезании наружных и внутренних венцов ЗИ, и составлена программа автоматизированного расчета этих координат для разработки УП для станков с ЧПУ.

Разработанные математические модели прошли экспериментальную проверку, которая показала их адекватность реальным условиям процесса электроэрозионного зубовырезания на станках с ЧПУ.

Практическая ценность и реализация работы. 1. С помощью оригинального программного обеспечения разработаны рекомендации:

• по выбору числа формообразующих точек торцового профиля зуба при различных условиях электроэрозионного зубовырезания ЗИ (колес) различной точности на станках с ЧПУ;

• по размерам ЗИ, при ЭЭО которых на станках с ЧПУ различных моделей обеспечивается их заданная точность;

• по размерам ЗИ, при ЭЭО которых проволочным ЭИ определенного диаметра удельные энергозатраты будут равны или меньше энергозатрат на нарезание зубьев лезвийным инструментом.

2. Реализация способа контурного электроэрозионного зубовырезания в промышленности обеспечивает сокращение (при опреде-

ленных условиях) затрат по критерию полной технологической себестоимости зубоформообразования в 1,1–2,5 раза.

3. Приняты к промышленному использованию в станкоинструментальном производстве ОАО «УАЗ» технологические рекомендации по условиям электроэрозионного зубовырезания и пакет программ автоматизированной технологической подготовки процесса зубовырезания».

К *этапам* научного исследования относятся:

1) выбор темы;

2) анализ (обзор) литературы и других источников (поиск, подбор и изучение; критический анализ – достоинства и недостатки существующих решений проблемы; обобщение информации);

3) постановка задачи или задач (цель и задачи; пути решения; установление допущений и ограничений на решение; выбор методов научного исследования);

4) теоретический анализ (поиск научной идеи; формулировка научной гипотезы; создание модели исследуемого процесса; вычисления и анализ результатов по предложенным моделям);

5) проведение эксперимента (цели, задачи и планирование; методика эксперимента и измерений; оценка достоверности измерений; создание экспериментальной установки; проведение эксперимента; обработка данных);

6) анализ результатов научного исследования (сопоставление результатов теории с практикой и оценка адекватности; уточнение моделей в случае неподтверждения адекватности; умозаключения по работе);

7) оценка практической ценности научного исследования (расчет технико-экономической эффективности предлагаемых решений; формулирование практических рекомендаций для производства);

8) внедрение результатов научного исследования в производство (акт опытно-промышленной апробации и внедрения).

Реализация всех этапов научного исследования позволяет в целом подготовить законченную научную работу, в том числе на уровне бакалаврской выпускной работы или магистерской диссертации.

1.9. Работа с научной информацией

Изучение научной литературы, патентной и другой научно-технической информации – это важный этап в проведении научного исследования. Опираясь на научно-техническую информацию, можно реализовать обобщение, выполнить анализ, выявить проблему.

При выполнении научного исследования оперируют понятием *научный документ*. По сути дела это материальный объект, содержащий научно-техническую информацию и предназначенный для ее хранения и использования. Научный документ бывает *первичным* и *вторичным*.

К *первичным* научным документам относятся:

• книги, брошюры, которые бывают научными, учебными, научно-популярными (монографии, сборники научных трудов, учебники, учебные пособия, курсы лекций, учебно-методические указания);

• законодательные, нормативные и директивные (технические регламенты, национальные стандарты, стандарты организации, государственные стандарты, инструкции, правила, методики);

• периодические издания (журналы);

• диссертации и авторефераты диссертаций;

• патентная документация (авторские свидетельства и патенты на способ или устройство, патенты на полезную модель);

• отчеты о научно-исследовательской работе.

К *вторичным* научным документам относятся:

• справочные издания (справочники);

• обзорные издания (аналитические, рефераты, библиографические обзоры);

• библиографические указатели (алфавитный, систематический, алфавитно-предметный).

Получить доступ к интересующим научным документам можно через научную библиотеку или интернет-ресурсы.

Изучение научного документа осуществляют в два этапа. В рамках первого этапа реализуется беглое прочтение или просмотр документа, что дает общее представление об изучаемом материале, его объеме, структуре, стиле изложения, выделяются из текста знакомые и незнакомые положения, понятия и непонятные места. В рамках второго этапа реализуется вдумчивое чтение научного документа с осмыслением его сути, делаются необходимые умозаключения.

Наиболее быстрый поиск интересующей информации можно реализовать через реферативные журналы. Например, для направления «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» речь может идти о реферативном журнале «РЖ Технология машиностроения».

Из периодических изданий (журналов, сборников научных статей), относящихся к первичным научным документам, следует обратить особое внимание на журналы: «Вестник машиностроения», «Машиностроитель», «Металлообработка», «Технология машиностроения», «Наукоемкие технологии в машиностроении», «СТИН», «Справочник. Инженерный журнал», «Контроль. Диагностика», «Упрочняющие технологии и покрытия», «Вестник Самарского государственного технического университета», «Вестник Томского политехнического университета», «Вестник Тольяттинского государственного университета», «Вестник Ульяновского государственного технического университета», «Вестник МГТУ “СТАНКИН”».

Отбор и оценка фактического материала. Возможно, что часть полученных при чтении научной литературы данных окажется бесполезной, очень редко они используются полностью. Поэтому необходим их тщательный отбор и оценка. Научное творчество включает значительную часть черновой работы, связанной с подбором основной и дополнительной информации, ее обобщением и представлением в форме, удобной для анализа и выводов. Нужно отбирать не любые факты, а только научные факты. Понятие «научный факт» значительно шире и многограннее, чем понятие «факт», применяемое в обыденной жизни. Научные факты характеризуются такими свойствами, как новизна, точность, объективность и достоверность. Новизна научного факта говорит о принципиально новом, неизвестном до сих пор предмете, явлении или процессе. Это не обязательно научное открытие, но это новое знание о том, чего мы до сих пор не знали.

Накопление такой предварительной информации – не механический, а творческий процесс, требующий целеустремленной энергии, настойчивости и творческой страсти. Ученый похож на строителя сложного и оригинального сооружения. Бережно и любовно он собирает нужные строительные материалы, все складывается в строгом и определенном порядке. Не беда, если материалы собраны в некотором избытке, лишь бы не было в них недостатка.

Собранную первичную научную информацию следует регистрировать. Формы ее регистрации различны:

• записи самого различного характера, в том числе выписки из протоколов опытов, заседаний кафедры (лаборатории), наблюдений в лабораторных журналах, и т.п.;

• оформление новой информации на специальных бланках, анкетах, статистических и других карточках, образующих в конечном результате тематическую картотеку;

• регистрация научной информации методами фотографии, рентгенографии, осциллографии, прием сигналов различных датчиков и регистрация их самописцами;

• графики, рисунки, схемы и другие графические материалы;

• расчеты, выполненные с помощью компьютеров;

• научные отчеты;

• материалы консультаций и отзывы специалистов по научным результатам;

• выписки из анализируемых документов, литературных источников (статей, книг, авторефератов, диссертаций и др.).

Одновременно с регистрацией собранного материала следует вести его группировку, сопоставлять, сравнивать полученные цифровые данные и т.п. При этом особую роль играет классификация, без которой невозможны научное построение или вывод.

Классификация дает возможность наиболее коротким и правильным путем войти в круг рассматриваемых вопросов. Она облегчает поиск и помогает установить ранее не замеченные связи и зависимости. Классификацию надо проводить в течение всего процесса изучения материала. Она является одной из центральных и существенных частей общей методологии любого научного исследования.

Процесс сбора, фиксации, хранения и классификации первичной научной информации желательно завершить написанием целостного обзорного текста, обобщающего и систематизирующего такую информацию.

1.10. Электронные формы информационных ресурсов

В настоящее время в России накоплены огромные запасы информации, сосредоточенной в разнообразных базах и банках данных, на дискетах, CD и DVD, на других носителях информации. Эта информация применяется повсеместно – в библиотеках, информационных центрах, музеях, архивах, образовательных учреждениях и других организациях.

База данных (БД) – это набор данных, достаточный для достижения установленной цели и представленный на машиночитаемом носителе в виде, позволяющем осуществлять автоматизированную переработку содержащейся информации.

Банк данных (БнД) – это автоматизированная информационная система, состоящая из одной или нескольких БД и системы хранения, обработки и поиска информации.

Используются различные БД (рис. 1.3.):

- *документальные* (запись отражает документ, содержит его библиографическое описание и, возможно, иную информацию);
- *библиографические* (документальные БД, в которых запись содержит только библиографическое описание);
- *реферативные* (документальные БД, в которых запись содержит библиографические данные, реферат или аннотацию);
- *полнотекстовые* (документальные БД, в которых запись содержит полный текст документа или его наиболее информативные части);
- *гипертекстовые* (БД, в которых запись содержит информацию в виде текста на естественном языке и указание на связи с другими записями, позволяющими компоновать логически связанные фрагменты БД);

• *первичные или фактографические* (БД, содержащие информацию, относящуюся непосредственно к данной предметной области) и др.

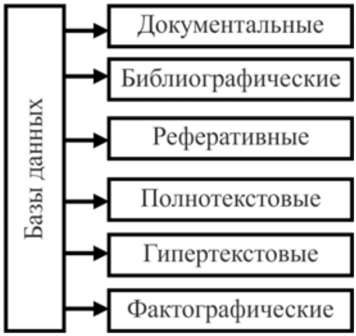

Рис. 1.3. Классификация баз данных

Самое главное в базах данных – надежное программное обеспечение и постоянное оперативное их обновление (актуализация сведений).

В Российской книжной палате создан банк данных государственной библиографии, в котором есть авторитетные БнД, содержащие записи с полной информацией о сочинителях и их произведениях:

• имя индивидуального автора в форме для заголовка описания, краткая биографическая справка, тематическая направленность работ;

• принадлежность автора к стране;

• язык текста оригинала произведения;

• сведения о формулировке ссылочных записей от установленной формы заголовка описания к другой форме, используемой ранее, менее распространенной и т. д.;

• произведения автора, зарегистрированные в РКП с 1998 г., с указанием сведений, характеризующих издания с точки зрения охраны авторского права. Затем дается перечень работ автора из БД государственной библиографии РКП (начиная с 1992 г.).

Отдел каталогизации РГБ располагает БД «Авторы особых категорий», в которой содержатся записи о правителях и религиозных деятелях, оставивших заметный след в российской и всемирной истории. БД формируется на основе энциклопедических изданий и информации из хранящихся в библиотеке книг, пополняется и расширяется каждый день.

Записи содержат нормативный заголовок, пригодный для включения в библиографическое описание или словарную статью, другие известные формы имени автора, ссылки на источники, в которых найдена информация об авторе, и на просмотренные источники, в которых такая информация не обнаружена. В этой же библиотеке создана БД «Библиотеки Москвы», а в Российской государственной юношеской библиотеке – БД «Образование в России». Существует также множество других баз и банков данных.

Кроме баз и банков данных, активно используются компактные оптические диски – CD, на которых выпускаются, например, многотомные энциклопедии и библиографические пособия. Например, уже есть сводные каталоги баз данных на CD, имеющихся в крупнейших библиотеках России (выпуска РГБ).

К электронным источникам информации следует отнести радио- и телевещание, Интернет, а также иную информацию, распространяемую в электронном виде (в том числе на различных компьютерных носителях). Как ни странно, но наибольшей популярностью у исполнителей письменных работ сегодня пользуется «русский» Интернет. И, в общем-то, понятно почему: в массовом сознании он уже давно воспринимается не иначе как бездонный источник бесплатной информации.

Сравнительно новое средство поиска, сбора, систематизации и анализа исходных источников информации представляют специализированные информационно-поисковые системы (СИПС). Их появление и бурное развитие самым непосредственным образом связано со стремительным прогрессом информационных и электронных технологий и, в частности, с изобретением компьютера, более совершенных операционных систем, а также новых средств программирования (прежде всего прикладных баз данных).

В настоящее время СИПС получили широкое распространение и применение не только в библиотеках, но и других крупных хранилищах научно-технической информации. Ядром СИПС является мощный персональный компьютер (в последние годы все чаще – группа объединенных в сеть компьютеров), оснащенный универсальной операционной системой открытого типа (например, Linux) и прикладными средствами программирования.

Общие преимущества информационно-поисковых систем хорошо известны даже неспециалистам, и потому не нуждаются в пространном комментировании. Следует лишь подчеркнуть, что организация хранения и поиска данных в СИПС основывается на принципах, во многом идентичных тем, что некогда были использованы для функционирования библиотечного каталога классического «карточного» типа. Однако компьютер позволяет хранить колоссальные объемы информации при минимизации объема хранения, осуществлять их гибкий выбор, обеспечивая при этом высокую быстроту и точность поиска.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое методология?

2. Какие уровни методологии вам известны?

3. Перечислите этапы и законы развития технической системы.

3. Что такое наука?

4. Какие значения в современном русском языке имеет термин *наука*?

5. Что такое ученый?

6. Каково деление наук по отраслям знаний?

7. Что такое техническая наука, предвидение, информация (и каковы ее свойства), факт, гипотеза, знание, познание?

8. Какие составляющие чувственного (эмпирического) познания вы можете назвать?

9. Какие составляющие рационального (теоретического) познания вы можете назвать?

10. Что относится к основным этапам научного исследования?

11. Что такое идея и теория?

12. Какие методы исследований вы знаете?

13. Что такое наблюдение, счет, измерение, сравнение, эксперимент, обобщение, анализ, аналогия, моделирование?

14. Что такое системный анализ, каковы его этапы?

15. Что такое научное исследование и какова его цель?

16. Что такое тема научного исследования?

17. Как можно охарактеризовать свойства научного исследования: актуальность, научная новизна и практическая ценность?

18. Какие этапы научного исследования вам известны?

19. Что такое научный документ?

20. Что относится к первичным и вторичным научным документам?

21. Каковы формы регистрации научной информации?

22. Классификация баз данных информационных ресурсов.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Теоретические исследования позволяют глубоко проникнуть в суть тех или иных процессов и реализуются в несколько этапов:

- анализ сущности процесса;
- формулирование гипотезы процесса;
- разработка модели;
- проведение исследования, опираясь на полученную модель, как правило, с привлечением компьютера, используя стандартное или оригинальное программное обеспечение;
- анализ полученных решений;
- теоретические умозаключения (выводы).

2.1. Цель и задачи теоретического исследования

Целью теоретического исследования является установление взаимосвязей между выходными и входными параметрами технической системы и выявление некоторой закономерности (аналитической или регрессионной зависимости).

Задачами теоретического исследования являются:

1) обобщение результатов исследования, нахождение общих закономерностей путем обработки опытных данных;

2) возможность распространения результатов исследования на аналогичные процессы без повторения исследований (речь идет об универсальности предложенных зависимостей);

3) изучение объекта, недоступного для исследования;

4) повышение надежности экспериментального исследования (обоснование параметров и условий наблюдений, точности измерений).

Рассмотрим практический пример формулирования цели и задачи теоретического исследования, опираясь на сформулированную тему научного исследования при доказанной ее актуальности:

- сформулирована тема научного исследования: «Обеспечение точности цилиндрических зубчатых изделий на операциях электроэрозионного вырезания, выполняемых на станках с ЧПУ»;

• доказана актуальность этой темы: «Отсутствуют научно обоснованные рекомендации по проектированию технологии электроэрозионной обработки зубчатых изделий – выбор оборудования, режимов обработки, разработка управляющих программ для станков с ЧПУ, обеспечивающих получение зубчатых изделий заданной точности»;

• сформулирована цель научного исследования: разработать комплекс мероприятий по обеспечению заданной точности цилиндрических зубчатых изделий на операциях электроэрозионного вырезания при высокой производительности обработки;

• сформулированы задачи теоретического исследования:

1) разработать методику определения необходимого числа формообразующих точек N_1 торцового эвольвентного профиля зуба зубчатого изделия с внешним и внутренним зубчатым венцом исходя из заданной его точности;

2) разработать методику оценки точности формы и взаимного расположения боковых поверхностей зубьев зубчатого изделия на операции электроэрозионного зубовырезания, выполняемой на станке с ЧПУ при различных условиях;

3) получить зависимости для расчета погрешности профиля зуба и отклонения шага зацепления.

2.2. Общенаучные методы и методы творческого мышления при теоретических исследованиях

Из широко используемых общенаучных методов теоретических исследований остановимся на двух методах: *расчленение* и *объединение*.

Суть *метода расчленения* заключается в том, что система взаимосвязи объектов (параметров) расчленяется на простейшие составные части и выделяются значимые и незначимые параметры, а также связи между ними. Изучается вид взаимосвязи элементов, и осуществляется моделирование. С учетом значимости параметров модель претерпевает упрощения и вводятся некоторые допущения. В области машиностроения часто прибегают к реализации метода расчленения.

Суть *метода объединения* заключается в том, что реализуется комплексный подход к изучению объекта. Осуществляется переход от дифференциации к интеграции. Система не дробится, а рассматривается как единое целое. Находят решение, удовлетворяющее условиям решения этой системы.

Из распространенных методов творческого мышления при теоретических исследованиях можно назвать:

- «мозговой штурм»;
- экспертный метод;
- метод «маленьких человечков»;
- теорию решений изобретательских задач;
- морфологический анализ.

При «*мозговом штурме*» группа специалистов (до 10 человек) из различных областей знаний в течение 40–50 минут генерирует идеи для решения поставленной задачи теоретического исследования. Идеи фиксируются, анализируются учеными, которые будут решать поставленную задачу.

При *экспертном методе* используют знания и опыт экспертов в исследуемой области.

При методе «*маленьких человечков*» процессы, происходящие в системе, представляют для наглядности в виде рисунков (схем), что облегчает получение единой картины взаимодействий.

При использовании *теории решений изобретательских задач* реализуется следующий алгоритм: анализ исходной ситуации; анализ задачи; анализ модели задачи; разрешение противоречий; анализ возможности устранения противоречий; развитие полученного решения; анализ хода решения.

При *морфологическом анализе* из массива возможных решений выбирается лучшее, соответствующее требованиям технического задания. Решается оптимизационная задача.

2.3. Математические методы в исследованиях

Решение практических задач *математическими методами* осуществляется путем реализации следующего алгоритма: разработка математической модели; выбор метода проведения исследования математической модели; анализ полученного математического результата.

Математическая модель − система формул, функций, уравнений, средствами которых описывается то или иное явление, процесс, объект в целом. При разработке модели нужно учитывать все реально существующие связи факторов и параметров, хотя при этом нельзя забывать о возможности последующего решения математической модели. Следует прибегать к каким-либо упрощениям, допущениям, аппроксимациям. Для модели физического процесса необходимо определить:

1) область или границы применения модели;
2) физические ограничения;
3) требуемую точность результатов;
4) константы и переменные процесса;
5) управляемые переменные;
6) неуправляемые переменные.

В теоретических исследованиях следует выделить *детерминированные* и *вероятностные математические методы*, которые могут быть *статическими* и *динамическими*.

Детерминированные статические методы опираются на алгебру и дифференциальные уравнения с независимыми от времени аргументами.

Детерминированные динамические методы опираются на алгебру, интегральные уравнения, дифференциальные уравнения с частными производными, теорию автоматического управления.

Вероятностные статические методы опираются на алгебру, теорию вероятностей и теорию информации, а *вероятностные динамические* – на дифференциальные уравнения, теорию случайных процессов и теорию автоматов.

Кроме этого, не следует забывать о роли *численных методов* решения задач. Например, в решении нелинейных уравнений – это метод деления отрезка пополам, хорд, касательных, простых итераций; в решении интегралов – метод прямоугольников, трапеций, парабол (Симпсона); в решении дифференциальных уравнений – метод конечных разностей, метод Эйлера и др.; в решении оптимизационных задач – метод перебора, «золотого» сечения, покоординатного спуска, градиентного спуска, линейного программирования; в решении аппроксимационных задач – логарифмические, степенные, показательные ряды и многочлены.

2.4. Классификация математических моделей

Параметры математических моделей могут иметь различную «математическую природу»: могут быть постоянными величинами, функциями, скалярами, векторами, тензорами различных рангов и т.д.

Варианты описания неопределенных параметров (рис. 2.1.):

1) *детерминированное* – каждому параметру модели соответствует конкретное целое, вещественное, комплексное число, либо функция;

2) *стохастическое* – значения отдельных параметров определяются случайными величинами, заданными плотностями вероятностей;

3) *случайное* – значения отдельных параметров модели устанавливаются случайными величинами, полученными в результате обработки экспериментальной выборки данных параметров;

4) *интервальное* – отдельные параметры задаются интервальными величинами от минимального до максимального значений;

5) *нечеткое* – параметры модели описываются функциями принадлежности нечеткому множеству («много больше пяти», «около нуля» и т.д.).

Разделение моделей на *одномерные*, *двухмерные*, *трехмерные* зависит от координат пространства, увеличение размерности усложняет модель и предполагает использование многопроцессорных компьютеров с использованием языков параллельных вычислений.

По отношению ко времени:

Рис. 2.1. Классификация математических моделей
в зависимости от параметров

1) в *квазистатических процессах* скорость изменения внешних воздействий на объект моделирования существенно меньше скорости релаксации;

2) в *динамических процессах* скорость изменения внешних воздействий на объект моделирования велика по сравнению со скоростью релаксации;

3) в *стационарных процессах* значения параметров в фиксированной точке модели не зависят от времени;

4) в *нестационарных процессах* время является существенной независимой переменной.

Методы реализации математических моделей подразделяются на *аналитические* и *алгоритмические* (рис. 2.2).

Примеры *аналитических* выражений:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{a_k x^k}{x^k+1}, \qquad \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \text{ – \textit{алгебраические};}$$

$e^x = 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots$ – *приближенное* (точность 10^{-4} обеспечивают 6 членов разложения, точность 10^{-8}–10 членов).

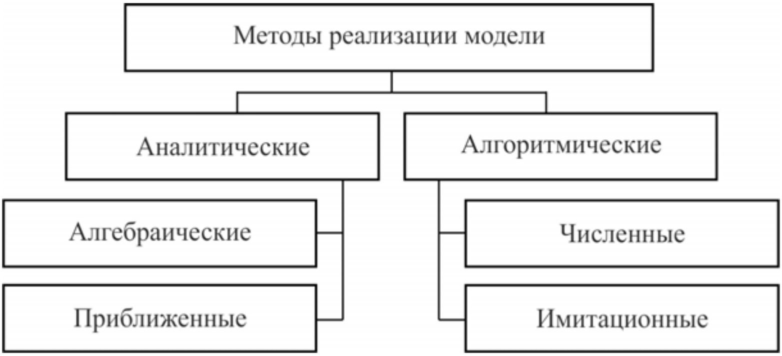

Рис. 2.2. Классификация в зависимости
от методов реализации

Всплеск интереса к аналитическим методам связан с появлением пакетов математических вычислений (*Derive, MatLab, Mathcad, Maple, Mathematica* и др.).

При *численном подходе* совокупность математических соотношений модели заменяется конечноразностным аналогом и последующим приближенным решением алгебраических уравнений. Разработка и использование численных методов является предметом *вычислительной математики*.

При *имитационном моделировании* на отдельные элементы разбивается сам объект исследования, система математических соотношений заменяется некоторым алгоритмом, моделирующим взаимодействие друг с другом моделей отдельных элементов системы.

2.5. Этапы разработки математических моделей

Процесс разработки математических моделей трудоемок, длителен, связан с использованием труда различных специалистов и может быть представлен последовательностью этапов (рис. 2.3).

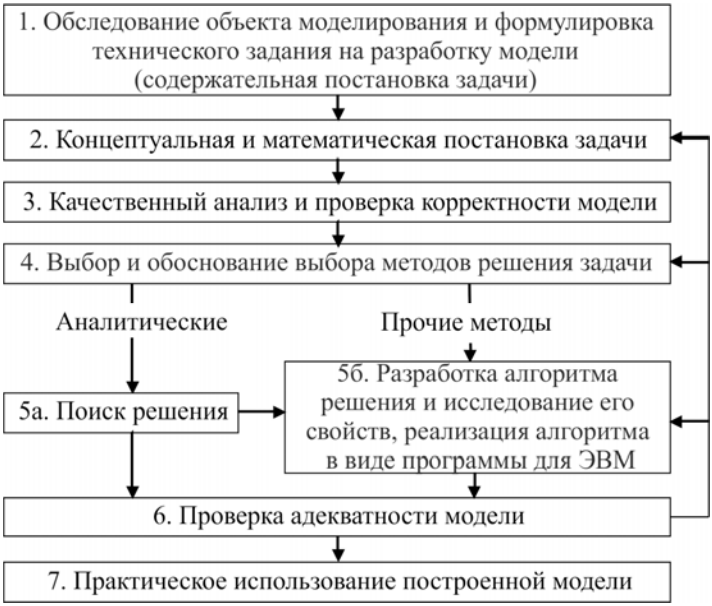

Рис. 2.3. Этапы построения математической модели

Вопросы для самоконтроля

1. Что относится к основным этапам теоретического исследования?

2. Что является целью теоретического исследования?

3. Какие задачи решаются в рамках теоретического исследования?

4. Какие общенаучные методы и методы творческого мышления при теоретических исследованиях вам известны?

5. Чем отличается метод расчленения от метода объединения?

6. Что такое метод «мозгового штурма»?

7. Что такое экспертный метод?

8. Что такое теория решения изобретательских задач?

9. Какая задача решается в рамках морфологического анализа?

10. Что такое математическая модель?

11. Что необходимо определить для разработки математической модели физического процесса?

12. Что является «инструментом» для реализации детерминированных и вероятностных математических методов?

13. Какова роль численных методов при выполнении теоретических исследований?

14. Что такое модель и моделирование?

15. Назовите примеры из истории моделирования в машиностроении.

16. По каким классификационным признакам можно различать модели?

17. Какие существуют типы моделирования?

18. Назовите характерные особенности аналоговых моделей.

19. Каковы особенности детерминированного и неопределенного моделирования?

20. Перечислите этапы построения математических моделей.

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1. Моделирование в условиях неопределенности

Известные закономерности, описывающие объекты в машиностроении, можно условно разделить на две группы:

– *однозначно определенные* (*детерминированные*);

– *находящиеся в условиях неопределенности*.

Граница, отделяющая случайное событие от неслучайного, очень размытая. В чистом виде однозначно определенных процессов, по-видимому, нет. При описании достаточно сложных процессов закономерности всегда носят стохастический характер.

Причины появления неопределенности:

• показатели объекта зависят от большого количества факторов, часть которых может быть не известна исследователю;

• при построении модели обычно ограничиваются отбором наиболее существенных (по мнению субъекта или в силу объективных обстоятельств) переменных, что приводит к огрублению модели;

• математические погрешности, возникающие при линеаризации модели или использовании разложения в ряд при ограничении на число членов ряда; ошибки измерений, погрешности при проведении эксперимента и т.д.

В зависимости от полноты описания неопределенность можно разбить на три основные группы: *неизвестность, недостоверность* и *неоднозначность* (рис. 3.1).

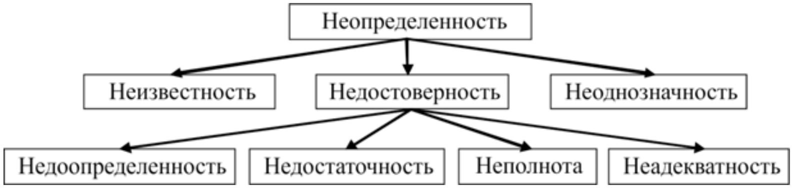

Рис. 3.1. Виды описания неопределенности

Неизвестность – это начальная стадия описания неопределенности, при которой информация полностью отсутствует.

Недостоверность – это вторая стадия описания неопределенности, которая для различных этапов сбора информации может классифицироваться как неполнота, недостаточность, недоопределенность и неадекватность. *Неполнота* характеризуется тем, что собрана не вся возможная информация; *недостаточность* – собрана не вся необходимая информация. *Недоопределенность* – для некоторых элементов определены не их точные описания, а лишь множества, которым эти описания принадлежат; *неадекватность* – описание, не всегда удовлетворяющее целям исследования.

Неоднозначность – это конечная (по полноте возможного описания) степень неопределенности, когда вся возможная информация собрана, но полностью необходимое описание не получилось.

Математически неопределенность может быть описана стохастически, статистически, с позиций теории нечетких множеств, а также интервально (рис. 3.2).

Рис. 3.2. Формы описания неопределенности

Стохастическое описание используется тогда, когда неопределенные параметры имеют вероятностный (случайный) характер, при этом необходимо, чтобы был определен закон распределения таких случайных параметров.

Статистическое описание является, по существу, частным случаем стохастического описания. Эту форму описания применяют, когда заданы только выборочные оценки каких-либо характеристик случайной величины.

При описании с позиций *нечетких множеств* неопределенный параметр задается некоторым множеством возможных его значений, характеризующих принадлежность (с помощью *функции принадлеж-*

ности) объекту. Функция принадлежности может принимать значение от 1 (полная принадлежность) до 0 (полная непринадлежность).

Интервальное описание можно использовать, когда неопределенные параметры заданы только диапазонами возможных значений (верхней и нижней границами), причем параметр может принимать любое значение внутри интервала и ему нельзя приписать никакой вероятностной меры.

3.2. Функция и плотность распределения случайной величины

Опыт – это осуществление какого-нибудь комплекса условий, который может быть воспроизведен много раз.

Под *событием* понимается результат опыта или наблюдения. События могут быть *элементарными* (неразложимыми) и *составными* (разложимыми).

Элементарное событие происходит в результате единичного опыта. *Составное событие* – это совокупность элементарных событий.

Пример 3.1. Игральный кубик подбрасывается 2 раза. Пусть составное событие определено следующим образом: «сумма выпавших цифр равна 6». Тогда элементарными будут события «5+1», «4+2», «3+3», «2+4» и «1+5». Любые другие сочетания не относятся к рассматриваемому составному событию.

Генеральной совокупностью называют совокупность событий, которые могут быть реализованы в результате бесконечного числа однотипных опытов. *Выборочной совокупностью* или *выборкой* называют совокупность случайно отобранных событий из генеральной совокупности.

Объемом совокупности называют число событий N этой совокупности.

Случайной величиной называют переменную величину, которая в результате опыта может принимать различные значения. Случайные величины обычно обозначают большими буквами, например X. Значения случайной величины, которые она принимает в результате опыта, обозначают малыми буквами x_1, x_2, ..., x_n. При массовых испытаниях каждое из возможных значений случайной величины x_1, x_2, ..., x_n может встретиться m_1, m_2,…,m_n раз. Эти числа называют *частотами*. Весь набор значений случайной величины образует *генеральную совокупность* $N_х$. Отсеянные из генеральной совокупности $N_х$ значения грубых ошибок образуют *выборку* объемом N. Если всего было проведено $N_х$ опытов, то в результате выборки получаем $\sum_{i=1}^{n} m_i = N$, и отношение m_i/N называют *частостью* или *относительной частотой*.

Вероятность некоторого события – это мера его «благоприятствия». События называются *равновозможными*, если мера их «благоприятствия» одинакова. В этом случае частость W события A, $W(A)$, определяется формулой

$$W(A)=n/N. \tag{3.1}$$

Вероятность $p(A)$ произвольного события А изменяется от 0 до 1. При этом нулевая вероятность соответствует *невозможному событию* (которое никогда произойти не может), а единичная – *достоверному событию* (которое обязательно произойдет). При больших выборках вероятность события равна его частости:

$$p(A)\approx W(A). \tag{3.2}$$

Для *независимых* событий вероятность произведения равна произведению их вероятностей (*теорема умножения*)

$$p\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right)=\prod_{i=1}^{n} p\left(A_i\right). \tag{3.3}$$

Пример 3.2. В литейном цехе появление брака в отливках связано с различными элементами технологического процесса: из-за низкого качества литейной формы (песчаные раковины, обвалы, ужимины и др.); вследствие нарушения технологического процесса плавки и внепечной обработки металла (неметаллические включения, газовые раковины, пористость и др.); из-за нарушения режима заливки формы (шлаковые включения, корольки, спаи и др.) каждый из указанных элементов процесса независимо от другого может быть причиной окончательного брака в отливке.

Пусть вероятность получения качественной отливки без дефектов «по вине» формы p(ф)=0,98; по вине металла p(м)=0,93; по вине заливки p(з)=0,99. Необходимо оценить надежность технологического процесса в целом, т.е. определить вероятность получения бездефектной отливки p(фмз).

Решение. По формуле (3.3)

$$p(\text{фмз}) = p(\text{ф}) \cdot p(\text{м}) \cdot p(\text{з}) = 0{,}98 \cdot 0{,}93 \cdot 0{,}99 = 0{,}90.$$

Для *несовместных* событий (они не могут наступить одновременно) справедлива *теорема сложения* вероятностей:

$$p\left(A_1 + A_2 + \ldots + A_n\right) = p\left(A_1\right) + p\left(A_2\right) + \ldots + p\left(A_n\right). \qquad (3.4)$$

Из этой теоремы вытекают два следствия:

1. Для полной группы несовместных событий сумма их вероятностей равна единице:

$$\sum_{i=1}^{n} p\left(A_i\right) = 1. \qquad (3.5)$$

2. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$p\left(A\right) + p\left(\overline{A}\right) = 1. \qquad (3.6)$$

Пример 3.3. В партии поковок доля брака составляет 3 % (p(А)=0,03). Здесь событие A состоит в выборе дефектной детали. Противоположное ему событие, состоящее в выборе годной детали, будет $\overline{A}$. По формуле (3.6) находим $p\left(\overline{A}\right)$ = 1 – $p(A)$ = 1– 0,03 = = 0,97, т.е. партия поковок содержит 97 % годных деталей.

Законом распределения случайной величины называют любое правило (таблицу, функцию), позволяющее находить вероятности всевозможных событий.

Случайные величины бывают *дискретными* и *непрерывными*.

Дискретными случайными величинами называют такие, которые могут принимать конечное и счетное множество возможных значений.

Непрерывными случайными величинами называют такие, которые в некотором интервале могут принимать любое значение.

Число бракованных поковок в различных выборках из генеральной совокупности есть дискретная случайная величина, а размер этих изделий – непрерывная случайная величина.

Всякую непрерывную случайную величину можно задать в виде дискретной, если все возможные ее значения разбить на интервалы и задать вероятности появления этих интервалов (из-за ограниченности измерительных средств все замеры непрерывных величин задаются в дискретном виде). Случайные величины характеризуются функциями распределения вероятностей.

Распределение случайной величины X называется *интегральной функцией распределения* $F(x_i)$ (рис. 3.3). Она определяет вероятность того, что случайная величина примет значения, не превосходящие x_i, т.е. попадет в интервал $\left(-\infty,\ x_i\right)$,

$$F(x_i) = p(X<x_i).$$

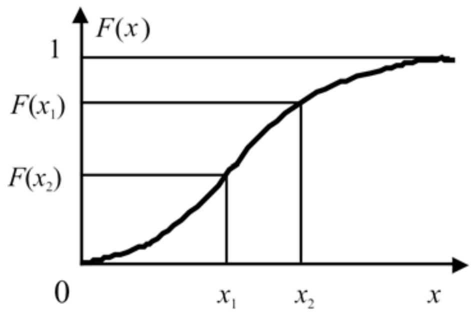

Рис. 3.3. Интегральная функция распределения

Задание $F(x_i)$ и определяет закон распределения случайной величины X. В большинстве практически важных случаев распределение случайных величин может быть задано в другой форме с помощью введения *функции плотности вероятностей* $f(x)$ (*дифференциальной функции распределения*).

Характерной особенностью случайной величины является то, что заранее неизвестно, какое из значений она примет. Возможность принятия случайной величиной X значения из интервала (x_1, x_2) количественно оценивается вероятностью

$$p(x_1 < X \leq x_2) = f(x)\mathrm{d}x, \tag{3.7}$$

где $p(x_1 < X \leq x_2)$ – вероятность указанного события ($x_1 < X \leq x_2$); $f(x)$ – плотность распределения случайной величины; $x_2 = x_1 + \mathrm{d}x$.

Плотность вероятности является важнейшей характеристикой, задающей распределение случайной величины, Плотность удовлетворяет двум условиям: она неотрицательна, и интеграл от нее в полных пределах изменения аргумента x равен единице:

$$f(x) \geq 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1. \tag{3.8}$$

Функция распределения $F(\boldsymbol{x})$ выражается через плотность $f(x)$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\mathbf{x}} f(x)\mathrm{d}x\,. \tag{3.9}$$

С другой стороны, если плотность $f(x)$ непрерывна в точке x, то ее значение в этой точке равно производной от функции $F(x)$:

$$f(x) = F'(x)\,. \tag{3.10}$$

Функция распределения $F(x)$ является первообразной для плотности $f(x)$, поэтому

$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) = F(x_2) - F(x_1), \tag{3.11}$$

$f(x)$ называют также *дифференциальной функцией распределения*.

Свойства функции распределения: она неотрицательна, возрастающая и равна 0 и 1 при значении аргумента $-\infty$ и ∞:

$$F(x) \geq 0;\ F(x_1) < F(x_2) \text{ при } x_1 < x_2; \quad F(-\infty) = 0;\ F(\infty) = 1.$$

График плотности распределения $f(x)$ называется *кривой распределения случайной величины* (рис. 3.4). Исходя из геометрической интерпретации интеграла как площади соответствующей криволинейной трапеции заключаем, что для произвольного $-\infty < x_0 < +\infty$ число $F(x_0)$ равно площади под кривой распределения, лежащей левее прямой $X = x_0$. Аналогично интерпретируется вероятность $p(x_1 < x \le x_2)$.

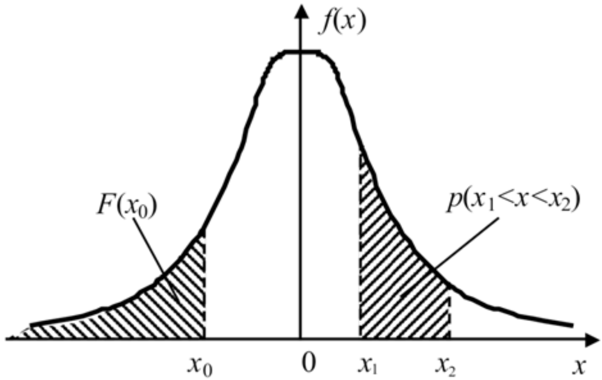

Рис. 3.4. Погрешность случайной величины

Случайная величина x, для которой существует плотность распределения $f(x)$, называется *непрерывной*.

Если под случайной величиной $\boldsymbol{x}$ понимать продолжительность безотказной работы объекта, то произведение $f(x)\mathrm{d}x$ есть вероятность отказа объекта в интервале времени (x_1, x_2). Значение функции распределения $F(x)$ равно вероятности отказа объекта до момента x. В теории надежности часто употребляют такое понятие, как вероятность безотказной работы $p(x)$, которое является дополнительным понятием к функции распределения $F(x)$.

Значение вероятности безотказной работы в точке x равно вероятности того, что случайная величина X превысит x, т. е. изделие будет работать безотказно в течение времени x:

$$p(x) = 1 - F(x) = p\{X > x\}.$$

Функция $p(x)$ называется также *функцией надежности*. Примерные графики функции распределения $F(x)$ и функции надежности $p(x)$ изображены на рис. 3.5.

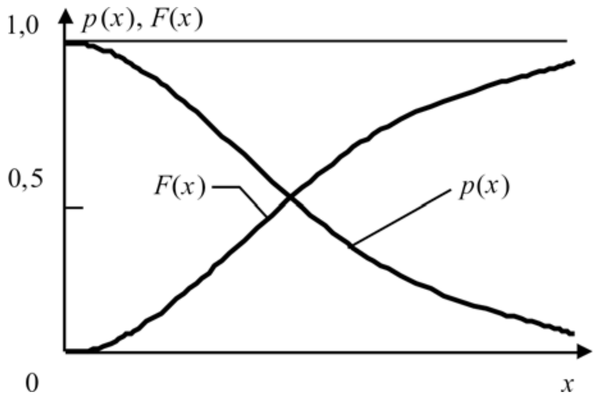

Рис. 3.5. Графики функции распределения $F(x)$
и функции надежности $p(x)$

3.3. Меры положения и рассеяния кривой распределения

Кривая распределения плотностей вероятностей случайной величины характеризуется своим положением на оси абсцисс и рассеиванием случайной величины. Для оценки положения и рассеяния кривой распределения вводятся соответствующие критерии или *меры*.

К *мерам положения* относятся: *мода, математическое ожидание* и *медиана* случайной величины.

К *мерам рассеяния* относятся: *дисперсия, стандартное отклонение* и *размах*.

Модой распределения (Mo) называется наиболее вероятное значение случайной величины X. Плотность вероятности $f(x)$ принимает максимальное значение в окрестности моды. Функция распределения плотности вероятностей может иметь одно или несколько максимальных значений в разных местах области (рис. 3.6).

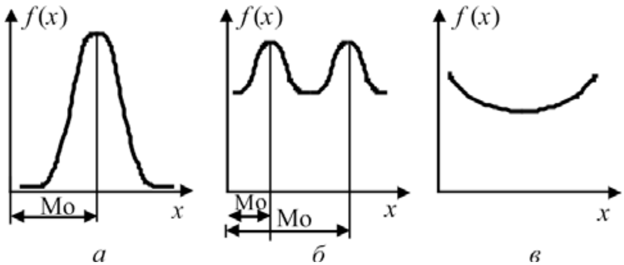

Рис. 3.6. Кривые распределения случайной величины X:
а – одномодальная; *б* – двухмодальная; *в* – антимодальная

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений:

$$M_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i. \tag{3.12}$$

Математическое ожидание случайной величины X, имеющей плотность распределения $f(x)$, вычисляется по формуле

$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\ f\left(x\right)\ \mathrm{d}x. \tag{3.13}$$

Статистической оценкой математического ожидания является среднее арифметическое значение случайной величины

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot m_i, \tag{3.14}$$

где N – количество значений x_i; m_i – частота появления результата x_i.

Математическое ожидание (среднее арифметическое значение) случайной величины называют часто *центром рассеяния* или *центром группирования* случайной величины. Математическое ожидание является оценкой истинного значения измеряемой величины.

Пример 3.4. Найти математическое ожидание и моду случайной величины, заданной таблицей значений:

x	3	5	2
p	0,1	0,6	0,3

Решение. $M_{\boldsymbol{x}} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i = 3 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}6 + 2 \cdot 0{,}3 = 3{,}9.$ $\mathrm{Mo} = 5.$

Медианой случайной величины (Ме) называется такое ее значение $\boldsymbol{x}$, для которого

$$p(x < \mathrm{Me}) \approx p(x > \mathrm{Me}), \tag{3.15}$$

т. е. вероятность появления случайной величины меньшей, чем медиана, или большей, чем медиана, одинакова.

Геометрическая медиана – это абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам (рис. 3.7):

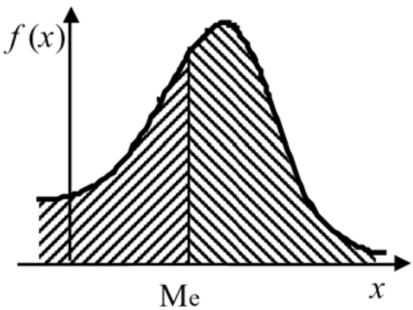

Рис. 3.7. Геометрическая медиана

$$\int_{-\infty}^{\mathrm{Me}} f\left(x\right) \mathrm{d}x = \int_{\mathrm{Me}}^{\infty} f\left(x\right) \mathrm{d}x.$$

Мерой рассеяния случайной величины X около ее среднего значения $\overline{x}$ служит *стандартное* (или *среднее квадратичное*) *отклонение* σ:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - M_x\right)^2}. \tag{3.16}$$

Для непрерывной случайной величины σ определяется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - M_x\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x\right)\mathrm{d}x}\,. \qquad (3.17)$$

Другая мера рассеяния – *дисперсия* (дисперсия и означает рассеивание) характеризует разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания. Дисперсия увеличивается с увеличением рассеяния результатов наблюдения. Дисперсия определяется по формуле

$$\text{Д}_{\boldsymbol{x}} = \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(x_i - M_x\right)^2 p_i, \qquad (3.18)$$

где x_i – дискретная случайная величина, и по формуле

$$\text{Д}_x = M\left(x - M_x\right)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\left(x_i - M_x\right)^2 \cdot f\left(x\right)\,\mathrm{d}x, \qquad (3.19)$$

где x_i – непрерывная случайная величина.

Свойства дисперсии:

- $\text{Д}_x \geq 0$;
- $\text{Д}_x \cdot C = 0$ для $C = \text{const}$ (дисперсия неслучайной величины равна нулю);
- $\text{Д}(CX) = C^2 \cdot \text{Д}_x$ – неслучайную величину можно выносить за знак дисперсии, возведя ее в квадрат;
- $\text{Д}_{\boldsymbol{x}} = M_x(X^2) - (M_x)^2$ – дисперсия равна математическому ожиданию квадрата случайной величины минус квадрат ее математического ожидания;
- $\text{Д}(X+Y) = \text{Д}_x + \text{Д}_y$, если X и Y – независимые случайные величины.

Последнее свойство рассмотрим более подробно на примере двух случайных величин X и Y. По определению

$$Д\left(X+Y\right) = M\left[\left(X+Y\right) - M\left(X+Y\right)\right]^2.$$

После раскрытия квадратных скобок и объединения каждой случайной величины со своим математическим ожиданием получим

$$Д(X+Y) = M(X-M_x)^2 + M(Y-M_y)^2 + 2M\left[\left(X-M_x\right)\left(Y-M_y\right)\right],$$

откуда

$$Д(X+Y) = Д_x + Д_y + 2\mathrm{cov}(XY)$$

где $\mathrm{cov}(XY) = M\left[\left(X-M_x\right)\left(Y-M_y\right)\right] = M\left(XY\right) - M_X M_Y -$ *ковариация*. Она характеризует связь между случайными величинами X и Y. Для независимых случайных величин ковариация равна нулю. Ковариация является неудобной характеристикой, так как по ее величине трудно судить о степени (тесноте) связи. Поэтому была введена другая величина – *коэффициент корреляции*, вычисляемый по формуле

$$\rho\left(XY\right) = \frac{\mathrm{cov}(XY)}{\sqrt{Д_x Д_y}}. \qquad (3.20)$$

Коэффициент корреляции меняется в пределах от –1 до +1 и является характеристикой тесноты линейной связи между двумя случайными величинами. Если x и y независимы, то $\rho\left(XY\right) = 0$. Если абсолютное значение $\rho(XY)$ окажется больше 1, то совершенно ясно, что произошла ошибка и необходимо пересчитать результат. В случае сильной положительной корреляции достигается значение, близкое к +1, а при сильной отрицательной корреляции достигается значение, близкое к –1. Таким образом, когда $|\rho(XY)|$ близок к 1, это указывает на сильную корреляцию между X и Y, а когда $|\rho(XY)|$ близок к 0 – на слабую корреляцию.

Размах случайной величины R определяется как разность между наибольшим и наименьшим значениями случайной величины:

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \qquad (21)$$

3.4. Теоретические законы распределения

3.4.1. Закон нормального распределения (закон Гаусса)

Этот закон является одним из наиболее распространенных законов распределения погрешностей. Уравнение кривой нормального распределения имеет следующий вид:

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ e^{-(x_i-\bar{x})^2/2\sigma^2}. \quad (3.22)$$

Функция распределения имеет вид

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-(x_i-\bar{x})^2/2\sigma^2}\,dx. \quad (3.23)$$

График плотности нормального распределения называется нормальной кривой или кривой Гаусса (рис. 3.8). Отметим смысл характеристик этой кривой:

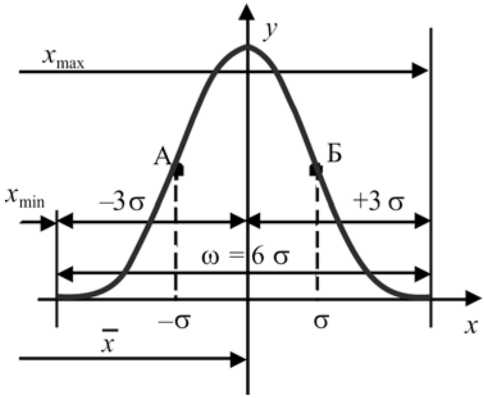

Рис. 3.8. Распределение Гаусса

• $\bar{x}$ – центр группирования, характеризует распределение размеров;

• σ – характеризует кучность распределения размеров (погрешностей) около $\bar{x}$; чем меньше σ, тем кучнее распределяются размеры около $\bar{x}$ (рис. 3.9).

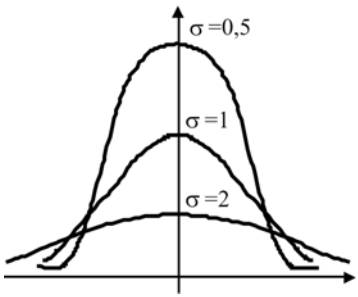

Рис 3.9. Нормальное распределение
случайных погрешностей
при различных значениях σ

Кривая Гаусса имеет следующие особенности.

1. Кривая симметрична относительно $\overline{x}$.

2. При $x_i = \overline{x}$ кривая имеет максимум:

$$y_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \approx \frac{0,4}{\sigma}.$$

3. На расстоянии ±σ от вершины кривая имеет две точки перегиба *А* и *Б*, координаты которых

$$y_A = y_Б = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}} \approx 0,6 y_{\max} \approx \frac{0,24}{\sigma}.$$

4. На расстоянии ±3σ от вершины кривой ее ветви так близки к оси абсцисс, что в пределах ±3σ 99,7 % всей площади ограничивается кривой. Практически принято считать, что на расстоянии ±3σ от вершины кривой ее ветви пересекаются с осью абсцисс, и в этих пределах заключена вся площадь кривой, т.е. 100,0 %. Погрешность в этом случае составляет 0,3 %, что допустимо при решении многих задач производства.

5. σ – это мера рассеяния, мера точности. На основании п.4 справедливо утверждение, что поле рассеяния ω≈6σ.

С использованием закона Гаусса вероятный процент брака вычисляется следующим образом. Считаем, что все детали партии имеют действительные размеры в пределах поля рассеяния

$$6\sigma = x_{\max} - x_{\min},$$

где x_{max}, x_{min} – максимальное и минимальное значения параметра (размера). При этом площадь, ограниченная кривой нормального распределения и осью абсцисс, равна единице и определяет 100% заготовок партии. Площадь заштрихованных на рис. 3.10 участков представляет собой количество деталей, выходящих по своим размерам за пределы допуска.

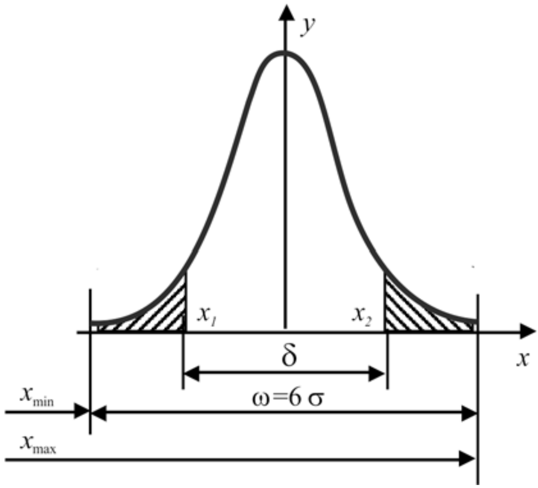

Рис. 3.10. К определению количества годных деталей

Для определения количества годных деталей необходимо найти площадь, ограниченную кривой и осью абсцисс на длине, равной допуску δ. При симметричном расположении поля рассеяния относительно поля допуска следует найти значение интервала, определяющего половину площади, ограниченной кривой Гаусса и абсциссой x_1 (x_2).

Функция распределения для нормального закона имеет вид (рис. 3.11)

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} y\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-x^2/2\sigma^2}\,\mathrm{d}x\,. \tag{3.24}$$

Для случая, когда $\bar{x} = 0,\ \sigma = 1$, распределение называют стандартным и функция распределения имеет следующий вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-x^2/2} dx. \qquad (3.25)$$

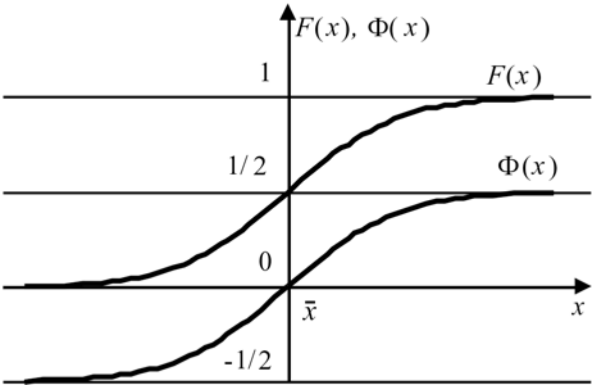

Рис. 3.11. Функция распределения $F(x)$
и функция Лапласа $\Phi(x)$

Таким образом, если случайная величина X следует закону нормального распределения, то вероятность появления случайной погрешности определяется площадью, ограниченной кривой $f(x)$ и ее частью и осью абсцисс:

$$p\{x_1 < x < x_2\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-x^2/2\sigma^2} dx. \qquad (3.26)$$

Подынтегральное значение есть элемент вероятности, равный площади прямоугольника с основанием dx и абсциссами x_1 и x_2, называемыми *квантилями*.

Произведем замену переменной: $t = x/\sigma$, $dx = \sigma \cdot dt$:

$$p\{x_1 < x < x_2\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} e^{-t^2/2} dt. \qquad (3.27)$$

Представим правую часть в виде суммы двух интегралов:

$$p\left\{x_1 < x < x_2\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{t_1}^{0} e^{-t^2/2}dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t_2} e^{-t^2/2}dt .$$

Интеграл вида

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t} e^{-t^2/2} dt \tag{3.28}$$

носит название *нормальной функции Лапласа*. Значения этого интеграла сведены в таблицу. Таким образом, указанная вероятность (3.28) сводится к разности нормальных функций Лапласа:

$$p\ \{\ x_1 < x < x_2\ \} = \Phi\ (t_2) - \Phi\ (t_1). \tag{3.29}$$

Расчет количества годных деталей сводится к установлению величины t и определению $\Phi(t)$ по таблице с последующим пересчетом полученных величин в проценты или в число штук изделий.

В общем случае, когда $\bar{x} \neq 0$, имеем следующую вероятность появления случайных погрешностей:

$$p\left\{x_1 \le x \le x_2\right\} = \int_{x_1}^{x_2} f\left(x\right)\ dx = \Phi\left(\frac{x_2 - M_x}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - M_x}{\sigma}\right). \tag{3.30}$$

Отметим свойства функции Лапласа: $\Phi(0) = 0$; $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ (функция нечетная); $\Phi(\infty)=1/2$. Из рис.3.11 видно, что кривые $F(x)$ и $\Phi(x)$ эквидистантны.

Пример 3.5. На металлургическом заводе проведено контрольное определение твердости по Шору рабочего слоя большой партии однотипных листопрокатных валков. Установлено, что твердость (случайная величина x) распределена нормально с математическим ожиданием 60 ед. по Шору и средним квадратичным отклонением 5 ед. по Шору. Необходимо найти вероятность того, что значение твердости валков заключено в пределах 57–65 ед. Шора, оговоренных ГОСТом.

Решение. Используем формулу (3.29). По условию задачи x_1=57; x_2=65; $M_x = 60$; $\sigma = 5$, следовательно,

$$p\{57 \le x \le 65\} = \Phi\left(\frac{65-60}{5}\right) - \Phi\left(\frac{57-60}{5}\right) = \Phi(1,0) - \Phi(-0,6) = \Phi(1,0) + \Phi(0,6).$$

По таблице функции Лапласа находим: Ф(1,0) =0,3413; Ф(0,6)=0,2257. Отсюда искомая вероятность

$$p\{57 \le x \le 65\} = 0,3413 + 0,2257 = 0,567.$$

Во многих практических задачах требуется вычислить вероятность того, что абсолютное отклонение ΔX нормально распределенной случайной величины X от математического ожидания меньше заданного положительного числа ε, т.е. требуется найти вероятность выполнения неравенства

$$\Delta X = \left|X - M_x\right| < \varepsilon \,. \tag{3.31}$$

На основании нечетности функции Лапласа справедливо соотношение

$$p(\Delta X \le \varepsilon) = p(\left|X - M_x\right| \le \varepsilon) = \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_x}\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_x}\right). \tag{3.32}$$

Аналогично для нормированной случайной величины

$$p(\Delta X_0 \le \varepsilon) = p(-\varepsilon \le X_0 \le \varepsilon) = \Phi(\varepsilon) - \Phi(-\varepsilon) = 2\Phi(\varepsilon). \tag{3.33}$$

Обозначив $\varepsilon = \sigma_x t$, получим $p(\Delta X < \sigma_x t) = 2\Phi(t)$.

Если t =3 и соответственно $\sigma_x t = 3\sigma_x$, то

$$p(\Delta X_0 \le 3\sigma_x) = 2\Phi(3) \; = 2 \cdot 0{,}49865 = 0{,}9973.$$

Вероятность того, что абсолютное отклонение будет меньше утроенного среднеквадратичного отклонения, равна 0,9973, и большие отклонения практически невозможны. В этом состоит «*правило трех сигм*»: при нормальном распределении случайной величины абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превышает утроенного среднего квадратичного отклонения.

Это правило применяют для проверки нормальности распределения изучаемой величины и для выявления грубых ошибок (промахов) в экспериментальных данных.

Пример 3.6. Величина отбеленного рабочего слоя валов после чистовой обработки является нормально распределенной случайной величиной со средним квадратичным отклонением σ_x=1 мм. Необходимо определить вероятность брака валов по причине малого и большого отбела, если бракуются валы, отбел которых отклоняется от требований технических условий более чем на 2 мм.

Решение. Используем формулу (3.32). По условию задачи ε = 2 мм; σ_x = 1 мм, следовательно, вероятность получения годной продукции

$$p\left(\Delta X \le 2\right) = 2\Phi\left(2/1\right) = 2\Phi\left(2\right) = 0{,}9544\ .$$

Вероятность получения брака равна вероятности противоположного события

$$p\left(\Delta X \ge 2\right) = 1 - 0{,}9544\ \approx 0{,}05.$$

3.4.2. Экспоненциальное распределение

Экспоненциальное распределение характерно для внезапных отказов элементов и систем. Плотность вероятности экспоненциального распределения задается уравнением

$$f\left(x\right) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x},\ F\left(x\right) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda x},\ \lambda(x) = \lambda\ ,\ x > 0, \qquad (3.34)$$

где λ – параметр распределения, являющийся строго положительной константой.

Среднее значение $\bar{x}$ и среднеквадратическое отклонение σ экспоненциального распределения совпадают и равны обратному значению параметра $\bar{x} = \sigma = 1/\lambda$. Графики функций $F(x)$ и $f(x)$ приведены на рис. 3.12.

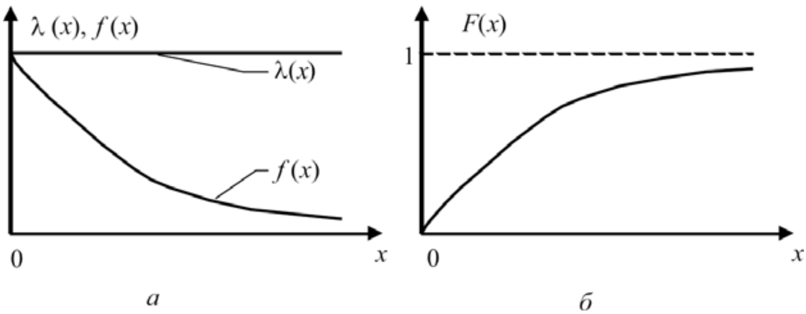

Рис. 3.12. Графики плотности $f(x)$, интенсивности отказов $\lambda(x)$ (*а*) и функции $F(x)$ экспоненциального распределения (*б*)

Основное свойство экспоненциального закона состоит в том, что при нем вероятность безотказной работы на данном интервале не зависит от времени предшествующей работы, а зависит от длины интервала. Это значит, что будущее поведение элемента не зависит от прошлого, если в данный момент он исправлен.

3.4.3. Равномерное распределение

Если погрешность измерений с одинаковой вероятностью может принимать любые значения, не выходящие за некоторые границы, то такая погрешность описывается *равномерным законом распределения*. Распределение по закону равной вероятности встречается, когда наряду со случайными факторами, вызывающими рассеивание, действует доминирующий систематический фактор, непрерывно и равномерно изменяющий во времени положение центра группирования M_x. Графически такое распределение случайной величины отображается прямоугольником (рис. 3.13).

Если рассеяние размеров зависит только от переменных систематических погрешностей, от износа режущей кромки инструмента, то распределение действительных размеров партии деталей подчиняется закону равной вероятности.

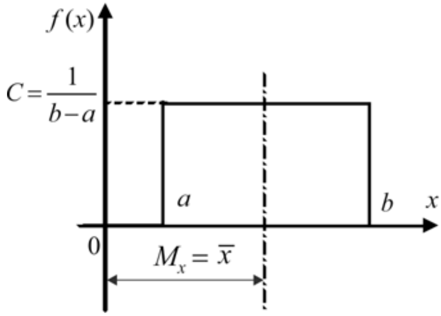

Рис. 3.13. Распределение случайной величины
по закону равной вероятности

Например, при установившемся износе режущего инструмента уменьшение его размеров во времени подчиняется прямолинейному закону, что соответственно увеличивает (при обработке валов) или уменьшает (при обработке отверстий) диаметры обрабатываемых заготовок. Тогда в момент времени t_1 вал будет иметь размер a, в момент времени t_2 – b. Естественно, что изменение размеров обрабатываемых заготовок тоже происходит по закону прямой линии.

При изменении случайной величины X в интервале от a до b плотность $f(x)$ постоянна и равна C; вне этого интервала она равна нулю. Так как площадь, ограниченная кривой распределения, равна единице,

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 1, \quad C\left(b-a\right) = 1, \text{ то } C = \frac{1}{b-a}. \tag{3.35}$$

Плотность распределения $f(x)$ имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} (b-a)^{-1} \text{ при } & a \le x \le b, \\ 0 \quad \text{ при } & x > b; x < a; x \notin [a,\ b]. \end{cases} \tag{3.36}$$

Функция распределения (рис. 3.14) имеет вид

$$F(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \ , \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \ , \\ 1 & \text{при } x > b \ , \end{cases} \tag{3.37}$$

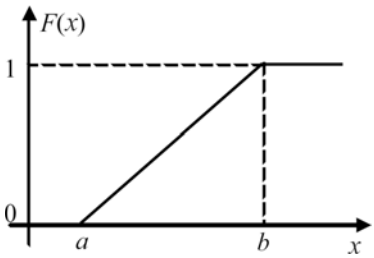

Рис.3.14. График функции $F(x)$
равномерного распределения

Вычислим математическое ожидание и дисперсию:

$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\ f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b x \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\frac{x^2}{2}\Big|_a^b = \frac{a+b}{2},$$

$$D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-M_x)^2 f(x)\mathrm{d}x = M_x\left(X^2\right) - M_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f\left(x\right)\ \mathrm{d}x - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 =$$

$$= \int_a^b x^2 \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x - \frac{\left(a+b\right)^2}{4} = \frac{1}{b-a}\frac{x^3}{3}\Big|_a^b - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{\left(b-a\right)^2}{12}.$$

Определяем среднее квадратичное отклонение и поле рассеяния:

$$\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}};\ \omega = b-a = 2\sigma\sqrt{3}. \qquad (3.38)$$

Коэффициент асимметрии $S_k = 0$ (распределение симметрично). Для определения коэффициента эксцесса найдем четвертый центральный момент:

$$M_4 = \frac{1}{b-a}\int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2}\right)^4 \mathrm{d}x = \frac{\left(b-a\right)^4}{80}.$$

Отсюда

$$E_k = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = -1{,}2.$$

Равномерное распределение наиболее характерно для неисключенных систематических погрешностей (погрешность от трения в опорах электромеханических приборов, погрешность дискретности в цифровых приборах и др.). Если отсутствуют данные о виде распределения систематической погрешности, то они принимаются равномерными, так как оцениваются границами (пределами) допускаемых погрешностей.

3.5. Начальные и центральные моменты

В общем случае момент дискретной случайной величины r-го порядка можно представить в виде

$$M_r = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - a\right)^r p_i, \tag{3.39}$$

где a – постоянная величина.

Если $a = 0$, то момент называют начальным, если $a = M_x$ или $a = \overline{x} \cdot r$ – *центральным*. Нечетные центральные моменты указывают на симметрию распределения относительно математического ожидания. У всех симметричных распределений нечетные моменты относительно среднего значения равны нулю.

Первый начальный момент – математическое ожидание:

$$M_1 = M_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i\ . \tag{3.40}$$

Второй центральный момент – стандартное отклонение σ:

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - M_x\right)^2 p_i\ . \tag{3.41}$$

Для более подробного описания распределения используются моменты более высоких порядков.

Третий центральный момент (M_3) характеризует асимметрию распределения случайных погрешностей, т.е. скошенность (рис. 3.15). *Коэффициент асимметрии*

$$S_k = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \left(x_i - \overline{x}\right)^3}{\sigma^3}. \tag{3.42}$$

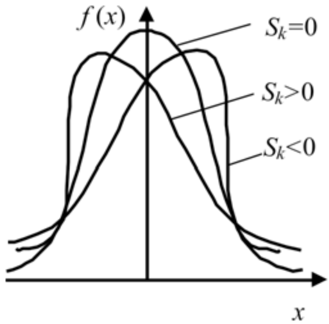

Рис. 3.15. Асимметричные распределения
случайных погрешностей

Четвертый центральный момент (M_4) характеризует форму (крутизну кривой), плосковершинность или островершинность распределения случайных погрешностей (рис. 3.16) и описывается с помощью *эксцесса*:

$$E_k = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \left(x_i - \overline{x}\right)^4}{\sigma^4} - 3. \tag{3.43}$$

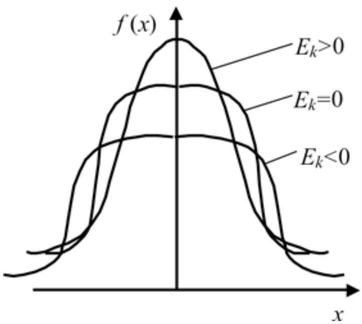

Рис. 3.16. Плосковершинность и островершинность
распределения случайных погрешностей

Число 3 вычитают потому, что для нормального распределения погрешностей $M_4 = 3$, следовательно, $E_k = 0$, т.е. в качестве кривой с нулевым эксцессом принята кривая нормального распределения.

Выражение $1/\sqrt{E_k}$ называется контрэксцессом. Если $E_k > 0$, то говорят, что имеется положительный эксцесс, т.е. вершина кривой находится выше кривой нормального распределения. Если $E_k < 0$ – имеется отрицательный эксцесс и вершина кривой находится ниже вершины кривой нормального распределения.

В случаях когда значения случайной величины x_i заданы трех- и более значимыми числами и объем выборки $N > 25$, расчет параметров целесообразно вести путем введения случайной величины:

$$x_i' = \frac{x_i - x_0}{h},$$

где x_i' – новая случайная величина; h – величина интервала; x_0 – некоторое начальное значение (обычно принимают середину средних значений x_i).

3.6. Квантили распределения

Пусть X – непрерывный количественный случайный признак с функцией распределения $F(x)$ и плотностью распределения $f(x)$.

Квантилью порядка P или *P-квантилью* распределения $F(x)$ называется величина x_P, являющаяся решением уравнения

$$F(x_P) = P, \ \ 0 \le P \le 1. \qquad (3.44)$$

Поскольку для непрерывного признака ее функция распределения $F(x)$ непрерывная и монотонно возрастающая, решение уравнения (3.44) – единственное (рис. 3.17).

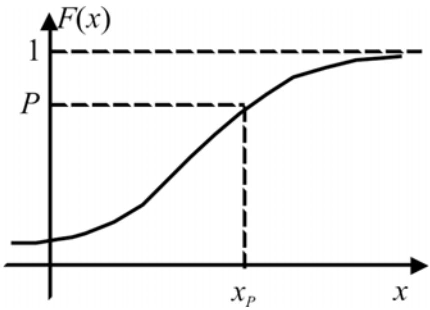

Рис. 3.17. К определению квантиля

Квантиль порядка P=0,5 называется *медианой распределения* (рис. 3.18). Ордината медианы рассекает площадь между кривой плотности, вероятности и осью абсцисс пополам. Для непрерывного признака ее функция распределения имеет вид

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\, \mathrm{d}x,$$

где $f(x)$ – плотность распределения.

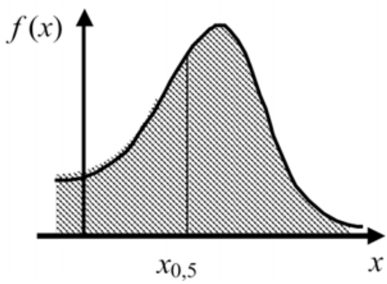

Рис. 3.18. Медиана распределения

Квантиль x_P удовлетворяет соотношению

$$\int_{-\infty}^{x_P} f(x)\, \mathrm{d}x = P.$$

На рис. 3.19 площадь под заштрихованной фигурой равна P, а оставшаяся площадь под фигурой равна $1 - P$.

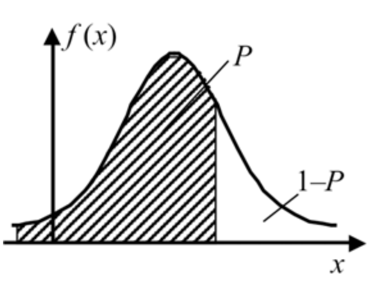

Рис. 3.19. К определению площади $f(x)$

3.7. Интервальные оценки истинного значения

Рассмотренные ранее оценки результата измерения $\left(\bar{x},\ \sigma\right)$, выраженного одним числом, называются *точечными оценками*.

Точечная оценка погрешности измерения неполная, поскольку σ указывает на границы интервала, в котором может находиться истинное значение x, но ничего не говорит о вероятности попадания x в этот интервал.

Более полным и надежным способом оценки случайных величин является определение интервальной оценки, которая с заданной степенью достоверности включает в себя значение оцениваемого параметра.

Вероятность того, что случайная погрешность не выйдет за пределы x_1, x_2, называется *доверительным интервалом* (*полем допуска*), а соответствующая ему вероятность появления случайной погрешности – *доверительной вероятностью* α:

$$\alpha = p(x_н \leq x \leq x_в) = 1 - \beta, \tag{3.45}$$

где $x_н = \overline{x} - x_1$, $x_в = \overline{x} + x_2$ – нижняя и верхняя доверительные границы параметра x; β – уровень значимости ($\beta = p(x_н > x > x_в) = 1 - \alpha$).

Доверительный интервал характеризует степень воспроизводимости результатов измерений, причем при большом доверительном интервале наблюдается большая доверительная вероятность. Таким образом, доверительный интервал и доверительная вероятность – основные характеристики случайной погрешности.

Наиболее часто значения доверительных вероятностей принимают равными 0,90; 0,95; 0,99 или уровни значимости соответственно 0,10; 0,05; 0,01. В технических измерениях ограничиваются доверительной вероятностью α=0,95.

При нормальном законе распределения случайных погрешностей часто пользуются доверительным интервалом от +3σ до –3σ, для которого доверительная вероятность равна 0,9973. Такая доверительная вероятность означает, что в среднем из 370 случайных погрешностей только одна по абсолютному значению будет больше 3σ.

Различного рода ошибки, влияющие на правильность принятия решения о техническом состоянии объекта, неизбежно возникают в процессе диагностирования. Основные причины ошибок диагностирования:

- неточное измерение и преобразование контролируемого параметра;
- неточное сравнение измеренного значения параметра с нижним и верхним допустимыми пределами;
- ненадежное функционирование средств контроля в процессе диагностирования.

Поясним смысл вышеуказанных ошибок на конкретном примере. Пусть производится диагностирование размера деталей по заданному полю допуска (рис. 3.20). Если среднее значение измерений находится в пределах поля допуска, деталь признается годной. Однако вследствие разброса часть измерений находится за пределами поля допуска. Это *ошибка первого рода*, при которой годная деталь признается негодной. Если среднее значение измерений находится за пределами поля допуска, деталь признается негодной, однако из-за разброса часть измерений попадает в поле допуска. Это *ошибка второго рода*, при которой негодная деталь признается годной. Вероятности ошибок первого и второго рода характеризуются площадями фигур под кривыми распределения измерений, (на рис. 3.20 они заштрихованы).

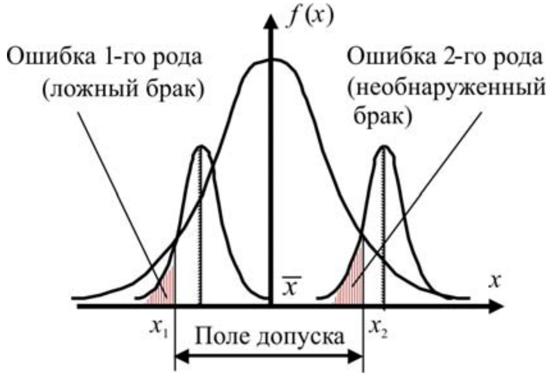

Рис. 3.20. К определению количества
годных деталей

Легко понять, что ошибка измерения первого рода является *ложным браком*, а ошибка второго рода – *пропуском брака*, или *необнаруженным браком*.

Значения ошибок ложного и необнаруженного брака характеризуют качество процесса измерений в целом, а это значит, что они должны учитываться при задании и определении показателей диагностирования.

Для уменьшения опасности появления ошибок второго рода при контроле в случае, когда поле допуска превышает поле рассеяния, необходимо с помощью настройки обеспечить расположение кривой фактического распределения размеров внутри поля допуска с таким расчетом, чтобы ее центр группирования (математическое ожидание M_x) отстоял от предельных размеров не менее чем на 3σ.

Доверительная вероятность определяет область допустимых значений, а уровень значимости – критическую область, т.е. вероятность того, что x выйдет за пределы $\left[x_1,\ x_2\right]$. Выбираемое значение β должно быть достаточно малым, чтобы не была совершена *ошибка первого рода*, т.е. чтобы не была забракована правильная оценка. С другой стороны, слишком малое значение β может привести к *ошибке второго рода*, когда будет принята ложная оценка. Уровень значимости лежит в пределах $0{,}02 \le \beta \le 0{,}1$.

3.8. Представление параметров распределения

Множество однотипных объектов из генеральной совокупности значений случайной величины X (x_1, x_2, …, x_n) на практике характеризуется и представляется:

- эмпирической функцией распределения;
- полигоном частот;
- гистограммой частот.

Эмпирической функцией распределения (функцией распределения выборки) называют функцию $F_X(x)$, определяющую частость события, заключающегося в том, что случайная величина X в результате испытания примет значение, меньшее x, т.е.

$$F_X(x) = W\,(X < x). \qquad (3.46)$$

Таким образом, эмпирическая функция распределения выборки неубывающая и служит для оценки теоретической функции распределения генеральной совокупности.

Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1; n_1), (x_2; n_2),…, (x_k; n_k), где n_i, $i = 1,\ldots,k$ – число наблюдений (частоты), при которых отмечалось значение признака, равное x_i. Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i , а на оси ординат – соответствующие им частоты n_i. При этом сумма всех частот равна объему выборки.

Пример 3.7. Построить полигон частот (рис. 3.21) для следующего распределения:

x_i	1	4	5	7
n_i	20	10	14	6

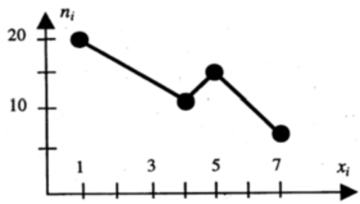

Рис. 3.21. Полигон частот

Для построения гистограммы интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения непрерывного признака, разбивают на несколько частичных интервалов длиной h и находят для каждого частичного интервала n_i – сумму частот вариантов, попавших в i-й интервал.

Гистограммой частот называют ступенчатую функцию, состоящую из прямоугольников, основанием которой служат частичные интервалы длиной h, а высоты равны отношению n_i /h (плотность частоты).

Площадь i-го частичного прямоугольника $h \cdot n_i /h$ *равна* n_i, т.е. сумме частот i-го интервала. Следовательно, площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, т.е. объему выборки.

Пример 3.8. Построить гистограмму частот (рис. 3.22) по распределению выборки объемом n =100 в соответствии с таблицей:

Номер интервала	Частичный интервал x_i–x_{i+1}	Сумма частот	Плотность частоты n_i/h_i
1	1 – 5	10	2,5
2	5 – 9	20	5,0
3	9 – 13	50	12,5
4	13 – 17	12	3,0
5	17 – 21	8	2,0

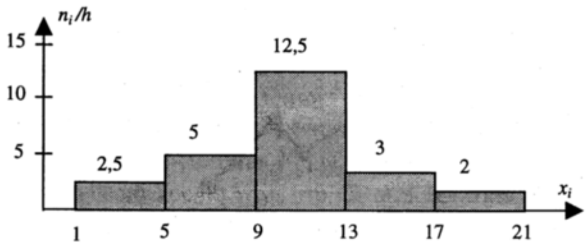

Рис. 3.22. Гистограмма частот

3.9. Основы корреляционного и регрессионного анализа

Целью моделирования любого технологического процесса является установление количественной зависимости выходного параметра от одного или группы *случайных* входных параметров. В функциональной связи $Y = f(X)$ каждому значению *независимой* переменной X отвечает одно или *несколько* вполне определенных значений *зависимой* переменной Y. В этом случае связь между переменными X и Y в отличие от функциональной приобретает статистический характер и называется *корреляционной*.

Простейшей и распространенной зависимостью между величинами X и Y является *линейная регрессия*. Оценка тесноты или силы связи между величинами X и Y осуществляется методами корреляционного анализа.

Рассмотрим линейную регрессию от одного параметра (рис. 3.23).

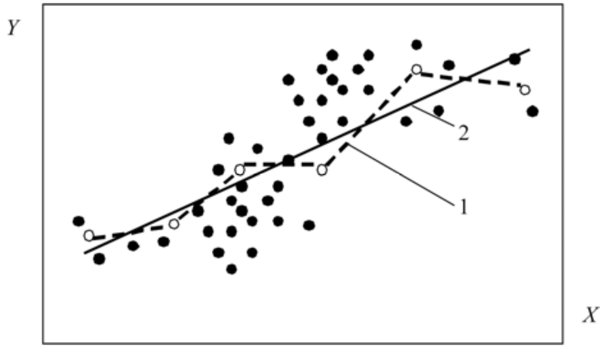

Рис. 3.23. Корреляционное поле зависимости
$Y = f(X)$ с эмпирической (*1*)
и теоретической (*2*) линиями регрессии

Пусть для произвольного фиксированного значения x получено несколько значений y. Предполагается, что величина Y распределена нормально с математическим ожиданием

$$M_y = b_0^* + b_1^* x \tag{3.47}$$

и дисперсией σ_y^2, не зависящей от X. Из (3.47) видно, что случайная величина Y в среднем линейно зависит от фиксированного значения x, а параметры b_0^*, b_1^* и σ_y^2 являются неизвестными параметрами генеральной совокупности.

Для оценки этих неизвестных величин по выборке объемом n сопряженных пар значений $x_1, y_1; x_2, y_2; \ldots; x_n, y_n$ в декартовой системе координат можно построить корреляционное поле, содержащее n точек. Если нанести на поле средние значения $\bar{y}_i$, соответствующие всем значениям переменной x_i в интервалах, ограниченных вертикальными линиями координатной сетки, то зависимость y от x станет более очевидной.

Ломаная линия, соединяющая точки $\bar{y}_i$, отнесенные к серединам интервалов $x_{\text{ср}i}$, называется *эмпирической линией регрессии*. С увеличением числа опытов ломаная линия сглаживается и приближается к предельной линии – *теоретической линии регрессии*.

3.9.1. Метод наименьших квадратов

Для линейной зависимости линия регрессии задается уравнением прямой

$$y = \beta_0 + \beta_1 x, \tag{3.48}$$

неизвестные коэффициенты которой определяются по *методу наименьших квадратов*. В соответствии с этим методом квадрат расстояния по вертикали между опытными точками с координатами x_i, y_i и соответствующими точками на линии регрессии должно быть минимальным:

$$\sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \left(\beta_0 + \beta_1 x_i \right) \right]^2 = \min. \tag{3.49}$$

Из уравнений для определения неизвестных коэффициентов β_0, β_1

$$\frac{\partial}{\partial \beta_0} \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \left(\beta_0 + \beta_1 x \right) \right]^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \beta_1} \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \left(\beta_0 + \beta_1 x \right) \right]^2 = 0 \tag{3.50}$$

следует

$$\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i \right) = 0, \quad \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i \right) \ x_i = 0 , \tag{3.51}$$

откуда

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = n\beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i , \quad \sum_{i=1}^{n} y_i x_i = \beta_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + \beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . \tag{3.52}$$

С учетом обозначений $\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$, $\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$, $\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2$, $\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \, y_i$ следует

$$\beta_0 = \overline{y} - \beta_1 \overline{x} , \tag{3.53}$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i / n \right)}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2 \Big/ n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}. \qquad (3.54)$$

Таким образом, уравнение линейной регрессии принимает вид

$$y = \beta_0 + \beta_1 x = \overline{y} + \beta_1 (x - \overline{x}). \qquad (3.55)$$

Пример 3.9. Построить линейную зависимость регрессии по семи экспериментальным точкам:

Значения аргумента, i	1	2	3	4	5	6	7
Значения функции, y	2,35	2,41	2,60	2,73	2,90	3,11	3,25

Решение. $\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{7} y_i = \frac{19,35}{7} = 2,764;$

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{7} x_i = 4 .$$

По формуле (3.54)

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{7} (x_i - 4)(y_i - 2,764)}{\sum_{i=1}^{7} (x_i - 4)^2} = 0,157 .$$

По формуле (3.55) получаем искомую зависимость

$$y = \overline{y} + \beta_1 (x - \overline{x}) = 2,764 + 0,157 \ (x - 4).$$

3.9.2. Выборочный коэффициент корреляции

Коэффициент корреляции является количественной мерой, учитывающей стохастическую долю колебаний y_i относительно средней $\overline{y}$ под влиянием x_i.

Выборочный коэффициент корреляции вычисляют по формуле

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)\left(y_i - \overline{y}\right)}{\left(n-1\right)\ \sigma_x \sigma_y}, \tag{3.56}$$

где σ_x и σ_y – выборочные средние квадратичные отклонения,

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}},\ \ \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \overline{y}\right)^2}{n-1}}. \tag{3.57}$$

Коэффициент корреляции не может быть использован для оценки технологической важности фактора. Его величина указывает только на тесноту связи между переменными, а знак – на характер влияния. Значения коэффициента корреляции находятся в пределах $-1 \le r \le 1$:

при $r<0$ – увеличение x вызывает уменьшение y;

при $r>0$ – увеличение x вызывает увеличение y;

при $|r| = 1$ – связь между x и y линейная функциональная;

при $|r| = 0$ – корреляционной связи между x и y нет или она нелинейная.

Если выражение (3.56) преобразовать к виду

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)\left(y_i - \overline{y}\right) = r\,\sigma_x \sigma_y \left(n-1\right) \tag{3.58}$$

и подставить в формулу (3.54), то получим

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)\left(y_i - \overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \frac{r\,\sigma_x \sigma_y \left(n-1\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \frac{r\,\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2} = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\ . \tag{3.59}$$

Отсюда видна непосредственная связь коэффициента корреляции r и коэффициента β_1 в уравнении линейной регрессии, их знаки всегда совпадают.

Выражения (3.56), (3.57) выражают тесноту и вид связи между переменными x и y.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте основные причины появления неопределенностей. Какие из них являются субъективными, а какие – объективными?

2. Как описывается неопределенность математически?

3. Приведите примеры математического описания неопределенностей в машиностроении.

4. Когда в задаче математического моделирования применяется стохастическое описание переменных?

5. Дайте определение функции и плотности распределения.

6. Меры положения и рассеяния кривой распределения. Объясните различие между модой, медианой и математическим ожиданием.

7. Что характеризуют дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент корреляции?

8. Дайте характеристики законам распределения: нормальному, экспоненциальному, равномерному.

9. Что характеризуют начальный и центральные моменты?

10. Квантили распределения.

11. Интервальные оценки, доверительные интервал и вероятность.

12. Ошибки диагностирования первого и второго рода, их значение.

13. Способы представления параметров распределения: эмпирическая функция распределения, полигон частот, гистограмма частот.

14. Что такое корреляционное поле, линии регрессии?

15. Метод наименьших квадратов для получения уравнения линейной регрессии.

16. Коэффициент корреляции, его смысл.

4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМИ СТРУКТУРАМИ

Решение практических задач математическими методами осуществляется в следующей последовательности: постановка задачи исследования, выбор типа и вида математической модели, анализ решения уравнений математического описания.

Постановка задачи исследования осуществляется в виде задания критериев изучения или управления объектом. При этом устанавливается схема взаимодействия объекта с окружающей средой, и учитываются только существенные факторы, система представляется замкнутой.

Выбор типа математической модели осуществляется на основе анализа данных, полученных при поисковом эксперименте. При этом устанавливается: линейность или нелинейность, динамичность или статичность, стационарность или нестационарность объектов или систем.

Линейность устанавливается по характеру статической характеристики объекта. *Под статической характеристикой объекта* понимается связь между величиной внешнего воздействия на объект (величины входного *сигнала*) и максимальной величиной его реакции на внешнее воздействие (максимальной амплитуды выходной характеристики *системы*). *Под выходной характеристикой системы* понимается изменение выходного сигнала системы во времени. Применение линейных моделей значительно упрощает дальнейший анализ объектов или систем.

Нелинейность статической характеристики и наличие запаздывания в реагировании объекта на внешнее воздействие свидетельствуют *о нелинейности объекта*. В этом случае для его моделирования применяется нелинейная модель.

Результаты поискового эксперимента позволяют установить схему взаимодействия объекта с внешней средой по количеству входных звеньев. Схемы *взаимодействия* могут быть следующие:

- *одномерно-одномерная схема* (на объект действует только один фактор, а его поведение оценивается только по одному выходному сигналу, рис. 4.1, *а*);

• *одномерно-многомерная схема* (на объект воздействует один фактор, а его поведение оценивается по нескольким выходным сигналам, рис. 4.1, *б*);

• *многомерно-одномерная схема* (на объект воздействует несколько факторов, а поведение оценивается по одному выходному сигналу, рис. 4.1, *в*);

• *многомерно-многомерная схема* (на объект воздействует несколько факторов, и его поведение оценивается по нескольким выходным сигналам, рис. 4.1, *г*).

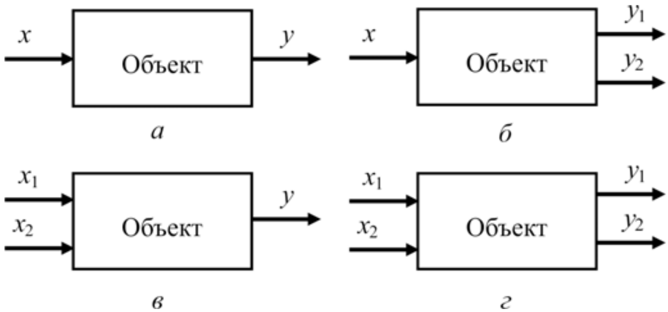

Рис. 4.1. Схемы взаимодействия объекта
с внешней средой

Выбор отрезков времени, на которых устанавливается статичность или динамичность объекта, должен быть обоснованным. Так, например, при выборе достаточно больших отрезков времени установлено, что объект или система статичны. Если уменьшить интервал времени то, может оказаться, что объект или система станут динамичными.

Выбор вида математической модели включает задание области определения исследуемых параметров объекта, их ограничение и установление зависимостей между ними. Для количественных (числовых) параметров зависимости задаются в виде системы алгебраических или дифференциальных уравнений, а для качественных – в виде табличных способов задания функции.

4.1.Моделирование равновесных процессов

Технологическое оборудование, применяемое в машиностроительном производстве, имеет различную сложность по конструкции и выполняемым процессам. *Равновесными* называются процессы, в которых внутренние параметры объекта (температура, давление и др.) не зависят от координат. Если оборудование оценивать по наличию независимых параметров (числу степеней свободы), то это могут быть *системы первого, второго или более высокого порядка*. Для анализа и синтеза их параметров строятся эквивалентные схемы и модели функционирования.

Простейшими системами являются системы первого порядка. Их поведение может быть описано уравнениями вида (при постоянных коэффициентах)

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t), \tag{4.1}$$

где $x(t)$ – переменная состояния; $u(t)$ – входное воздействие; a и b – постоянные коэффициенты; и если коэффициенты a и b являются функциями времени,

$$\dot{x}(t) = a(t)x(t) + b(t)u(t). \tag{4.2}$$

Если $\dot{x}(t)$ принять в качестве выходной переменной, то уравнение (4.1) можно записать в виде

$$y(t) = cx(t) + du(t), \tag{4.3}$$

где c и d – вещественные скалярные константы.

Нелинейные системы первого порядка с переменными коэффициентами описываются дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\left[x(t)\right],\ u(t),\ t, \\ y(t) = q\left[x(t)\right],\ u(t),\ t. \end{cases} \tag{4.4}$$

Если система имеет несколько выходов, то

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\left[x(t)\right],\ u_1(t),\ u_2(t), ...,u_n(t), t, \\ y_n(t) = q_n\left[x(t)\right],\ u_1(t),\ u_2[t],\ ...,u_n(t), t. \end{cases} \tag{4.5}$$

Технические системы, у которых массы перемещаются с ускорениями, относятся к *динамическим системам*, при этом возникают силы инерции, равные произведению масс на вторые производные от координат по времени. Такие системы относятся к *системам второго порядка.*

Поведение некоторых систем второго порядка можно описать (при входном воздействии $u(t)$ и выходном сигнале $y(t)$):

– дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + a_1 \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + a_0 y(t) = b_0 u(t) + b_1 \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + b_2 \frac{\mathrm{d}^2 u(t)}{\mathrm{d}t^2}; \tag{4.6}$$

– двумя связанными дифференциальными уравнениями первого порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + b_1 u(t), \\ \dot{x}_2(t) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + b_2 u(t) \end{cases} \tag{4.7}$$

и уравнением

$$y(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + du(t). \tag{4.8}$$

Модели функционирования реальных объектов, поведение которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями (4.6), могут быть применены лишь в частных случаях. В общем же случае такие модели описываются дифференциальными уравнениями второго порядка с переменными коэффициентами (4.2). Классический метод решения таких уравнений состоит в отыскании функций в виде бесконечных полиномов и определении функции методом вариации постоянных.

4.2. Моделирование неравновесных процессов

В неравновесных процессах искомые переменные, характеризующие состояние объекта, зависят не только от времени, но и от координат. Поведение объекта в этом случае описывается дифференциальными уравнениями в частных производных. Рассмотрим эти уравнения на примере задач тепломассопереноса в вязком теплоносителе для трехмерного объекта в прямоугольной системе координат.

Проекции вектора скорости течения u, v, w соответственно на оси x, y, z должны подчиняться дифференциальному уравнению неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0, \tag{4.9}$$

где ρ – плотность среды.

Дифференциальное уравнение переноса тепловой энергии является частным случаем первого закона термодинамики:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=a\nabla^2 T+\frac{q_V}{\rho c}, \tag{4.10}$$

в котором полная производная температуры по времени dT/dt и оператор Лапласа $\nabla^2 T$ имеют вид

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z},\quad \nabla^2 T=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \tag{4.11}$$

Коэффициент температуропроводности $a = \lambda/(\rho c)$, [м^2/с], характеризует теплоинерционные свойства объекта, λ, [Вт/(м·К)], c, [Дж/(кг·К)] – соответственно коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость; q_V [Вт/м^3] – мощность внутренних источников (стоков) тепла.

Частным случаем второго закона Ньютона является дифференциальное уравнение движения вязкого теплоносителя под действием сил тяжести, внешнего давления и вязкого трения (уравнение Навье-Стокса), которое можно представить в векторной форме:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{W}}{\mathrm{d}t}=\vec{g}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\vec{W}, \tag{4.12}$$

где $\vec{W}(u,\ v,\ w)$ – вектор скорости; ∇p – градиент давления; ν [м^2/с] – коэффициент кинематической вязкости; g – ускорение свободного падения.

Теплообмен между твердой поверхностью объекта и текучей вязкой средой описывается дифференциальным уравнением теплоотдачи в приближении пограничного слоя

$$\alpha = \frac{-\lambda \left(\dfrac{\partial T}{\partial n}\right)_{n=0}}{T_{\text{п}} - T_{\text{с}}}\ , \qquad (4.13)$$

где α, [Вт/(м^2·К)] – коэффициент теплоотдачи; n – нормаль к поверхности объекта; $T_{\text{п}}$, $T_{\text{с}}$ – температуры соответственно поверхности объекта и окружающей среды.

Система дифференциальных уравнений в частных производных (4.9)–(4.13) замыкается *условиями однозначности*, дающими математическое описание всех частных особенностей рассматриваемого явления.

Различают следующие виды условий однозначности.

1. *Геометрические условия* – характеризуют форму и размеры тела или системы, в которой протекает процесс.

2. *Физические условия* – характеризуют физические свойства среды: плотность, теплопроводность, вязкость, теплоемкость и др.

3. *Временные или начальные условия* – характеризуют распределение температуры и скорости в объекте в начальный момент времени. Для стационарных задач эти условия отсутствуют.

4. *Граничные условия* – характеризуют распределение температур и скоростей на границе текучей (жидкой, газообразной) среды.

Граничные краевые условия теплообмена характеризуют форму тела и условия его теплообмена с окружающей средой. Различают четыре вида граничных условий теплообмена.

При граничных условиях 1-го вида на поверхности тела для каждого момента времени задается распределение температуры:

$$T_{\text{п}} = f\left(x_{\text{п}}, y_{\text{п}}, z_{\text{п}}, t\right)\ . \qquad (4.14)$$

В частном случае температура поверхности может поддерживаться постоянной во времени, такая граница называется изотермической: $T_п = \text{const}$.

При граничных условиях 2-го вида на поверхности тела для каждого момента времени задается плотность теплового потока:

$$q_п = f\left(x_п,\ y_п,\ z_п,\ t\right). \tag{4.15}$$

В частном случае плотность теплового потока может поддерживаться постоянной во времени, $q_п = \text{const},$, либо быть нулевой, в последнем случае граница называется адиабатной.

При граничных условиях 3-го вида на поверхности тела для каждого момента времени задается температура окружающей среды и закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой:

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha\left(T_п - T_с\right), \tag{4.16}$$

где α – коэффициент теплоотдачи, характеризующий плотность теплового потока при единичной разности температур между поверхностью тела и окружающей средой. Отметим, что граничные условия 1-го и 2-го рода являются частными случаями граничных условий конвективного теплообмена:

1. $\alpha = \infty \Rightarrow -\dfrac{\lambda}{\alpha}\dfrac{\partial T}{\partial u} = \left(T_п - T_с\right) \Rightarrow T_п = T_с$ – изотермическая граница;

2. $\alpha = 0 \Rightarrow q_п = \alpha\left(T_п - T_с\right) \Rightarrow q_п = 0$ – адиабатная граница.

Граничные условия 4-го вида описывают условия теплообмена на границе контакта двух тел:

$$-\lambda_1\ \frac{\partial T_1}{\partial n} = -\lambda_2\frac{\partial T_2}{\partial n} = \frac{\Delta T}{R_к}, \tag{4.17}$$

где $R_к$ [К·м^2/Вт] – тепловое сопротивление контакта, зависящее от давления, чистоты поверхностей и других факторов; $\Delta T = T_{п1} - T_{п2}$ – перепад температур на контактирующих поверхностях. В частном случае идеального контакта ($R_к$=0)

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n}, \qquad (4.18)$$

т.е. коэффициент теплопроводности и температурный градиент обратно пропорциональны: чем выше коэффициент теплопроводности материала, тем меньше в нем температурный градиент.

Граничные условия для скорости могут характеризовать *полное прилипание* вязкой среды к твердой поверхности,

$$\left.\vec{W}\right|_{n=0} = 0. \qquad (4.19)$$

Дифференциальные уравнения вместе с условиями однозначности дают формулировку краевой задачи неравновесных процессов тепломассопереноса в объекте, имеющей единственное решение.

4.3. Вычислительный эксперимент в задачах технологии машиностроения

Вычислительным экспериментом называется методология и технология исследований, основанные на применении прикладной математики и компьютера как технической базы при использовании математических моделей.

Вычислительный эксперимент основывается на создании математических моделей изучаемых объектов, которые формируются с помощью некоторой особой математической структуры, способной отражать свойства объекта, проявляемые им на различных экспериментальных условиях.

Математические структуры превращаются в модели в случае, когда элементам структуры дается физическая интерпретация, устанавливается соотношение между параметрами математической структуры и экспериментально определенными свойствами объекта, характеристики элементов модели и самой модели соответствуют свойствам объекта.

Таким образом, математические структуры вместе с описанием соответствия экспериментально обнаруженным свойствам объекта и являются моделью изучаемого объекта, отражая в математической, символической форме существующие в природе зависимости, связи и законы.

Каждый вычислительный эксперимент основывается как на математической модели, так и на приемах вычислительной математики.

На основе математического моделирования и методов вычислительной математики создавались теория и практика вычислительного эксперимента, технологический цикл которого разделяется на следующие этапы.

1-й этап. Для исследуемого объекта строится модель, обычно физическая, фиксирующая разделение всех факторов на основные и второстепенные. Одновременно формулируются допущения и условия применимости модели, границы, в которых будут справедливы полученные результаты. Модель записывается в математических терминах.

2-й этап. Разрабатывается метод расчета сформулированной математической задачи. Эта задача представляется в виде вычислительного алгоритма. Вычислительный эксперимент имеет многовариантный характер, так как решения поставленных задач зависят от многочисленных входных параметров. Создаются однотипные варианты задачи, отличающиеся значением некоторых параметров. Поэтому при организации вычислительного эксперимента используют численные методы.

3-й этап. Разрабатывается алгоритм и программа решения задачи на компьютере.

4-й этап. Проведение расчетов на компьютере. Результатом вычислений является цифровой материал, который необходимо проанализировать. Точность информации определяется достоверностью модели, положенной в основу модели.

5-й этап. Обработка результатов расчета, их анализ и выводы.

Вычислительный эксперимент имеет исключительное значение в тех случаях, когда натурные эксперименты и построение физической модели оказываются невозможными. В настоящее время создано большое количество программных продуктов, реализующих вычислительный эксперимент, таких как ANSYS, ADAMS, NASTRAN, MARC и др.

4.3.1. Основы метода сеток

Решение краевых задач в каждом конкретном случае является достаточно сложным процессом. Аналитическое решение даже одномерного уравнения теплопроводности, являющегося дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа, трудноосуществимо, если иметь в виду зависимость теплофизических свойств от температуры, нелинейность граничных условий, т.е. зависимость их от температурного поля. Можно сказать, что аналитические методы оказываются практически непригодными для нахождения двух- и трехмерных температурных полей в областях сложной конфигурации. От этих недостатков свободны численные методы, в которых дифференциальные операторы заменяются алгебраическими, получающиеся матричные уравнения решаются на компьютерах с нахождением температурного поля в узловых точках конечно-разностной сетки.

Основная идея численных методов состоит в замене непрерывных производных по времени и координатам, входящих в дифференциальные уравнения, описывающие неравновесные процессы переноса, а также в краевые условия, их приближенными значениями в отдельных точках (узлах) конечно-разностной сетки. В результате такой замены дифференциальная краевая задача сводится к системе алгебраических (матричных) уравнений относительно искомых параметров в узлах и ячейках сетки.

В общем случае расположение узлов сетки в исследуемой области может быть произвольным. Оно определяется особенностями решаемой задачи. На практике часто применяют сетку, равномерно покрывающую расчетную область. Такая сетка с постоянными расстояниями между ближайшими узлами (шагами сетки) называется *регулярной*. Фрагмент такой сетки применительно к одномерной нестационарной задаче показан на рис. 4.2. Узлы этой сетки определяются координатами

$$x_i = (i-1)\ h_x;\quad i = 1,\ 2,\ 3,\ ...,\ N+1;\quad h_x = H_x / N,$$

$$t_k = (k-1)\ h_t;\quad k = 1,\ 2,\ 3,\ ...;\quad h_t, \tag{4.20}$$

где N – число разбиений по толщине слоя H_x; h_x, h_t – соответственно шаги пространственной (по x) и временной (по t) сеток; i, k – номера узловых точек в направлении координат x, t.

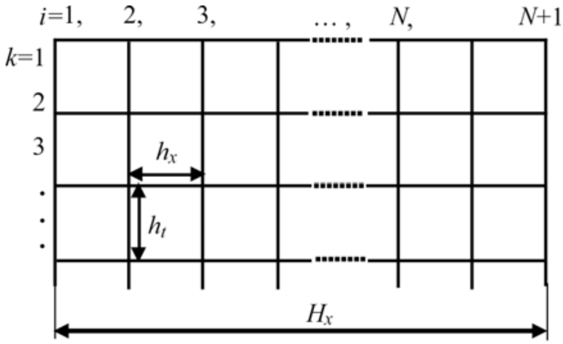

Рис. 4.2. Фрагмент сетки

Получим приближенные (аппроксимированные) формулы для первой и второй производных переносимой величины $T(t, x)$, входящей в дифференциальное уравнение переноса. Для этого рассмотрим ее разложение в ряд Тейлора в направлении координаты x в окрестности точки x_0:

$$T(t,x) = T(t,x_0) + \frac{\partial T(t,x_0)}{\partial x}\frac{x-x_0}{1!} + \frac{\partial^2 T(t,x_0)}{\partial x^2}\frac{(x-x_0)^2}{2!} + ... \tag{4.21}$$

Ряд быстро убывает, и для нахождения приближенного значения первой производной можно ограничиться двумя членами разложения. Третий член разложения (4.21), являясь максимальным из отброшенных, характеризует в этом случае ошибку аппроксимации или ограничения. С точностью до ошибки аппроксимации можно записать первую производную в конечных разностях:

$$\frac{\partial T(t,x)}{\partial x} \approx \frac{T(t,x)-T(t,x_0)}{x-x_0}. \tag{4.22}$$

Выбирая узловые точки справа и слева от рассматриваемой точки x_0 на расстоянии шага h_x ($x=x_0+h_x$, $x=x_0-h_x$), можно получить из (4.22) формулы право- и левосторонней разностей:

$$\left.\frac{\partial T(t,x_0)}{\partial x}\right|_{\text{п}} \approx \frac{T(t,x_0+h_x)-T(t,x_0)}{h_x},$$
$$\left.\frac{\partial T(t,x_0)}{\partial x}\right|_{\text{л}} \approx \frac{T(t,x_0)-T(t,x_0-h_x)}{h_x}. \tag{4.23}$$

Для нахождения ошибки аппроксимации полученных выражений воспользуемся рядом Тейлора (4.21), учитывая в нем три члена разложения. Подставим в этот ряд значения $x=x_0$ и $x=x_0+h_x$ и вычтем из второго уравнения первое, в результате получим

$$\left.\frac{\partial T(t,x_0)}{\partial x}\right|_{\text{п}} = \frac{T(t,x_0+h_x)-T(t,x_0)}{h_x}+O(h_x), \tag{4.24}$$

где $O(h_x)$ – остаточный член ряда Тейлора, имеющий порядок шага сетки h_x. В этом случае, имея в виду первую степень шага сетки в остаточном члене разложения, говорят, что формула (4.24) аппроксимации первой производной имеет *первый порядок точности*.

Используя нумерацию узловых точек, можно записать полученные формулы односторонних разностей для i-й узловой точки на k-м слое по времени:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{п}} \approx \frac{T_{i+1,k}-T_{i,k}}{h_x}, \qquad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{л}} \approx \frac{T_{i,k}-T_{i-1,k}}{h_x}. \tag{4.25}$$

Среднее арифметическое значение право- и левосторонних разностей дает формулу центральной разности

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{ц}} \approx \frac{T_{i+1,k} - T_{i-1,k}}{2h_x}. \quad (4.26)$$

Вторая производная может быть найдена формально как производная от производной с применением формул (4.25):

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{i,k} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,k} = \frac{\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{п}} - \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{л}}}{h_x} \approx \frac{T_{i+1,k} - 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h_x^2}. \quad (4.27)$$

Отметим, что формулы центральной разности (4.2) и второй производной (4.27) имеют второй порядок точности, т. е. они на порядок точней формул односторонних разностей (4.25).

4.3.2. Схемы аппроксимации уравнения теплопроводности

От аппроксимации отдельных производных перейдем к дискретному представлению всего уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (4.28)$$

Существующие схемы аппроксимации делятся на явные, когда все производные по координате в уравнении переноса записываются на «старом» (k–1)-м временном слое с известным распределением переносимого параметра T, и неявные, когда все производные по координате в этом уравнении записываются на «новом» k-м временном слое с неизвестным распределением T.

Используя формулу односторонней разности для производной по времени, а также формулу второй производной для диффузионного члена уравнения, запишем пример явной схемы аппроксимации:

$$\frac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{h_t} = a\frac{T_{i+1,k-1} - 2T_{i,k-1} + T_{i-1,k-1}}{h_x^2}. \quad (4.29)$$

Шаблон этой схемы, представляющий фрагмент сетки с минимальным количеством узловых точек, представлен на рис. 4.3.

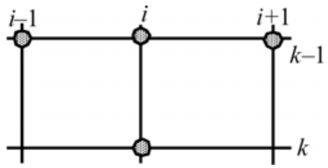

Рис. 4.3. Сеточный шаблон
явной схемы 1-го порядка точности

Явная схема аппроксимации уравнения (4.28), заключающаяся в замене его левой части односторонней разностью, имеющей первый порядок точности, и записи правой части в конечных разностях на временном слое k–1, где известно распределение параметра T, позволяет получить явную формулу для температуры:

$$T_{i,k} = T_{i,k-1}\left(1 - \frac{2ah_t}{h_x^2}\right) + \frac{ah_t}{h_x^2}\left(T_{i+1,k-1} + T_{i-1,k-1}\right). \tag{4.30}$$

Вычисления по явной схеме первого порядка точности устойчивы, если коэффициент при $T_{i,k-1}$ оказывается положительным:

$$1 - \frac{2ah_t}{h_x^2} > 0. \tag{4.31}$$

Это накладывает ограничение на выбор шага сетки по времени

$$h_t < \frac{h_x^2}{2a}. \tag{4.32}$$

Условие устойчивости явной схемы (4.32) является достаточно жестким. Так, при H_x=0,01 м, a=1,5·10^{-5} м^2/с (сталь), N=20, шаг сетки по времени h_t < 0,0083 с. Необходимость счета с мелким шагом по времени приводит к увеличению объема вычислений и является существенным недостатком, ограничивающим применение явной схемы первого порядка точности.

От этого недостатка свободна неявная схема первого порядка точности, уравнение которой в соответствии с шаблоном на рис. 4.4 имеет вид

$$\frac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{h_t} = a\frac{T_{i+1,k} - 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h_x^2}. \tag{4.33}$$

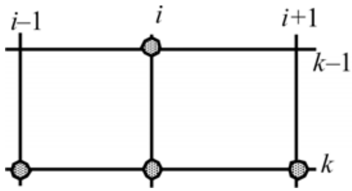

Рис. 4.4. Сеточный шаблон
неявной схемы 1-го порядка точности

Согласно этой схеме правая часть уравнения (4.33) записывается на k-м временном слое с неизвестными значениями T. Схема не дает явной формулы для определения неизвестных значений T в узловых точках k-го слоя, а фиксирует лишь распределение:

$$A\,T_{i-1,k} + B\,T_{i,k} + C\,T_{i+1,k} = F_i\ ,\quad i = 2,\ 3,\ ...,\ N, \tag{4.34}$$

где $A = C = -\dfrac{ah_t}{h_x^2};\quad B = 1 + \dfrac{2ah_t}{h_x^2};\qquad F_i = T_{i,k-1}$.

Соотношения (4.34) образуют для всех внутренних узловых точек k-го слоя систему линейных алгебраических уравнений (N–1)-го порядка. Так как схема абсолютно устойчива, то счет можно вести с достаточно крупными шагами по времени. Это, однако, приводит к увеличению ошибок аппроксимации уравнения теплопроводности, поскольку соотношения между шагами сетки h_x и h_t, при котором ошибки аппроксимации левой и правой частей этого уравнения равны, имеет вид

$$h_t = h_x^2 \big/ \left(6a\right). \tag{4.35}$$

Условие (4.35) показывает, что для обеспечения минимальной погрешности аппроксимации уравнения теплопроводности сгущение пространственной сетки в 2, 3, 4 раза должно вызывать соответствующее сгущение временной сетки в 4, 9, 16 раз.

4.3.3. Методы решения сеточных уравнений

Разностные уравнения, полученные из неявной схемы, являются, как было показано, линейными алгебраическими уравнениями. На фиксированном временном слое для всех внутренних узловых точек эти уравнения образуют систему

$$AT_{i-1} + BT_i + CT_{i+1} = F_i, \quad i = 2,\ 3,\ \ldots,\ N, \tag{4.36}$$

которую можно записать в векторно-матричном виде:

$$\left[H\right]\cdot\left\{\,T\,\right\} = \left\{\,F\,\right\} \tag{4.37}$$

или

$$\begin{bmatrix} B & C & & & & \\ A & B & C & & & \\ & A & B & C & & \\ & & & \cdots & & \\ & & & A & B & C \\ & & & & A & B \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ \vdots \\ T_{N-1} \\ T_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ \vdots \\ F_{N-1} \\ F_N \end{Bmatrix}, \tag{4.38}$$

где $[H]$ − матрица коэффициентов; $\{T\}$ − вектор-столбец неизвестных значений искомого параметра T в узловых точках; $\{F\}$ – известный вектор-столбец, характеризующий краевые условия и распределение параметра T на предыдущем временном слое.

Матрица $[H]$ обладает рядом специальных свойств, которые необходимо использовать при решении системы уравнений. Она имеет высокий порядок, зависящий от густоты сетки, которая может достигать для современных компьютеров нескольких десятков тысяч. Матрица является редко заполненной с размещением ненулевых элементов по диагонали в три ряда. Такие матрицы называются ленточными трехдиагональными. Важным свойством является симметрия матрицы относительно ее диагонали, вытекающая из равенства коэффициентов A и C. Указанные свойства матрицы $[H]$ позволяют занимать незначительное место для ее хранения в запоминающем устройстве компьютера, Поэтому матрицу [H] называют порождающейся в отличие от хранящейся матрицы.

Перейдем к рассмотрению эффективных способов решения системы (4.36).

Метод прогонки

Метод прогонки является модификацией метода исключения Гаусса, учитывающей свойства матрицы H. Решение системы (4.36) в узловой точке ищется в виде линейной функции. В частности, для (i−1)-й точки эта функция имеет вид

$$T_{i-1} = \beta_i T_i + z_i\,, \tag{4.39}$$

где β_i, z_i − неизвестные пока вспомогательные коэффициенты. Подставим (4.39) в (4.36):

$$A(\beta_i T_i + z_i) + BT_i + CT_{i+1} = F_i\,, \tag{4.40}$$

откуда находим

$$T_i = -\frac{C}{A\beta_i + B} T_{i+1} - \frac{Az_i - F_i}{A\beta_i + B}. \tag{4.41}$$

Полученное соотношение имеет ту же форму, что и функция (4.39), только для i-й точки:

$$T_i = \beta_{i+1} T_{i+1} + z_{i+1}, \tag{4.42}$$

откуда заключаем, что

$$\beta_{i+1} = -\frac{C}{A\beta_i + B}; \qquad z_{i+1} = -\frac{Az_i - F_i}{A\beta_i + B}. \tag{4.43}$$

Полученные коэффициенты называются прогоночными коэффициентами, а формулы (4.42)–(4.43) дают процедуру решения.

Сначала при i = 2, 3, ..., N считаются прогоночные коэффициенты (4.43), при этом начальные значения прогоночных коэффициентов β_2, z_2 определяются из граничных условий на левой границе. Эта операция называется прямой прогонкой. После определения всех β_i, z_i в обратном направлении (i=N, N−1, ..., 2) с учетом значения параметра T_{N+1}, найденного из граничного условия на правой границе, по формуле (4.42) последовательно находятся неизвестные значения T_i в узловых точках сетки.

Определение начальных значений прогоночных коэффициентов рассмотрим на примере граничных условий конвективного теплообмена (3-го вида). На левой границе (рис. 4.5)

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \left(T_{\text{п}} - T_{\text{с}}\right). \tag{4.44}$$

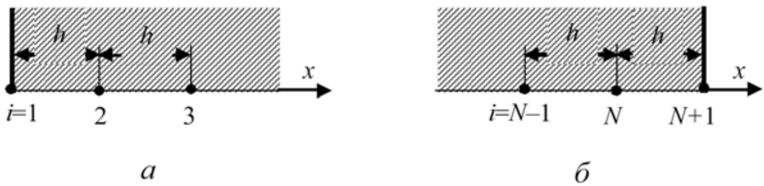

Рис. 4.5. Фрагмент сетки у левой (*а*) и правой (*б*) границ

Условие может быть представлено в конечно-разностном виде:

$$\lambda \frac{T_2 - T_1}{h} = \alpha \left(T_1 - T_{\text{с}}\right). \tag{4.45}$$

Отсюда находим

$$T_1 = \frac{\dfrac{\lambda}{\alpha h}}{1 + \dfrac{\lambda}{\alpha h}} T_2 + \frac{T_{\text{с}}}{1 + \dfrac{\lambda}{\alpha h}}. \tag{4.46}$$

Сравнивая эту формулу с соотношением (4.42) для левой границы

$$T_1 = \beta_2 T_2 + z_2 , \tag{4.47}$$

получаем начальные значения прогоночных коэффициентов

$$\beta_2 = \frac{\dfrac{\lambda}{\alpha h}}{1 + \dfrac{\lambda}{\alpha h}}; \qquad z_2 = \frac{T_{\text{с}}}{1 + \dfrac{\lambda}{\alpha h}}. \tag{4.48}$$

Условие теплообмена на правой границе

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \left(T_{\text{п}} - T_{\text{с}} \right) \tag{4.49}$$

в конечных разностях имеет вид

$$-\lambda \frac{T_{N+1} - T_N}{h} = \alpha \left(T_{N+1} - T_{\text{с}} \right). \tag{4.50}$$

Отсюда находим

$$T_N = \frac{\dfrac{\lambda}{\alpha h} + 1}{\dfrac{\lambda}{\alpha h}} T_{N+1} - \frac{T_{\text{с}}}{\dfrac{\lambda}{\alpha h}}. \tag{4.51}$$

Запишем соотношение (4.42) для правой границы:

$$T_N = \beta_{N+1} T_{N+1} + z_{N+1}.. \tag{4.52}$$

Приравнивая правые части (4.51), (4.52), получим искомое значение температуры на правой границе:

$$T_{N+1} = \frac{\dfrac{\lambda}{\alpha h} z_{N+1} + T_{\text{с}}}{1 + \dfrac{\lambda}{\alpha h} \left(1 - \beta_{N+1} \right)}. \tag{4.53}$$

Таким образом, алгоритм метода прогонки имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\beta_2 = \frac{\dfrac{\lambda}{\alpha h}}{1+\dfrac{\lambda}{\alpha h}}; \qquad z_2 = \frac{T_\text{с}}{1+\dfrac{\lambda}{\alpha h}},\\
&\beta_{i+1} = -\frac{C}{A\beta_i + B}; \qquad z_{i+1} = -\frac{Az_i - F_i}{A\beta_i + B}, \ i = 2,\ 3,\ \ldots,\ N,\\
&T_{N+1} = \frac{\dfrac{\lambda}{\alpha h} z_{N+1} + T_\text{с}}{1+\dfrac{\lambda}{\alpha h}\left(1-\beta_{N+1}\right)}; \qquad T_i = \beta_{i+1} T_{i+1} + z_{i+1},\\
&i = N,\ N-1,\ \ldots,\ 1.
\end{aligned}\right\} \quad (4.54)$$

В качестве теста для проверки программы рассмотрим пример стационарной теплопроводности плоской стенки при граничных условиях первого рода ($\alpha=\infty$). Решение задачи методом сеток дает систему уравнений с граничными условиями:

$$\left.\begin{aligned}
T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1} = 0,\\
i = 2,\ \ 3,\ \ \ldots,\ N,\\
T_1 = T_\text{л}; \quad \text{T}_{N+1} = T_\text{п}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.55)$$

При числе разбиений N=4, граничных условиях $T_\text{л}$=100, $T_\text{п}$=200 система имеет следующее решение: T_2=125, T_3=150, T_4=175. Запишем эту систему в векторно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -100 \\ 0 \\ -200 \end{Bmatrix},$$

алгоритм прогонки (4.54) реализуется для этой системы при $A = C = 1$, $B = -2$ следующим образом:

$$\beta_2 = \frac{\frac{\lambda}{\alpha h}}{1+\frac{\lambda}{\alpha h}} = 0\,; \quad z_2 = \frac{T_{\text{с}}}{1+\frac{\lambda}{\alpha h}} = 100; \quad \beta_3 = -\frac{C}{A\beta_2 + B} = -\frac{1}{1\cdot 0 - 2} = \frac{1}{2}\,;$$

$$z_3 = -\frac{Az_2 - F_2}{A\beta_2 + B} = -\frac{1\cdot 100 - 0}{1\cdot 0 - 2} = 50\,; \quad \beta_4 = -\frac{C}{A\beta_3 + B} = -\frac{1}{1\cdot 1/2 - 2} = \frac{2}{3}\,;$$

$$z_4 = -\frac{Az_3 - F_3}{A\beta_3 + B} = -\frac{1\cdot 50 - 0}{-3/2} = \frac{100}{3}\,; \quad \beta_5 = -\frac{C}{A\beta_4 + B} = -\frac{1}{1\cdot 2/3 - 2} = \frac{3}{4}\,;$$

$$z_5 = -\frac{Az_4 - F_4}{A\beta_4 + B} = -\frac{1\cdot 100/3 - 0}{1\cdot 2/3 - 2} = 25\,; \quad T_5 = \frac{\frac{\lambda}{\alpha h} z_5 + T_{\text{с}}}{1+\frac{\lambda}{\alpha h}\left(1-\beta_5\right)} = T_{\text{п}} = 200\,;$$

$$T_4 = \beta_5 T_5 + z_5 = \frac{3}{4}200 + 25 = 175\,; \quad T_3 = \beta_4 T_4 + z_4 = \frac{2}{3}175 + \frac{100}{3} = 150\,;$$

$$T_2 = \beta_3 T_3 + z_3 = \frac{1}{2}150 + 50 = 125\,; \quad T_1 = T_{\text{л}} = 100\,.$$

Основным недостатком метода прогонки являются ошибки округления при вычислении прогоночных коэффициентов. Эти ошибки возрастают с увеличением порядка системы. Для уменьшения этих ошибок рекомендуется считать эти коэффициенты с двойной точностью.

Метод последовательной линейной верхней релаксации

Наряду с прямыми методами для решения сеточных уравнений применяются итерационные методы, дающие решения в виде предела последовательности однообразных итераций. Основное их преимущество перед прямыми методами заключается в самокорректирующемся решении, дающем минимальные ошибки округления. Привлекает в них и простота вычислительного алгоритма.

Рассмотрим один из эффективных итерационных методов – метод последовательной линейной верхней релаксации, итерационная процедура которого применительно к разностному уравнению (4.36) имеет вид

$$T_i^q = \frac{\gamma}{B}\left(F_i - AT_{i-1}^q - CT_{i+1}^{q-1}\right) + \left(1-\gamma\right)T_i^{q-1}, \quad i = 2,\ 3,\ \ldots,\ N, \qquad (4.56)$$

где q – номер итерации; γ – параметр релаксации. При $\gamma = 1$ получаем процесс последовательных смещений, или процесс Зейделя. Введение параметра верхней релаксации $1 \le \gamma \le 2$ позволяет ускорить сходимость итерационного процесса (4.56), причем наибольшая скорость сходимости имеет место при оптимальном значении параметра релаксации $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$. Последнее зависит от порядка системы и может быть вычислено через число разбиений расчетной области:

$$\gamma_{\text{опт}} = \frac{2}{1+\sqrt{\sin\dfrac{\pi}{2N}\left(2-\sin\dfrac{\pi}{2N}\right)}}. \qquad (4.57)$$

Эта формула применима для одномерной области с регулярной сеткой. Расчет по формуле (4.56) с учетом (4.57) продолжается до тех пор, пока искомое решение не будет удовлетворять требуемой точности

$$\left|1-\frac{T_i^{q-1}}{T_i^q}\right|_{\max} \le \varepsilon. \qquad (4.58)$$

В качестве теста для контроля итерационного процесса рассмотрим систему уравнений с граничными условиями:

$$\left.\begin{array}{c} T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1} = 0, \\ i = 2,\ \ 3,\ \ \ldots,\ N, \\ T_1 = T_{\text{л}}; \quad T_{N+1} = T_{\text{п}}. \end{array}\right\}. \qquad (4.59)$$

При числе разбиений N=4, граничных условиях $T_л$= 200, $T_п$=100 и γ =1 результаты первых итераций представлены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Значения переменных при решении задачи итерационным методом

Номер итерации	Номер точки сетки				
	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	200	100	50	75	100
2	200	125	100	100	100
3	200	150	125	112,5	100
4	200	162,5	137,5	118,75	100
5	200	168,75	143,75	121,875	100
... точное решение	200	... 175	... 150	... 125	100

Относительная ошибка в точке i = 2: $1-\frac{T_2^4}{T_2^5}=1-\frac{162,5}{168,75}=0,037$, что составляет 3,7 %. Это далеко от требуемой точности, которую выбирают в пределах $\varepsilon = 5\cdot 10^{-3} - 1\cdot 10^{-4}$, поэтому итерационный процесс необходимо продолжить.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие процессы называются равновесными?
2. Моделирование простейших систем первого порядка.
3. Моделирование динамических систем.
4. Дифференциальное уравнение неразрывности, его физический смысл.
5. Дифференциальное уравнение переноса энергии, его физический смысл.
6. Дифференциальное уравнение движения вязкого теплоносителя, его физический смысл.

7. Дифференциальное уравнение теплоотдачи в пограничном слое.

8. Дифференциальное уравнение теплопроводности, его физический смысл.

9. Виды граничных условий в задачах теплопроводности.

10. Этапы вычислительного эксперимента.

11. Основы метода сеток. Конечно-разностная запись первой и второй производных.

12. Явная и неявная схемы аппроксимации уравнения теплопроводности.

13. Векторно-матричное представление сеточных уравнений.

14. Метод прогонки решения матричных уравнений и его реализация на компьютере.

15. Итерационный метод последовательной линейной верхней релаксации решения матричных уравнений и его реализация на компьютере.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

5.1. Методы экспериментальных исследований

Составной частью научных исследований является эксперимент, основой которого является научно поставленный опыт с точно учитываемыми и управляемыми условиями. Слово эксперимент происходит от лат. *experimentum* – проба, опыт. В научном языке и исследовательской работе термин «эксперимент» используется в значении: опыт, наблюдение, воспроизведение объекта познания, организация особых условий существования, проверка предсказания. Понятие «эксперимент» означает действие, направленное на создание условий для осуществления того или иного явления и по возможности наиболее частого, т.е. не осложненного другими явлениями.

Цель эксперимента – выявление свойств исследуемых объектов, проверка справедливости гипотез и на этой основе глубокое изучение темы научного исследования.

Постановка и организация эксперимента определяется его назначением. Эксперименты, проводимые в различных отраслях наук, могут быть химическими, биологическими, физическими, психологическими, социальными и т.д.

Эксперименты различаются по способу формирования условий – естественных и искусственных. Эксперименты различают по целям исследования – преобразующие, констатирующие, контролирующие, поисковые, решающие. Эксперименты различают по организации проведения – лабораторные, натурные, полевые, производственные, вычислительные и т.д. По структуре изучаемых объектов и явлений – простые и сложные. По характеру внешних воздействий на объект исследования – вещественные, энергетические, информационные. По характеру взаимодействия средства экспериментального исследования с объектом исследования – обычный и модельный. По типу моделей, исследуемых в эксперименте – материальный и мысленный. По контролируемым величинам – пассивный и активный. По числу варьируемых факторов – однофакторный и многофакторный. По характеру изучаемых объектов или явлений – технологические, социометрические и т.д.

Для проведения эксперимента необходимо:

• разработать гипотезу, подлежащую проверке;

• создать программу экспериментальных работ;

• определить способы и приемы вмешательства в объект исследования;

• обеспечить условия для осуществления процедуры экспериментальных работ;

• разработать приемы фиксирования хода и результатов эксперимента;

• подготовить средства эксперимента (приборы, установки, модели и т.п.);

• обеспечить эксперимент необходимым обслуживающим персоналом.

Особое значение имеет разработка методики эксперимента. Перед каждым экспериментом составляется план (программа), который включает:

1) цель и задачи эксперимента (количество задач не должно быть слишком большим, лучше 3 или 4, максимально 8–10);

2) выбор варьирующих факторов; установить основные и второстепенные характеристики, влияющие на исследуемый процесс, проанализировать расчетные (теоретические) схемы процесса; на основе анализа все факторы классифицируются, и из них составляется убывающий по важности для данного эксперимента ряд;

3) обоснование объема эксперимента;

4) определение числа опытов (по вероятности появления события p и величине допускаемой ошибки $m_{\text{доп}}$); под минимальным количеством измерений понимают такое количество измерений, которое в данном опыте обеспечивает устойчивое среднее значение измеряемой величины, удовлетворяющей заданной степени точности;

5) порядок реализации опытов;

6) определение последовательности изменения факторов;

7) выбор шага изменения факторов, задание интервалов между будущими экспериментальными точками;

8) обоснование средств измерений; знакомство с измерительной аппаратурой, установление точности измерений и погрешностей; методы измерений должны базироваться на законах метрологии, изучающей средства и методы измерений;

9) описание проведения эксперимента;

10) обоснование способов обработки и анализа результатов эксперимента.

Обработка данных сводится к систематизации всех цифр, классификации, анализу. Результаты эксперимента обычно оформляют в виде таблиц, графиков, формул, номограмм. Все переменные должны быть оценены в единой системе единиц физических величин.

Из числа названных признаков *естественный эксперимент* предполагает проведение опытов в естественных условиях существования объекта исследования (чаще всего используется в биологических, социальных, педагогических и психологических науках).

Искусственный эксперимент предполагает формирование искусственных условий (широко применяется в естественных и технических науках). Преобразующий (созидательный) эксперимент включает активное изменение структуры и функций объекта исследования в соответствии с выдвинутой гипотезой, формирование новых связей и отношений между компонентами объекта или между исследуемым объектом и другими объектами. Исследователь в соответствии со вскрытыми тенденциями развития объекта исследования преднамеренно создает условия, которые должны способствовать формированию новых свойств и качеств объекта.

Констатирующий эксперимент используется для проверки определенных предположений. В процессе этого эксперимента констатируется наличие определенной связи между воздействием на объект исследования и результатом, выявляется наличие определенных фактов.

Контролирующий эксперимент сводится к контролю результатов внешних воздействий на объект исследования с учетом его состояния, характера воздействия и ожидаемого эффекта.

Поисковый эксперимент проводится в том случае, если затруднена классификация факторов, влияющих на изучаемое явление вследствие отсутствия достаточных предварительных (априорных) данных. По результатам поискового эксперимента устанавливается значимость факторов, осуществляется отсеивание незначимых.

Решающий эксперимент ставится для проверки справедливости основных положений фундаментальных теорий в том случае, когда две или несколько гипотез одинаково согласуются со многими явлениями. Это согласие приводит к затруднению: какую именно из гипотез считать правильной. Решающий эксперимент дает такие факты, которые согласуются с одной из гипотез и противоречат другой.

Примером решающего эксперимента служат опыты по проверке справедливости ньютоновской теории истечения света и волнообразной теории Гюйгенса. Эти опыты были поставлены французским ученым Фуко (1819–1868). Они касались вопроса о скорости распространения света внутри прозрачных тел. Согласно гипотезе истечения, скорость света внутри таких тел должна быть больше, чем в пустоте. Но Фуко своими опытами доказал обратное, т.е. что в менее плотной среде скорость света большая. Этот опыт Фуко и был тем решающим опытом, который решил спор между двумя гипотезами (в настоящее время гипотеза Гюйгенса заменена электромагнитной гипотезой Максвелла).

Другим примером решающего эксперимента может служить спор между Птолемеем и Коперником о движении Земли. Решающий опыт Фуко с маятником окончательно решил спор в пользу теории Коперника.

Лабораторный эксперимент проводится в лабораторных условиях с применением типовых приборов, специальных моделирующих установок, стендов, оборудования и т.д. Чаще всего в лабораторном эксперименте изучается не сам объект, а его образ. Этот эксперимент позволяет доброкачественно, с требуемой повторностью изучить влияние одних характеристик при варьировании других, получить хорошую научную информацию с минимальными затратами времени и ресурсов. Однако такой эксперимент не всегда полностью моделирует реальный ход изучаемого процесса, поэтому возникает потребность в проведении натурного эксперимента.

Натурный эксперимент проводится в естественных условиях и на реальных объектах. Этот вид эксперимента часто используется в процессе натурных испытаний изготовленных систем. В зависимости от места проведения испытаний натурные эксперименты подразделяются на производственные, полевые, полигонные, полунатурные и т.п. Натурный эксперимент всегда требует тщательного продумывания и планирования, рационального подбора методов исследования. Практически во всех случаях основная научная проблема натурного эксперимента – обеспечить достаточное соответствие (адекватность) условий эксперимента реальной ситуации, в которой будет работать впоследствии создаваемый объект. Поэтому центральными задачами натурного эксперимента являются: изучение характеристик воздействия среды на испытуемый объект; идентификация статистических и динамических параметров объекта; оценка эффективности функционирования объекта и проверка его на соответствие заданным требованиям.

Эксперименты могут быть *открытыми* и *закрытыми*, они широко распространены в психологии, социологии, педагогике. В открытом эксперименте задачи открыто объясняются испытуемым. В закрытом эксперименте – в целях получения объективных данных эти задачи скрываются от испытуемого.

Любая форма открытого эксперимента влияет (часто активизирует) на субъективную сторону поведения испытуемых. В связи с этим открытый эксперимент целесообразен только тогда, когда имеются возможность и достаточная уверенность в том, что удастся вызвать у испытуемого живое участие и субъективную поддержку намечаемой работе.

Закрытый эксперимент характеризуется тем, что его тщательно маскируют; испытуемый не догадывается об эксперименте, и работа протекает внешне в естественных условиях. Такой эксперимент не вызывает у испытуемых повышенной настороженности и излишнего самоконтроля, стремления вести себя не так, как обычно.

Простой эксперимент используется для изучения объектов, не имеющих разветвленной структуры, с небольшим количеством взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, выполняющих простейшие функции.

В *сложном* эксперименте изучаются явления или объекты с разветвленной структурой (можно выделить иерархические уровни) и большим количеством взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, выполняющих сложные функции. Высокая степень связности элементов приводит к тому, что изменение состояния какого-либо элемента или связи влечет за собой изменение состояния многих других элементов системы. В сложных объектах исследования возможно наличие нескольких разных структур, нескольких разных целей. Но все же конкретное состояние сложного объекта может быть описано. В очень сложном эксперименте изучается объект, состояние которого по тем или иным причинам до сих пор не удается подробно и точно описать. Например, для описания требуется больше времени, чем то, которым располагает исследователь между сменами состояний объекта или когда современный уровень знаний недостаточен для проникновения в существо связей объекта (либо они непонятны).

Информационный эксперимент используется для изучения воздействия определенной (различной по форме и содержанию) информации на объект исследования (чаще всего информационный эксперимент используется в биологии, психологии, социологии, кибернетике и т.п.). С помощью этого эксперимента изучается изменение состояния объекта исследования под влиянием сообщаемой ему информации.

Вещественный эксперимент предполагает изучение влияния различных вещественных факторов на состояние объекта исследования. Например, влияние различных добавок на качество стали и т.п.

Энергетический эксперимент используется для изучения воздействия различных видов энергии (электромагнитной, механической, тепловой и т.д.) на объект исследования. Этот тип эксперимента широко распространен в естественных науках.

Обычный (*или классический*) эксперимент включает экспериментатора как познающего субъекта; объект или предмет экспериментального исследования и средства, (инструменты, приборы, экспериментальные установки), при помощи которых осуществляется эксперимент. В обычном эксперименте экспериментальные средства непосредственно взаимодействуют с объектом исследования. Они являются посредниками между экспериментатором и объектом исследования.

Модельный эксперимент в отличие от обычного имеет дело с моделью исследуемого объекта. Модель входит в состав экспериментальной установки, замещая не только объект исследования, но часто и условия, в которых изучается некоторый объект. Модельный эксперимент при расширении возможностей экспериментального исследования одновременно имеет и ряд недостатков, связанных с тем, что различие между моделью и реальным объектом может стать источником ошибок и, кроме того, экстраполяция результатов изучения поведения модели на моделируемый объект требует дополнительных затрат времени и теоретического обоснования правомочности такой экстраполяции.

Различие между орудиями эксперимента при моделировании позволяет выделить *мысленный* и *материальный* эксперимент. Орудиями мысленного (умственного) эксперимента являются мысленные модели исследуемых объектов или явлений (чувственные образы, образно-знаковые модели, знаковые модели). Для обозначения мысленного эксперимента иногда пользуются терминами: идеализированный или воображаемый эксперимент.

Мысленный эксперимент является одной из форм умственной деятельности познающего субъекта, в процессе которой воспроизводится в воображении структура реального эксперимента. Структура мысленного эксперимента включает: построение мысленной модели объекта исследования, идеализированных условий эксперимента и воздействий на объект; сознательное и планомерное изменение, комбинирование условий эксперимента и воздействий на объект; сознательное и точное применение на всех стадиях эксперимента объективных законов науки, благодаря чему исключается абсолютный произвол. В результате такого эксперимента формируются выводы.

Материальный эксперимент имеет аналогичную структуру. Однако в материальном эксперименте используются материальные, а не идеальные объекты исследования. Основное отличие материального эксперимента от мысленного состоит в том, что реальный эксперимент представляет собой форму объективной материальной связи сознания с внешним миром. Между тем как мысленный эксперимент является специфической формой теоретической деятельности субъекта.

Сходство мысленного эксперимента с реальным в значительной мере определяется тем, что всякий реальный эксперимент, прежде чем быть осуществленным на практике, сначала проводится человеком мысленно в процессе обдумывания и планирования. Поэтому мысленный эксперимент нередко выступает в роли идеального плана реального эксперимента, в известном смысле предваряя его.

Мысленный эксперимент имеет более широкую сферу применения, чем реальный эксперимент, так как применяется не только при подготовке и планировании последнего, но и в тех случаях, когда проведение реальных опытов представляется невозможным. Так, Галилей в мысленном эксперименте пришел к выводу о существовании движения по инерции, опрокинувшему аристотелевскую точку зрения, согласно которой движущееся тело останавливается, если сила, его толкающая, прекращает свое действие. Этот вывод мог быть получен только с помощью мысленного эксперимента. По этому поводу А. Эйнштейн говорил следующее: «Мы видели, что закон инерции нельзя вывести непосредственно из эксперимента, его можно вывести лишь умозрительно – мышлением, связанным с наблюдением. Этот эксперимент никогда нельзя выполнить в действительности, хотя он ведет к глубокому пониманию действительных экспериментов».

Мысленный эксперимент, заменяя собой реальный, расширяет границы познания, ибо обеспечивает получение такой информации, которую иными средствами добыть невозможно. Мысленный эксперимент позволяет преодолеть неизбежную ограниченность реального опыта путем абстрагирования от действия нежелательных, затемняющих причин, полное устранение которых в реальном эксперименте практически недостижимо.

Мысленный эксперимент является существенным моментом всякой творческой деятельности. А. Эйнштейн в автобиографических воспоминаниях в связи с разработкой специальной теории относительности писал: «В этом году в Аарау у меня возник вопрос: если бы можно было погнаться за световой волной со скоростью света, то мы имели бы перед собой не зависящее от времени волновое поле. Но все-таки это кажется невозможным! Это было первым детским мысленным экспериментом, который относится к специальной теории относительности. Открытие не является делом логического мышления, даже если конечный продукт связан с логической формой».

Мысленный эксперимент используется не только учеными, но и писателями, художниками, педагогами, врачами. Мысленное экспериментирование ярко проявляется в мышлении шахматистов. Огромна роль мысленного эксперимента в техническом конструировании и изобретательстве. Результаты мысленного эксперимента находят отражение в формулах, чертежах, графиках, набросках, эскизных проектах и т. п.

Пассивный эксперимент предусматривает измерение только выбранных показателей (параметров, переменных) в результате наблюдения за объектом без искусственного вмешательства в его функционирование. Примерами пассивного эксперимента является наблюдение за интенсивностью, составом, скоростями движения транспортных потоков; за числом заболеваний вообще или какой-либо определенной болезнью; за работоспособностью определенной группы лиц; за показателями, изменяющимися с возрастом; за числом дорожно-транспортных происшествий и т. п.

Пассивный эксперимент, по существу, является наблюдением, которое сопровождается инструментальным измерением выбранных показателей состояния объекта исследования.

Активный эксперимент связан с выбором специальных входных сигналов (факторов) и контролирует вход и выход исследуемой системы.

Однофакторный эксперимент предполагает выделение нужных факторов; стабилизацию мешающих факторов; поочередное варьирование интересующих исследователя факторов.

Стратегия *многофакторного эксперимента* состоит в том, что варьируются все переменные сразу и каждый эффект оценивается по результатам всех опытов, проведенных в данной серии экспериментов.

Технологический эксперимент направлен на изучение элементов технологического процесса (продукции, оборудования, деятельности работников и т.п.) или процесса в целом.

Приведенная классификация экспериментальных исследований не может быть признана полной, поскольку с расширением научного знания расширяется и область применения экспериментального метода. Кроме того, в зависимости от задач эксперимента различные его типы могут объединяться, образуя комплексный или комбинированный эксперимент.

Большинство экспериментов подразделяются на эксперименты по выяснению механизма явлений и экстремальные эксперименты (оптимальные).

При постановке *экстремальных экспериментов* решается задача нахождения таких значений входных переменных, при которых выходной показатель процесса принимает экстремальное значение.

Оптимальный эксперимент базируется на экспериментально-статистических методах. Значение этих методов состоит в следующем:

- они позволяют по данным исследования объекта получить математическую модель, даже если внутренние закономерности явлений в объекте не ясны;
- с помощью этих методов количество возможных опытов, а следовательно, затраты времени и средства сокращаются;

- вместо субъективных оценок они дают достаточно надежные статистические оценки;
- применение полиномиальных математических моделей позволяет получить многомерную геометрическую интерпретацию зависимостей, существующих в объекте, и выявить неизведанные стороны процесса;
- эти методы способствуют созданию информационного языка, удобного для использования на компьютере.

5.2. Классификация, типы и задачи эксперимента

По числу переменных эксперименты классифицируются на одно- и многофакторные: при однофакторных изменению и регистрации подлежит один фактор (одна независимая переменная), при многофакторных – несколько факторов или независимых переменных.

Объекты исследований в экспериментах делятся на статистические и детерминированные, управляемые и неуправляемые.

В статистических объектах отклик (случайная зависимая переменная y) находится в стохастической связи со случайными или неслучайными факторами x_1, x_2, ..., x_n. Так, в механообработке примером связи со случайными факторами является зависимость характеристик качества готовых деталей от характеристик качества заготовок при их обработке, а связи с неслучайными факторами – зависимость характеристик качества готовых деталей от режимов обработки. *Стохастическая связь проявляется* в том, что изменение независимой величины приводит к изменению закона распределения зависимой случайной величины. Простейшим её видом является связь, при которой с изменением независимой переменной изменяется математическое ожидание или среднее значение отклика.

Для детерминированных объектов характерны функциональные связи между неслучайными величинами, когда каждому значению аргумента соответствует строго определённое значение функции.

Управляемость объекта определяется возможностью воспроизведения на нём результатов опыта. Для проверки этого свойства можно провести эксперимент при некоторых выбранных уровнях исследуемых факторов, а затем повторить его несколько раз через неравные промежутки времени и сравнить результаты.

Воспроизводимость результатов характеризуется разбросом их значений. Если он не превышает некоторой заранее заданной величины (требований к точности эксперимента), то объект удовлетворяет требованию воспроизводимости результатов эксперимента.

Экспериментальные исследования классифицируют также на качественные (с целью установления только факта существования явления) и *количественные, лабораторные и промышленные*. В последнее время всё большее распространение получают *автоматизированные экспериментальные исследования*.

Различают также эксперименты:

• *отсеивающие*, *сравнительные* (сравнение двух или нескольких объектов и выбор лучшего из них по заданным критериям качества);

• *экстремальные* (отыскание экстремума функции отклика, по которому оптимизируются параметры объекта или режимы протекания процессов посредством автоматического управления);

• *описательные* (определение механизмов явлений и характера протекания процессов для их анализа и последующей постановки задач синтеза) и эксперименты по составлению диаграмм состояния (вариант описательных экспериментов).

Разновидностью экспериментальных исследований могут быть и различного рода *испытания*: предварительные заводские испытания опытного образца, приёмочные испытания доработанных образцов, подготавливаемых к массовому выпуску (из опытной партии или установочной серии); контрольные испытания при массовом производстве машин и испытания образцов после капитального ремонта. На всех этапах испытаний выполняются разнообразные технологические, эксплуатационные и технические эксперименты, предусмотренные программами испытаний по различным видам оценок. По результатам испытаний принимаются решения о проведении доработки машин, улучшении их агрегатирования с энергетическими средствами, выпуске опытных партий для проверки и постановки на производство.

При всём необъятном многообразии целей, которые может поставить перед собой исследователь, *задачи эксперимента*, как правило, можно отнести к одному из указанных ниже типов:

- *задача измерения некоторой величины при фиксированных условиях* (для получения справочных данных, которые потом будут использованы в теоретических или конструкторских расчётах);
- *задача проверки гипотезы* (подтвердить или опровергнуть) с помощью эксперимента ту или иную теорию; доказать, что изделия, выполненные по новой технологии, превосходят по своим параметрам старые образцы; выявить факторы, влияющие на интересующую нас величину, например, срок службы прибора; обнаружить связь между различными характеристиками объектов (или подтвердить отсутствие такой связи) и другое); задачи такого рода решаются по алгоритму статистической проверки гипотез;
- *задача выяснения механизма явления*;
- *задача оптимизации* (типичная задача конструкторских и технологических разработок);
- *динамические измерения*;
- *классификация наблюдений, или распознавание образов*.

Некоторые из перечисленных типов задач могут быть как конечной целью эксперимента, так и промежуточным этапом при решении задач более «высокого» уровня.

5.3. Планирование эксперимента

Эксперимент является основным и наиболее совершенным методом познания. Он может быть активным и пассивным. Осуществление пассивного эксперимента не зависит от экспериментатора, и ему приходится довольствоваться лишь ролью наблюдателя. Основной вид эксперимента – активный, проводится в контролируемых и управляемых условиях.

Все факторы, влияющие на исследуемые параметры объекта, предусмотреть, как правило, не удается. Так, в сложных системах, зависящих от множества факторов, некоторые воздействия не могут контролироваться или управляться. Воздействие этих факторов рассматривается как белый шум, наложенный на истинные результаты эксперимента. Чтобы отделить факторы, интересующие экспериментатора, от шумового фона, применяются специальные методы, называемые *рандомизацией эксперимента*.

Проведение активного эксперимента зачастую требует больших материальных затрат. Поэтому важной задачей является получение необходимых сведений при минимальном числе опытов. Решением этой проблемы занимается теория планирования эксперимента, представляющая собой раздел математической статистики. В общем случае она позволяет ответить на вопросы:

- как спланировать эксперимент, обеспечивающий при требуемой точности результатов минимальные затраты времени и средств;
- как обработать результаты, чтобы извлечь из них максимум информации об исследуемом объекте;
- какие выводы можно сделать по результатам эксперимента и какова достоверность этих выводов.

Активный эксперимент в сочетании с методами планирования позволяет получить требуемые результаты, затратив минимальные средства и время на проведение исследования.

Планирование эксперимента – это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения с требуемой точностью и достоверностью поставленной задачи.

Целью планирования эксперимента, как правило, является получение математической модели (ММ) исследуемого объекта или процесса. Если на объект действует много факторов, механизм которых неизвестен, то обычно используют полиномиальные ММ (алгебраические полиномы), называемые уравнениями регрессии. Так, для двух факторов x_1 и x_2:

- полином 0-й степени: $y = b_0$;

• полином 1-й степени: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ – линейная модель;

• полином 2-й степени: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_{12} + b_{22}x_{22}$ – полная квадратичная модель.

При планировании эксперимента исследуемый объект представляется «черным ящиком» (рис. 5.1), на который воздействуют факторы x_i.

Рис. 5.1. Модель «Черного ящика»

Каждый фактор x_i может принимать определенное количество значений, называемых *уровнями факторов*. Множество возможных уровней фактора x_i называется *областью его определения*. Эти области могут быть непрерывными и дискретными, ограниченными и неограниченными. Как уже отмечалось, должна быть возможность управления факторами: либо поддерживать их на заданном уровне, либо изменять по программе.

Факторы должны быть совместимыми и независимыми. Совместимость предполагает допустимость любой комбинации факторов, а независимость – отсутствие между факторами корреляционной связи.

К исследуемым параметрам также предъявляют ряд требований. Они должны быть:

• эффективными, т.е. способствовать скорейшему достижению цели;

• универсальными – быть характерными не только для исследуемого объекта;

• статистически однородными, т.е. определенному набору значений факторов x_i с точностью до погрешности эксперимента должно соответствовать определенное значение фактора y_i;

• выражаться количественно одним числом;

- легко вычисляться и иметь физический смысл;
- существовать при любом состоянии объекта.

Геометрический аналог параметра (функции отклика) называется *поверхностью отклика*, а пространство, в котором строят эту поверхность, – *факторным пространством*. Размерность факторного пространства равна числу факторов. Так, например, при двух факторах факторное пространство представляет собой факторную плоскость.

При планировании эксперимента требуемых свойств ММ добиваются, выбирая условия проведения опытов. Множество точек факторного пространства, в которых проводится эксперимент, представляется с помощью *плана эксперимента*

$$x = \begin{Vmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_n(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \dots & x_n(2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1(N) & x_2(N) & \dots & x_n(N) \end{Vmatrix} - \begin{Vmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \dots \\ x(N) \end{Vmatrix}, \tag{5.1}$$

где n – число факторов; N – число точек факторного пространства. Точка $x^{(0)} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{j=1}^{N} x(j)$ называется *центром плана*. Если центр плана совпадает с началом координат, то план называется *центральным*.

Полный факторный эксперимент

В *полном факторном эксперименте* (ПФЭ) исследуется один параметр, и реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

Для каждого фактора выбираются два уровня – верхний и нижний, на которых фактор варьируется. Половина разности между верхним и нижним уровнями называется *интервалом варьирования*. Интервал варьирования должен быть больше погрешности измерения уровня фактора (ограничение снизу), а верхний и нижний уровни фактора не должны выходить за область его определения (ограничение сверху). На практике интервал варьирования составляет обычно 3–10 % от области определения.

При двух уровнях для каждого из n факторов общее число опытов составляет 2^n. ПФЭ – это эксперимент типа 2^n.

ПФЭ позволяет получит математическую модель исследуемого объекта в виде уравнения множественный регрессии или по линиям. Так, например, при n=2

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 \ , \tag{5.2}$$

при n = 3

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3 . \tag{5.3}$$

Модели (5.2), (5.3) обычно называют регрессионными, а коэффициенты b_0, b_i, b_{ik}, b_{ikl} … – коэффициентами уравнения регрессии.

В зависимости от объема априорной информации в ММ включают не все, а лишь некоторые взаимодействия первого порядка, иногда – взаимодействия второго порядка и очень редко – взаимодействия выше третьего порядка. Связано это с тем, что учет всех взаимодействий приводит к громоздким расчетам.

Полное число всех возможных эффектов (включая b_0) равно числу опытов ПФЭ N=2^n, поэтому при n = 2 N = 4, при n = 3 N = 8 и т.д.

Составление матрицы планирования ПФЭ

План ПФЭ изображают в виде таблицы, столбцы которой отражают уровни факторов, а строки – номера опытов. Эти таблицы называют *матрицами планирования* (МП) *эксперимента*. Поскольку значения уровней факторов по модулю всегда равны единице, то обычно в МП записывают только знак уровня (т. е. «+» вместо «1» и «–» вместо «–1»). В табл. 5.1 для примера приведена МП для ПФЭ типа 2^2.

Таблица 5.1.

МП ПФЭ типа 2^2

N	x_1	x_1	y
1	–	–	y_1
2	+	–	y_2
3	–	+	y_3
4	+	+	y_4

Геометрической интерпретацией ПФЭ 22 является квадрат в факторной плоскости (рис. 5.2).

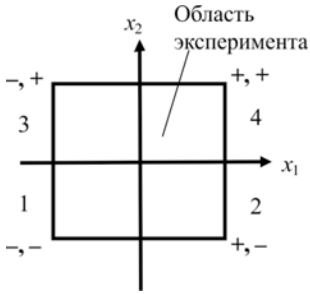

Рис. 5.2. Геометрическая интерпретация ПФЭ 2^2

Основные свойства МП эксперимента:

а) симметричность относительно центра эксперимента

$$\sum_{j-1}^{N} x_{ij} = 0,$$

где i – номер фактора; j – номер опыта; N – число опытов;

б) условие нормировки

$$\sum_{j-1}^{N} x_{ij} = N,$$

в) ортогональность

$$\sum_{j-1}^{N} x_{ij} x_{fj} = 0,$$

если $i \neq f$.

Свойство ортогональности позволяет упростить вычисления и получить независимые оценки коэффициентов регрессии. Это означает, в частности, что замена нулем любого коэффициента в уравнении ММ не изменит оценок остальных коэффициентов. Это свойство может быть полезным, когда точный вид модели не известен и требуется по экспериментальным данным отобрать факторы, существенно влияющие на исследуемый параметр. Если условие ортогональности не выполняется, после исключения каждого незначимого коэффициента необходимо пересчитывать оценки оставшихся коэффициентов и их дисперсии. При этом могут измениться как доверительные интервалы, так и выводы относительно коэффициентов значимости;

г) рототабельность – свойство равноточного предсказания исследуемого параметра на равных расстояниях от центра эксперимента вне зависимости от направления.

Матрица, удовлетворяющая условиям симметричности, нормировки и ортогональности, называется *оптимальной*.

МП ПФЭ является оптимальной для линейных ММ. Если же ММ содержит взаимодействия, то свойство рототабельности не выполняется.

Расчет оценок коэффициентов уравнения регрессии производится по методу наименьших квадратов, при этом минимизируется сумма квадратов отклонений между экспериментальными значениями исследуемого параметра и значениями, вычисленными для тех же точек факторного пространства по уравнению регрессии.

Дробный факторный эксперимент

Число опытов ПФЭ 2^n быстро растет с увеличением числа факторов n, и при больших n этот вид эксперимента оказывается практически неприемлемым. Для уменьшения числа опытов из множества точек факторного пространства может быть отобрана их некоторая часть, содержащая подходящее число опытов и представляющая собой *дробный факторный план*.

Дробный факторный эксперимент (ДФЭ), как и ПФЭ, позволяет исследовать полиномиальные ММ вида (5.2), (5.3). Число оцениваемых параметров ММ и число проводимых в эксперименте опытов связано с понятием насыщенности эксперимента. Если число проводимых опытов превышает число оцениваемых параметров, эксперимент называется *ненасыщенным*, если равно – насыщенным, если больше – *сверхнасыщенным*.

Дробным факторным экспериментом называется система опытов, представляющая собой часть ПФЭ, позволяющая рассчитать коэффициенты уравнения регрессии и сократить объем экспериментальных данных.

Составление матрицы планирования ДФЭ

Для построения МП ДФЭ из имеющихся n факторов отбирают (n–p) основных факторов, для которых строят МП ПФЭ. Эту матрицу дополняют затем p столбцами, соответствующими оставшимся факторам. Уровни дополнительных факторов определяют как поэлементное умножение уровней не менее двух и не более (n–p) основных факторов. Здесь n – число факторов полного факторного эксперимента, для которого строится дробная реплика; p – число взаимодействий, которыми пренебрегаем при построении дробной реплики. Говорят, что ДФЭ – это эксперимент типа 2^{n-p}.

Выбранное для дополнительного фактора произведение называется *генератором плана* (поскольку определяет для дополнительного фактора правило чередования уровней варьирования в МП). Очевидно, что ДФЭ типа 2^{n-p} будет иметь p генераторов.

Например, для ДФЭ типа 2^{3-1} число опытов равно четырем опытам по сравнению с 16 опытами в случае ПФЭ. При трех основных факторах ДФЭ содержит 8 опытов, а генераторами для дробных планов могут служить произведения x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, $x_1x_2x_3$.

В качестве генераторов плана используются незначимые взаимодействия (табл. 5.2.).

Таблица 5.2

МП ДФЭ типа 2^{3-1}

N	x_1	x_1	$x_3=x_1x_2$
1	–	–	+
2	+	–	–
3	–	+	–
4	+	+	+

Для нахождения математического описания процесса используются определенные части ПФЭ: 1/2, 1/4, 1/8 и т.д. Например, при уровне дробности 1/2 число экспериментов сокращается в два раза. Эта система опытов называется дробными репликами, а сам метод ДФЭ – *методом дробных реплик*.

В качестве примера планирования эксперимента рассмотрим взвешивание трех объектов A, B, C на аналитических весах. Первый – традиционный – подход предусматривает последовательное взвешивание каждого из образцов. Исследователь сначала делает холостое взвешивание для определения нулевой точки весов, а затем по очереди взвешивает каждый из образцов. Это пример традиционного использования однофакторного эксперимента, в котором исследователь изучает реакцию на поведение каждого из факторов в отдельности. Традиционная схема взвешивания трех объектов представлена в табл. 5.3: когда образец кладется на весы, в таблице ставится +1, когда он на весах отсутствует, то –1.

Таблица 5.3

Традиционное проведение эксперимента

Номер опыта	A	B	C	Результат взвешивания
1	–1	–1	–1	y_0
2	+1	–1	–1	y_1
3	–1	+1	–1	y_2
4	–1	–1	+1	y_3

Масса каждого объекта оценивается только по результатам двух опытов: того опыта, в котором на весы был положен изучаемый объект, и холостого опыта. Например, масса объекта A: $m_A=y_1–y_0$. Как обычно, ошибка взвешивания предполагается независимой от взвешиваемой величины, аддитивной и имеющей одно и то же распределение. Тогда дисперсия измерения веса образца следующая:

$$\sigma_A^2 = \sigma_{y1}^2 + \sigma_{y0}^2 = 2\sigma^2 \ , \tag{5.4}$$

где σ^2 – дисперсия любого взвешивания. Такими же будут и дисперсии весов образцов B и C.

Проведем теперь тот же эксперимент по несколько иной схеме, задаваемой матрицей планирования, приведенной в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Планирование эксперимента
при взвешивании трех объектов

Номер опыта	A	B	C	Результат взвешивания
1	+1	–1	–1	y_1
2	–1	+1	–1	y_2
3	–1	–1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

В первых трех опытах последовательно взвешивают объекты A, B, C, в последнем опыте тоже взвешивают объекты A, B, C, но все три объекта вместе, а «холостое» взвешивание не производится. В таком процессе измерения масса каждого объекта будет задаваться формулами

$$m_\text{A} = \left(y_1 - y_2 - y_3 + y_4\right)/2 \ ,$$
$$m_\text{B} = \left(y_2 - y_1 - y_3 + y_4\right)/2 \ , \qquad (5.5)$$
$$m_\text{C} = \left(y_3 - y_1 - y_2 + y_4\right)/2 \ .$$

Масса объекта A, вычисленная по приведенной выше формуле, оказывается не искаженной массами весов объектов B и C, так как масса каждого из них входит в формулу для массы A дважды с разными знаками.

Найдем теперь дисперсию, связанную с ошибкой взвешивания, по новой схеме постановки экспериментов:

$$\sigma_\text{A}^2 = \left(\sigma_{y1}^2 + \sigma_{y2}^2 + \sigma_{y3}^2 + \sigma_{y4}^2\right)/4 = \sigma^2. \qquad (5.6)$$

Аналогичным образом находим: $\sigma_\text{B}^2 = \sigma^2, \quad \sigma_\text{C}^2 = \sigma^2$.

Видно, что при новой схеме дисперсия взвешивания получается вдвое меньшей, чем при традиционной схеме, хотя в обоих случаях на взвешивание трех объектов затрачивалось по четыре этапа.

В результате чего точность эксперимента увеличилась в два раза? В первом случае эксперимент был поставлен так, что каждую массу получали лишь из двух взвешиваний. По новой схеме взвешивания каждая масса вычислялась уже по результатам всех четырех взвешиваний. Вторую схему можно назвать многофакторной, поскольку в ней оперируют всеми факторами так, что каждая масса вычисляется по результатам сразу всех опытов, проведенных в данной серии экспериментов. Вот главная причина уменьшения дисперсии вдвое.

Таким образом, использование теории планирования эксперимента может явиться одним из путей существенного повышения эффективности многофакторных экспериментальных исследований.

5.4. Основы теории подобия

Решение реальных задач в машиностроении на основе математического моделирования часто бывает затруднительным. Наиболее мощным средством решения таких задач, обобщения экспериментальных и расчетных данных является теория подобия.

Теория подобия (учение о подобных явлениях) дает общий метод преобразования выражений, содержащих дифференциальные операторы, к простейшим алгебраическим уравнениям.

Суть метода в том, что реальный процесс заменяется простейшей условной схемой (моделью), в которой все дифференциальные операторы сохраняют постоянное значение в пространстве и во времени. Термин «подобие» заимствован из геометрии. Так, для подобных фигур (рис. 5.3)

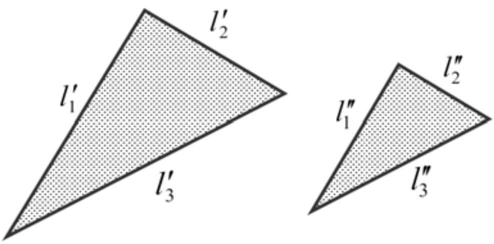

Рис. 5.3. Геометрически подобные области для объекта (слева) и модели

$$\frac{l_1''}{l_1'} = \frac{l_2''}{l_2'} = \frac{l_3''}{l_3'} = C_l, \qquad (5.7)$$

где C_l – константа геометрического подобия, или коэффициент пересчета масштабов, зная который, можно получить любой размер в одной системе по сходственному размеру в другой. Следствием геометрического подобия является соответственное выражение для площадей (S) и объемов (V)

$$\frac{S''}{S'} = C_S = C_l^2; \quad \frac{V''}{V'} = C_V = C_l^3. \qquad (5.8)$$

На практике при геометрическом подобии используются не характеристики длин сторон многоугольника, а их координаты. Если ввести систему прямоугольных координат x, y, то при геометрическом подобии все координаты x_i', y_i' первого треугольника (объекта) пропорциональны соответствующим координатам x_i'', y_i'' второго треугольника (модели), т.е. выполняются соотношения

$$\frac{x''}{x'} = C_x \ ; \ \frac{y''}{y'} = C_y, \qquad (5.9)$$

Этот пример иллюстрирует дальнейшее развитие понятия *подобие – аффинное подобие*, при котором допускается неравенство масштабов по отдельным координатным осям. В этом случае геометрические фигуры или пространственные объекты как бы деформируются: круг превращается в эллипс, параллелепипед с неравномерными ребрами – в куб и т.п. Переход к аффинному подобию возникает, например, при моделировании процессов в обработке металлов резанием, когда размер зоны резания мал по сравнению с размерами детали.

Преобразующие функции (5.9), осуществляющие взаимосвязь между координатами модели и объекта, могут быть и нелинейными.

Для реализации подобия физических явлений геометрического подобия недостаточно, необходимо соблюдение подобия и по другим характеристикам, определяющим эти явления: времени, скоростям, массам, силам, температурам, теплофизическим свойствам и т.д.

Дадим основные понятия подобных явлений.

Одноименными величинами называются такие, которые имеют одинаковые физический смысл и размерность (например, температура объекта и модели).

Сходственными точками системы называются такие точки, координаты которых удовлетворяют условию геометрического подобия (5.7).

Сходственные моменты времени наступают по истечении периодов времени t' и t'', имеющих общее начало отсчета и связанных между собой константой подобия $C_t = t''/t'$.

Подобными называются физические явления, протекающие в геометрически подобных системах, если у них во всех сходственных точках в сходственные моменты времени отношения одноименных величин есть постоянные числа. Эти постоянные числа называются *числами подобия.*

Следует отметить, что подобными могут быть явления одинаковой природы, описывающиеся одинаковыми аналитическими зависимостями. Явления, описываемые одинаковыми уравнениями, но имеющие различную природу, называются *аналогичными*. Пример аналогичных явлений: теплопроводность и диффузия, описываемые одинаковыми по внешнему виду уравнениями Фурье и Фика. Известны электротепловая, гидротепловая аналогии.

Получим числа подобия, предполагая, что объект и модель удовлетворяют второму закону Ньютона:

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \sum F_x. \qquad (5.10)$$

Запишем этот закон для реального объекта: $m' \frac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t'^2} = \sum F'_x$ и для модели: $m'' \frac{\mathrm{d}^2 x''}{\mathrm{d}t''^2} = \sum F''_x$.

Введем константы подобия для входящих в уравнение (5.10) величин:

$$C_m = \frac{m''}{m'}\ , \quad C_t = \frac{t''}{t'}\ , \quad C_l = \frac{x''}{x'}\ , \quad C_F = \frac{F''_x}{F'_x}\ ,$$

из которых найдем переменные для модели:

$$m'' = C_m m'\,, \quad t'' = C_t\ t'\,, \quad x'' = C_l\ x'\,, \quad F''_x = C_F F'_x\ ,$$

подставим их в уравнение для модели:

$$m'' \frac{\mathrm{d}^2 x''}{\mathrm{d}t''^2} = \sum F''_x \Rightarrow C_m m' \frac{C_l \mathrm{d}^2 x'}{C_t^2 \mathrm{d}t'^2} = C_F \sum F'_x \Rightarrow m' \frac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t'^2} = \frac{C_F C_t^2}{C_m C_l} \sum F'_x.$$

Из тождественности уравнений для объекта и модели вытекает

$$\frac{C_F C_t^2}{C_m C_l} = 1. \tag{5.11}$$

Выражение $C = \frac{C_F C_t^2}{C_m C_l}$ называется *индикатором подобия*, а вытекающее из (5.11) соотношение

$$\frac{F' t'^2}{m' x'} = \frac{F'' t''^2}{m'' x''} \tag{5.12}$$

называется *условием подобия*. Равенство (5.11) представляет собой математическое выражение *первой теоремы подобия*, которая гласит: *у подобных явлений индикаторы подобия равны единице*. Подлинный смысл равенства единице индикатора подобия заключается в том, что существенное значение для процесса динамического подобия имеет не каждый из параметров, входящих в закон Ньютона в отдельности (F, m, t, x), а вполне определенная их комбинация, называемая *числом Ньютона:*

$$\mathrm{Ne} = \frac{Ft^2}{ml} = \frac{Ft}{mv}. \qquad (5.13)$$

Число Ньютона называется *инвариантом (числом) подобия* и характеризует отношение импульса силы (Ft) к импульсу (mv, $v = l / t$), оно одинаково для всех подобных между собой явлений, и первая теорема подобия может быть сформулирована так: *у подобных явлений числа подобия* (K) *тождественны*:

$$K = Ne = \frac{Ft^2}{ml} = idem. \qquad (5.14)$$

Для обобщения условия динамического подобия рассмотрим более сложный вариант, вытекающий из второго закона Ньютона для неравновесных процессов – одномерное стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости под действием перепада давления со скоростью u вдоль оси x, при этом скорость из-за сил трения зависит от двух координат x и y. Соответствующее дифференциальное уравнение Навье-Стокса (4.12), которое в частном случае описывает стационарный перенос импульса под действием сил тяжести, внешнего давления и вязкого трения, имеет вид

$$u\frac{\partial u}{\partial x} = g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \qquad (5.15)$$

Для записи этого уравнения в безразмерном виде выберем в качестве масштабов следующие характерные величины: l – характерный размер области; p_0 – давление; u_0 – скорость. Тогда безразмерные переменные (они обозначены сверху чертой) примут вид

$$\overline{x} = \frac{x}{l},\ \overline{y} = \frac{y}{l},\ \overline{p} = \frac{p}{p_0},\ \overline{u} = \frac{u}{u_0}. \qquad (5.16)$$

Отсюда получаются размерные переменные

$$x = \overline{x}\ l,\ y = \overline{y}\ l, p = \overline{p}\ p_0,\ u = \overline{u}\ u_0.$$

Подставим эти размерные переменные в уравнение Навье-Стокса (5.15) и вынесем постоянные масштабы за знаки производных:

$$u_0 \overline{u} \frac{u_0 \partial \overline{u}}{l\, \partial \overline{x}} = g - \frac{1}{\rho_0} \frac{p_0 \partial \overline{p}}{l\, \partial \overline{x}} + \nu \frac{u_0}{l^2} \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{y}^2},$$

после умножения уравнения на l / u_0^2 получим

$$\overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} = \frac{gl}{u_0^2} - \frac{p_0}{\rho_0 u_0^2} \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}} + \frac{\nu}{u_0 l} \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{y}^2}. \tag{5.17}$$

Уравнение (5.17) безразмерно, но размерности всех слагаемых должны быть одинаковы, каждый из трех комплексов в правой части уравнения должен быть безразмерным и является инвариантом подобия:

$$\mathrm{Fr} = \frac{g\ l}{u_0^2},\ \mathrm{Eu} = \frac{p_0}{\rho_0 u_0^2},\ \mathrm{Re} = \frac{u_0\ l}{\nu},$$

где Fr, Eu, Re – соответственно числа Фруда, Эйлера и Рейнольдса. Числа Фруда и Рейнольдса определяют геометрию и физические свойства системы и являются ее параметрами, так как могут измениться при переходе к другой системе. Эти числа подобия называются *определяющими*. Число Эйлера характеризует безразмерный перепад давления, который подлежит определению, и называется *определяемым* числом. С учетом чисел подобия уравнение Навье-Стокса принимает вид

$$\overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} = \mathrm{Fr} - \mathrm{Eu} \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{y}^2}. \tag{5.18}$$

Первая теорема подобия, требуя тождественности чисел подобия, формулирует необходимые условия существования подобия, но не отвечает на вопрос о количестве чисел подобия, способе реализации подобия при построении моделей. Однако интерес представляют не столько сами числа подобия, сколько соотношения между ними. Возможность представления решения (на примере уравнения Навье-Стокса) как функции от чисел подобия в виде критериального уравнения и составляет содержание *второй теоремы подобия* (π-теоремы).

Смысл этой теоремы рассмотрим на примере уравнения Навье-Стокса (5.15), решение которого при соответствующих краевых условиях должно иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} u &= u(x, y, \rho, v, g, u_0, l), \\ p &= p(x, y, \rho, v, g, u_0, l). \end{aligned}\right\} \tag{5.19}$$

Искомые величины – скорость и давление являются функциями двух аргументов (координат x и y) и пяти параметров (плотности ρ, кинематической вязкости ν, ускорения свободного падения g, масштабов скорости u_0 и длины l).

После приведения уравнения к безразмерному виду (5.18) имеем решение

$$\left.\begin{aligned} \overline{u} &= \overline{u}(\overline{x}, \overline{y}, \mathrm{Re}, \mathrm{Fr}), \\ \mathrm{Eu} &= \mathrm{Eu}(\overline{x}, \overline{y}, \mathrm{Re}, \mathrm{Fr}). \end{aligned}\right\} \tag{5.20}$$

При этом каждая искомая величина зависит уже от двух безразмерных координат и двух параметров. В рассматриваемой задаче число параметров при переходе к безразмерным переменным уменьшилось на три.

Возможность сокращения числа аргументов или параметров задачи утверждается π-теоремой подобия, в соответствии с которой *любое уравнение, связывающее между собой N физических величин,* *из которых K величин обладают независимыми размерностями, можно преобразовать к уравнению, связывающему N–K безразмерных критериев.*

В решении (5.20) числа подобия, составленные из параметров (Fr, Re), называются *определяющими*, а безразмерная скорость $\overline{u}$ и число Эйлера Eu – *определяемыми*.

Условия, достаточные для существования подобия физических явлений (третья теорема подобия), были впервые сформулированы в 1930 году Кирпичевым и Гухманом в виде трех положений:

1) подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т.е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями;

2) условия однозначности (к ним относятся геометрические и физические параметры системы, начальные и граничные условия) подобных процессов должны быть одинаковыми во всем, кроме численных значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях;

3) одноименные определяющие критерии подобных процессов должны иметь одинаковые численные значения.

Отметим следствия теоремы:

1) если процессы A и B подобны, то любая физическая величина φ в данной точке процесса A пропорциональна соответствующей величине в сходственной точке процесса B;

2) подобные процессы можно рассматривать как один и тот же процесс, но взятый в различном масштабе, причем масштабы разноименных величин могут быть неодинаковыми.

5.4.1. Применение теории подобия к задачам теплообмена

Числа подобия можно получать путем анализа размерностей из известных дифференциальных уравнений, описывающих ход процесса. Например, для уравнения второго закона число Ньютона может быть получено как отношение размерности правой части уравнения (5.10), характеризующей внешние силы, к размерности левой части, характеризующей силы инерции:

$$\underbrace{m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}}_{(1)} = \underbrace{\sum F_x}_{(2)} \Rightarrow \mathrm{Ne} = \frac{(2)}{(1)} = \frac{F}{m\,l\,/\,t^2} = \frac{F\,t^2}{m\,l}. \qquad (5.21)$$

Получим, таким образом, числа подобия из уравнений, описывающих теплообмен в жидких и газообразных (вязких) теплоносителях.

Теплоотдача между твердой поверхностью с температурой $T_п$ и вязкой средой с температурой $T_с$ ($T_п > T_с$) и теплопроводностью λ в приближении погранслоя описывается уравнением

$$\underbrace{-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{n=0}}_{(1)} = \underbrace{\alpha(T_п - T_с)}_{(2)}. \qquad (5.22)$$

Безразмерное отношение правой части уравнения (5.22) к левой называется *числом Нуссельта*

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{\alpha\,t}{\lambda\,t\,/\,l} = \frac{\alpha\,l}{\lambda} = \mathrm{Nu}. \qquad (5.23)$$

Число Нуссельта $\mathrm{Nu} = \alpha\,/\,(\lambda\,/\,l)$ является определяемым и *характеризует безразмерный коэффициент теплоотдачи*.

Рассмотрим критерии подобия, вытекающие из уравнения переноса тепловой энергии (4.10). Для этого запишем одномерное уравнение переноса тепловой энергии без источников тепла:

$$\underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{(1)} + \underbrace{u\frac{\partial T}{\partial x}}_{(2)} = \underbrace{a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}_{(3)}. \qquad (5.24)$$

Оценим отношение второго члена уравнения, характеризующего конвективное тепло, к третьему члену, характеризующему диффузионное тепло. При этом будем пользоваться характерными размерными величинами: скоростью u, температурой T, температуропроводностью a и линейным размером l:

$$(2)/(3) = \frac{ut}{l} \Big/ \frac{at}{l^2} = \frac{ul}{a}.$$

Полученный критерий подобия называется *числом Пекле* $\mathrm{Pe} = \dfrac{u\,l}{a}$, характеризующим *относительную интенсивность конвективного и диффузионного механизмов переноса тепловой энергии*. Так, при Pe>1 конвективный механизм переноса тепловой энергии преобладает над диффузионным механизмом. Если задача решается с инженерной точностью 5 %, то при Pe>95 третьим членом в уравнении (5.24) можно пренебречь по сравнению со вторым. Таким образом, в сравнении интенсивности процессов конвекции и диффузии тепла существенное значение имеют не три размерных параметра u, l, a в отдельности, а их вполне определенная комбинация, называемая числом Пекле.

Отношения других членов уравнения (5.24)

$$(3)\Big/(1) = \frac{aT}{l^2} \Big/ \frac{T}{t} = \frac{t}{l^2/a},$$

$$(2)\Big/(1) = \frac{uT}{l} \Big/ \frac{T}{t} = \frac{t}{l/u}$$

характеризуют безразмерное время процесса переноса тепла, причем l^2/a – характерное время процесса переноса тепла теплопроводностью; l/u – характерное время процесса переноса тепла конвекцией. Полученные критерии характеризуют безразмерное время процесса переноса тепла и называются *числами Фурье* (Fo) и *гомохронности* (Ho – однородности по времени):

$$\mathrm{Fo} = \frac{t}{l^2/a}, \quad \mathrm{Ho} = \frac{t}{l\;/u}.$$

Рассмотрим критерии подобия, вытекающие из одномерного варианта уравнения движения (4.12),

$$\underset{(1)}{\frac{\partial u}{\partial t}} + \underset{(2)}{u\frac{\partial u}{\partial x}} = \underset{(3)}{g} - \underset{(4)}{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}} + \underset{(5)}{\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \;. \qquad (5.25)$$

Уравнение представляет баланс сил инерции (1, 2), тяжести (3), внешнего давления (4) и вязкого трения (5).

Отношение второго члена уравнения, характеризующего силы инерции при стационарном течении, к пятому, характеризующему силы вязкого трения, является важнейшим критерием подобия, называемым *числом Рейнольдса:*

$$(2)/(5) = \frac{u^2}{l}\Big/\frac{\nu u}{l^2} = \frac{ul}{\nu} = \mathrm{Re} \Rightarrow \mathrm{Re} = \frac{ul}{\nu}.$$

При малых значениях числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} < 10^3$) силы вязкого трения преобладают над силами инерции, циркуляция вязкой среды имеет слоистую, *ламинарную* структуру. При больших значениях числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} > 10^4$), когда инерционные силы преобладают над силами вязкого трения, циркуляция вязкой среды имеет *турбулентную* структуру. Поперечные пульсации скорости и температуры при турбулентной конвекции приводят к возрастанию вязкости и температуропроводности. Полученные ранее уравнения переноса импульса и энергии остаются справедливыми для усредненных скоростей и температур, в них появляются лишь добавки к коэффициентам вязкости и температуропроводности, учитывающие турбулентность и вычисляемые с привлечением дополнительных полуэмпирических гипотез турбулентности. Область изменения числа Рейнольдса $10^3 < \mathrm{Re} < 10^4$ характеризует *смешанный* режим течения, при котором наблюдается примерное равенство сил инерции и вязкого трения и происходит смена ламинарного и турбулентного режимов течения.

Таким образом, *число Рейнольдса, характеризующее отношение сил инерции к силам вязкого трения*, играет важную роль для определения структуры течения вязкого теплоносителя при вынужденной конвекции.

Отношение третьего члена уравнения (5.25) ко второму дает *число Фруда:*

$$(3)/(2) = g \Big/ \frac{u^2}{l} = \frac{g\,l}{u^2} = \mathrm{Fr} \Rightarrow \mathrm{Fr} = \frac{g\,l}{u^2},$$

характеризующее относительную по сравнению с инерционной силу тяжести.

Из сравнения сил внешнего давления с силами инерции в уравнении (5.25)

$$(4)/(2) = \frac{\Delta p}{\rho\, l} \Big/ \frac{u^2}{l} = \frac{\Delta p}{\rho\, u^2}$$

получается *число Эйлера* $\mathrm{Eu} = \dfrac{\Delta p}{\rho\, u^2}$, *характеризующее* отношение перепада давления к удвоенному динамическому напору $(\rho u^2/2)$, т.е. *безразмерный перепад давления*.

В критериях Рейнольдса, Пекле, Фруда, Эйлера содержится характерная скорость процесса, легко определяемая при вынужденной конвекции. Например, при течении теплоносителя в каналах при заданном перепаде давления эта скорость определяется как отношение объемного секундного расхода теплоносителя к площади поперечного сечения канала. При свободной конвекции выделение характерной скорости затруднительно. Поэтому представляет интерес получение критерия из комбинации полученных критериев, не содержащего характерную скорость процесса. Такая комбинация, составленная из чисел Рейнольдса и Фруда, называется числом *Га-*

лилея $\mathrm{Ga} = \mathrm{Re}^2 \cdot \mathrm{Fr} = \dfrac{g\,l^3}{\nu^2}$, *характеризующим соотношение сил тяжести и вязкого трения*.

Умножая полученное число Галилея на другой безразмерный комплекс – относительное изменение плотности вязкой среды, получаем число *Архимеда* $\mathrm{Ar} = \dfrac{g\,l^3}{\nu^2} \cdot \dfrac{\Delta\rho}{\rho}$,, *характеризующее относительную подъемную силу в вязкой среде с неоднородной плотностью*. Число Архимеда, например, пропорционально интенсивности разделения смеси двух теплоносителей с разными плотностями в поле сил тяжести (например, смесь воды и масла в смазочно-охлаждающей жидкости).

В том случае, когда различие плотностей в однородной среде вызвано температурным полем

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0 - \rho_0(1 - \beta\Delta T)}{\rho_0} = \beta\Delta T,$$

число Архимеда переходит в число *Грасгофа* $\mathrm{Gr} = \dfrac{g\,l^3}{\nu^2}\beta\Delta T$, *пропорциональное относительной подъемной силе, действующей на частицу вязкого теплоносителя в неоднородном температурном поле*.

Отношение чисел Пекле и Рейнольдса дает новый безразмерный комплекс – *число Прандтля*, зависящее только от теплофизических свойств среды $\mathrm{Pr} = \dfrac{\mathrm{Pe}}{\mathrm{Re}} = \dfrac{\nu}{a}$. Это число представляет собой отношение кинематической вязкости теплоносителя, пропорциональной толщине динамического пограничного слоя, к температуропроводности, пропорциональной толщине температурного пограничного слоя (рис. 5.4). Таким образом, *число Прандтля является непосредственной мерой отношения толщин динамического и температурного пограничных слоев*.

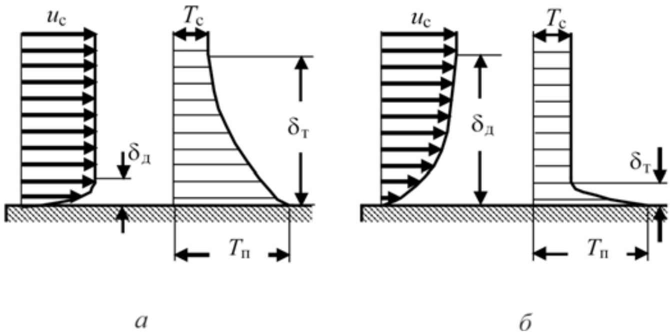

Рис. 5.4. Распределение скорости и температуры
в пограничных слоях при малом (*а*)
и большом (*б*) числах Прандтля

В предельном случае, когда число Прандтля мало, толщина динамического пограничного слоя много меньше толщины температурного пограничного слоя, $\delta_д << \delta_т \Rightarrow \Pr << 1$. Такой случай имеет место для расплавленных металлов. При больших числах Прандтля, наоборот, толщина динамического пограничного слоя больше, чем толщина температурного слоя, $\delta_д << \delta_т \Rightarrow \Pr << 1$. Это наблюдается в смолах, маслах и других вязких средах с малой температуропроводностью.

5.4.2. Примеры применения теории подобия

Рассмотрим задачу теплообмена при *вынужденном* движении теплоносителя в горизонтальной трубе под действием внешнего перепада давления. Температура теплоносителя отличается от температуры окружающей среды.

При движении теплоносителя в трубах и каналах формируются гидродинамический и температурный пограничные слои. В пределах *участка гидродинамической стабилизации* l_0 эти слои смыкаются, и далее устанавливается стабильное распределение скоростей (рис. 5.5). Для круглой трубы диаметром d длина этого участка $l_0 \approx 50\ d$.

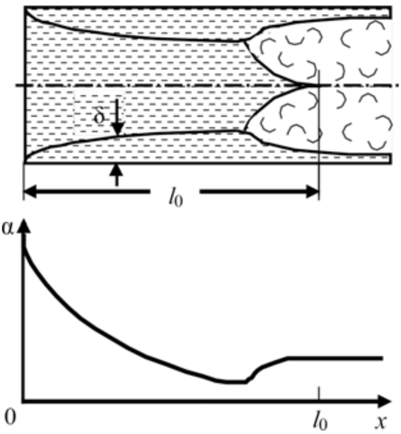

Рис. 5.5. Схема теплоотдачи в трубе

В пределах участка гидродинамической стабилизации (при $x < l_0$) растет толщина пограничного слоя, из-за теплового сопротивления этого слоя уменьшается коэффициент теплоотдачи.

При $x > l_0$ режим течения зависит от числа Рейнольдса. При $\mathrm{Re} < 2 \cdot 10^3$ наблюдается *ламинарное* течение теплоносителя, при $\mathrm{Re} > 10^4$ поток становится *турбулентным*. При $\mathrm{Re} = 2 \cdot 10^3 \ldots 10^4$ наблюдается *переходный режим* течения и теплообмена.

При ламинарном неизотермическом течении теплоносителя возможны различные режимы теплообмена. В частности, при вязкостно-гравитационном режиме на вынужденное движение теплоносителя влияет свободная конвекция, учитываемая числом Грасгофа. Достаточно точное обобщение опытных данных, полученных в лаборатории, дает формула для среднего числа Нуссельта в длинных трубах

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{пот}} = 0{,}15\,\mathrm{Re}_{\text{пот}}^{0{,}33}\,\mathrm{Pr}_{\text{пот}}^{0{,}43}\,\mathrm{Gr}_{\text{пот}}^{0{,}1}(\mathrm{Pr}_{\text{пот}} / \mathrm{Pr}_{\text{ст}})^{0{,}25}. \qquad (5.26)$$

Пример 5.1. Определить коэффициент теплоотдачи и количество переданной теплоты при течении воды в горизонтальной трубе диаметром d = 8 мм и длиной l = 6 м, если скорость u = 0,1 м/с, температура в потоке воды $T_{\text{пот}}$= 80°C, температура стенки трубы $T_{\text{ст}}$= 20°C.

Решение. При $T_{пот}$= 80°С свойства воды: $\lambda_{пот}$= 0,675 Вт/(м·К); $\nu_{пот}$= 0,365·10^{-6} м^2/с; β = 6,32·10^{-4} К$^{-1}$; $Pr_{пот}$ = 2,21; при $T_{ст}$= 20°С $Pr_{ст}$=7,02.

При этих свойствах вычисляем критерии Рейнольдса и Грасгофа:

$$\mathrm{Re}_{пот} = \frac{u\,d}{\nu} = \frac{0{,}1\cdot 0{,}008}{0{,}365\cdot 10^{-6}} = 2190,$$

$$\mathrm{Gr}_{пот} = \frac{g\,d^3\beta\,(T_{пот}-T_{ст})}{\nu^2} = \frac{9{,}81\cdot 0{,}008^3\cdot 6{,}32\cdot 10^{-4}(80-20)}{(0{,}365\cdot 10^{-6})^2} = 1{,}43\cdot 10^6.$$

Из полученных значений делаем вывод о вязкостно-гравитационном режиме течения воды. Применяя формулу (5.26), получаем

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{пот} = 0{,}15\,\mathrm{Re}_{пот}^{0{,}33}\,\mathrm{Pr}_{пот}^{0{,}43}\,\mathrm{Gr}_{пот}^{0{,}1}\left(\mathrm{Pr}_{пот}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0{,}25} =$$

$$= 0{,}15\cdot 2190^{0{,}33}\left(1{,}46\cdot 10^6\right)^{0{,}1}\left(2{,}21/7{,}02\right)^{0{,}25} = 8{,}56.$$

Средний коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \overline{\mathrm{Nu}}_{пот}\,\frac{\lambda_{пот}}{d} = 8{,}56\,\frac{0{,}675}{0{,}008} = 724\ \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}.$$

Количество переданной теплоты

$$Q = \overline{\alpha}\cdot\pi\cdot d\cdot l\ (T_{пот}-T_{ст}) = 724\cdot 3{,}14\cdot 0{,}008\cdot 6\ (80-20) = 6{,}55\ \text{кВт}.$$

Таким образом, участок трубы, в котором течет горячая вода, является источником тепла мощностью 6,55 кВт.

При отсутствии внешней вынуждающей силы теплоноситель может совершать *свободное* движение, обусловленное, например, разностью плотностей нагретых и холодных его частиц.

Рассмотрим свободный теплообмен в неограниченном пространстве у вертикальной нагретой поверхности (рис. 5.6). Под *неограниченным* понимается такое пространство, размеры которого много больше толщины погранслоя, при этом тепловые возмущения от нагретого (охлажденного) тела не распространяются на весь объем, на некотором конечном удалении от поверхности тела теплоноситель можно считать *невозмущенным*.

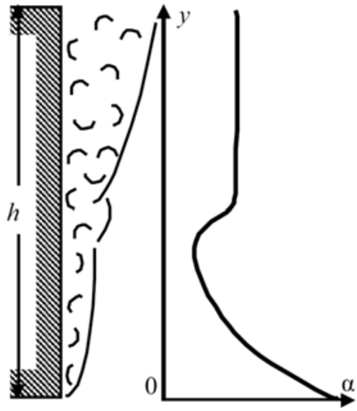

Рис. 5.6. Схема теплоотдачи
у нагретой вертикальной стенки

Характер движения теплоносителя зависит в основном от температурного напора $\Delta T = T_{\text{ст}} - T_{\text{пот}}$, где $T_{\text{ст}}$ – температура нагретой поверхности (стенки); $T_{\text{пот}}$ – температура потока теплоносителя, неподвижного вдали от поверхности. С увеличением температурного напора ламинарное движение теплоносителя вдоль стенки переходит в турбулентное движение. В нижней части стенки с увеличением толщины ламинарного гидродинамического пограничного слоя теплоотдача падает, затем возрастает в переходной области и стабилизируется в области турбулентного течения теплоносителя.

Определяющую роль при свободной конвекции играет *число Рэлея*, равное произведению чисел Грасгофа и Прандтля Ra = Gr·Pr. В лабораторных условиях получено уравнение подобия, справедливое для различных форм поверхности теплообмена (цилиндр, плоская стенка),

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{пот}} = C\ \mathrm{Ra}^{n}_{\text{пот}}, \tag{5.27}$$

где $\mathrm{Ra} = g\ \beta\ l^3 \Delta T / (\nu \cdot a)$ – число Рэлея.

Значения коэффициентов C и n в этом уравнении зависят от числа Рэлея и приведены в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Значения коэффициентов *C* и *n*

Ra	$10^{-3}\ldots5\cdot10^{2}$	$5\cdot10^{2}\ldots2\cdot10^{7}$	$2\cdot10^{7}\ldots10^{13}$
C	1,18	0,54	0,135
n	1/8	1/4	1/3

Например, при *турбулентном* режиме свободной конвекции ($\mathrm{Ra}=2\cdot10^{7}\ldots10^{13}$) средний коэффициент теплоотдачи определяют из уравнения

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{пот}} = 0{,}135(\mathrm{Gr}_{\text{пот}}\cdot\mathrm{Pr}_{\text{пот}})^{1/3}. \qquad (5.28)$$

В этих формулах за определяющую температуру принята температура теплоносителя вдали от нагретой поверхности. Определяющий размер для вертикальных плит – их высота, отсчитываемая от начала теплообмена.

Запишем уравнение (5.28) в размерных переменных, приняв за масштаб длины высоту стенки *h*:

$$\frac{\bar{\alpha}\,h}{\lambda} = 0{,}135\left(\frac{g\,\beta\,h^{3}\Delta t}{\nu^{2}}\frac{\nu}{a}\right)^{0{,}33} \Rightarrow \bar{\alpha} = 0{,}135\,\lambda\left(\frac{g\,\beta}{\nu\,a}\Delta t\right)^{0{,}33}. \qquad (5.29)$$

Видно, что при турбулентном режиме средний коэффициент теплоотдачи не зависит от характерного размера – высоты стенки, т.е. процесс теплоотдачи *автомоделен* к этому параметру.

Пример 5.2. Определить передачу теплоты при свободной конвекции от голого вертикального трубопровода диаметром d = 120 мм и высотой h = 6 м к воздуху. Температура стенки $T_{\text{ст}}$ = 523 К, температура воздуха $T_{\text{пот}}$ = 293 К.

Решение. При определяющей температуре $T_{\text{пот}}$ = 293 К свойства воздуха: кинематическая вязкость $\nu = 15{,}06\cdot10^{-6}$ м^2/с; теплопроводность $\lambda = 0{,}026$ Вт/(м·К); число Прандтля Pr = 0,703; коэффициент объемного расширения $\beta = 1/(T_{\text{пот}}+273)=1/293$ К$^{-1}$. Числа Грасгофа и Рэлея

$$\mathrm{Gr}_{\text{пот}} = \left(\frac{g\ \beta\ h^3 \Delta T}{\nu^2} \right) = \frac{9,81 \cdot 6^3 \cdot 230}{293 \cdot (15,06 \cdot 10^{-6})^2} = 7,34 \cdot 10^{12};$$

$$\mathrm{Ra}_{\text{пот}} = \mathrm{Gr}_{\text{пот}} \cdot \mathrm{Pr}_{\text{пот}} = 7,34 \cdot 10^{12} \cdot 0,703 = 5,16 \cdot 10^{12}.$$

При этих условиях движение воздуха турбулентно, и теплоотдача определяется уравнением (5.28)

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{пот}} = 0,135(\mathrm{Gr}_{\text{пот}} \cdot \mathrm{Pr}_{\text{пот}})^{1/3} = 0,135(5,16 \cdot 10^{12})^{1/3} = 2088.$$

Отсюда коэффициент теплоотдачи

$$\overline{\alpha} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{пот}} \lambda}{h} = \frac{2088 \cdot 0,026}{6} = 9,0 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}.$$

Потеря теплоты трубопроводом

$$Q = \overline{\alpha} \cdot \pi \cdot d \cdot h(T_{\text{ст}} - T_{\text{пот}}) = 9,0 \cdot 3,14 \cdot 0,12 \cdot 6 \cdot 230 = 4,68 \text{ кВт},$$

т.е., участок нагретой вертикальной трубы в условиях свободной конвекции воздуха является источником тепла мощностью 4,68 кВт.

Приведенные примеры показывают, что функциональные зависимости между числами подобия, полученные в лабораторных условиях, позволяют делать инженерные оценки для реальных процессов.

5.5. Погрешности измерений

5.5.1. Типы измеряемых величин и погрешностей

Различают прямое и косвенное измерения. Наиболее простым является *прямое измерение*, при котором искомое значение величины находят непосредственно с помощью измерительного прибора. Например, длина измеряется линейкой, напряжение – вольтметром, температура – термометром и т.п. Если прямые измерения невозможны, используют *косвенные измерения*. В них искомое значение величины находят на основании известной зависимости этой величины от других, допускающих прямое измерение. Например, среднюю плотность тела можно измерить по его массе и геометрическим размерам.

Измерения могут быть выполнены как однократные и многократные. Однократное измерение дает единственный результат, который принимают за окончательный результат измерения значения искомой величины. Многократное измерение проводят путем повторения однократных измерений одной и той же постоянной физической величины, оно приводит к получению набора данных. Окончательный результат многократного измерения, как правило, находят из набора данных в виде среднего арифметического результатов всех отдельных измерений.

Физические величины, встречающиеся в эксперименте, относят к следующим основным типам:

- *случайные величины,* связанные со случайными процессами, поэтому результат отдельного измерения не может быть однозначно предсказан заранее, результаты измерений отвечают определенным статистическим закономерностям;

- *постоянные величины* – это физические постоянные (скорость света в вакууме, заряд электрона, и т.п.), а также некоторые характеристики конкретного объекта, находящегося при фиксированных условиях;

- *изменяющиеся (переменные) величины* закономерно меняются с течением времени вследствие процессов, происходящих в исследуемом объекте (затухание амплитуды колебаний свободного маятника, и т.п.); набор результатов однократных измерений в этом случае принципиально неповторим, так как время нельзя повернуть вспять;

- *нестабильные величины* изменяются с течением времени без каких бы то ни было статистических закономерностей, нестабильная величина может быть переведена в разряд изменяющихся величин, если установлена закономерность зависимости ее от времени.

Количественной характеристикой неоднозначности результата измерения является погрешность. Ее оценивают исходя из всей информации, накопленной при подготовке и выполнении измерений. Эту информацию обрабатывают для совместного определения окончательного результата измерения, который нельзя расценивать как «истинное значение» измеряемой физической величины из-за наличия погрешности.

Погрешность может быть выражена в единицах измеряемой величины x. В таком случае она обозначается Δx и носит название *абсолютной погрешности*. Однако абсолютная погрешность не отражает качества измерений: например, абсолютная погрешность 1 мм при измерении размеров помещения свидетельствует о высоком качестве измерения, та же погрешность совершенно неприемлема при измерении диаметра тонкой проволоки.

Критерием качества измерения является отношение абсолютной погрешности к окончательному результату измерения $\delta x = \Delta x / x$.

Это безразмерное отношение δx называют *относительной погрешностью* и используют как в абсолютном, так и в процентном выражении. Высокой точности измерения соответствует малое значение относительной погрешности.

Рассмотрим основные типы погрешностей.

Промахи или грубые погрешности возникают вследствие неисправности измерительных приборов или ошибок в эксперименте, сделанных по невнимательности. Для исключения промахов соответствующие им результаты измерений следует отбросить, и при возможности повторить эксперимент в этой области значений.

Приборные погрешности – это систематические погрешности, присутствующие в результатах измерений, выполненных с помощью любого измерительного прибора. Приборную погрешность можно оценить только путем сравнения показаний прибора с показаниями другого, более точного. Иногда результаты специально проведенного сравнения приводят в паспорте прибора, однако чаще указывают максимально возможную погрешность для приборов данного типа.

Модельные погрешности связаны с вычислениями измеряемых в эксперименте величин по полученным из модели рабочим формулам. К разряду модельных может быть отнесена погрешность взвешивания на рычажных весах с неучтенной согласно закону Архимеда выталкивающей силой воздуха.

Случайные погрешности возникают вследствие множества причин, совместное воздействие которых на каждое отдельное измерение невозможно учесть или заранее установить. Такими причинами могут оказаться, к примеру, незначительные колебания температуры различных деталей и узлов установки, скачки напряжения, вибрации, турбулентные движения воздуха, трение в механизмах и т.п. Единственно возможный способ объективного учета случайных погрешностей состоит в определении их статистических закономерностей, проявляющихся в результатах многократных измерений.

5.5.2. Характеристики случайной погрешности

Основным типом погрешностей, изучению которых посвящено последующее изложение, являются случайные погрешности. Они поддаются строгому математическому описанию, что позволяет делать выводы о качестве измерений, в которых они присутствуют.

Случайная величина x полностью задается *плотностью распределения* (см. рис. 3.4).

Среднее значение $\overline{x}$ измеряемой величины x указывает центр распределения, около которого группируются результаты отдельных измерений:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\,. \tag{5.30}$$

Дисперсию вводят как средний квадрат отклонения отдельных результатов от среднего значения случайной величины:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \frac{n}{n-1}\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)\,. \tag{5.31}$$

Коэффициент $n - 1$ появляется, поскольку в связи с конечным количеством экспериментов вычисленное среднее значение $\overline{x}$ отличается от предельного (получаемого при $n\to\infty$), и такая поправка дает возможность получить несмещенную оценку для дисперсии.

Среднее квадратичное отклонение, называемое также *стандартным*, определяют как квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \sqrt{\frac{n}{n-1}\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)}\,. \tag{5.32}$$

Эта величина характеризует разброс результатов отдельных измерений вокруг среднего значения, получаемого после обработки всех данных многократного измерения. Конечно, точные значения σ и $\bar{x}$ являются предельными величинами, так как могут быть получены лишь тогда, когда полное количество проведенных измерений достаточно велико, в пределе при $n \to \infty$. При конечных n правильнее использовать термин *экспериментальная оценка*, который в равной мере относится и к среднему значению, и к дисперсии.

При обработке данных измерений в науке и технике обычно предполагают нормальный закон распределения случайных погрешностей измерений. Оно всегда проявляется, когда суммарная погрешность есть результат неучтенного совместного воздействия множества причин, каждая из которых дает *малый* вклад в погрешность.

Соответствующее функциональное выражение для распределения задает формула Гаусса (3.22):

$$y(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ \mathrm{e}^{-(x_i - \bar{x})^2/2\sigma^2}. \tag{5.33}$$

Свойства нормально распределенной случайной величины x:

1) $x \in (-\infty; +\infty)$;

2) $y(x)$ является непрерывной функцией;

3) центр распределения случайной величины одновременно является центром симметрии;

4) малые отклонения встречаются чаще больших, другими словами, реализуются с большей вероятностью.

Вероятность того, что результат измерения попадет в интервал $[x_1; x_2]$, может быть выражена так:

$$p(x_1 \le x \le x_2) = \int_{x_1}^{x_2} y(x)\,\mathrm{d}x\ . \tag{5.34}$$

В скобках после p указано событие, для которого вычислена вероятность. При увеличении границ промежутка в обе стороны до бесконечности интеграл от функции распределения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(x)\,\mathrm{d}x = 1\ ,$$

т.е. попадание результата измерения в диапазон $x \in (-\infty;\ +\infty)$ является достоверным событием.

Пусть Δx – произвольное отклонение от средней величины $\bar{x}$. Введем ε – величину отношения полуширины интервала Δx к среднему квадратичному отклонению σ:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\sigma}. \tag{5.35}$$

В табл. 5.6 указана вероятность α:

$$\alpha = p\ \left(\bar{x} - \varepsilon\sigma \le\ x\ \le\ \bar{x} + \varepsilon\sigma\right). \tag{5.36}$$

Таблица 5.6

Нормальное распределение: доверительные интервалы $\left(\bar{x} - \varepsilon\sigma \le\ x\ \le\ \bar{x} + \varepsilon\sigma\right)$ для доверительной вероятности α (в долях ε)

α	0,68	0,90	0,95	0,990	0,997	0,999
ε	1,0	1,65	2,0	2,6	3,0	3,3

Видно, что результат измерения с вероятностью около 68 % попадет в интервал $\left(\bar{x} - \varepsilon\sigma \le\ x\ \le\ \bar{x} + \varepsilon\sigma\right)$, т.е. примерно каждое третье измерение даст результат за пределами этого интервала. За пределами интервала $\left(\bar{x} - 2\sigma,\ \bar{x} + 2\sigma\right)$ окажется 5 % результатов, а для интервала $\left(\bar{x} - 3\sigma,\ \bar{x} + 3\sigma\right)$ – только один из трехсот. Значит, интервал

$(\bar{x} - 3\sigma,\ \bar{x} + 3\sigma)$ является почти достоверным, так как подавляющее большинство отдельных результатов многократного измерения случайной величины окажется сосредоточенным именно в нем.

При обработке результатов эксперимента часто используется «правило 3σ», или правило «трех стандартов», которое основано на указанном свойстве нормального распределения. С учетом проведенного выше анализа можно установить наличие промаха в результате отдельного измерения, а значит, *отбросить его*, если результат измерения более чем на 3σ отличается от измеренного среднего значения случайной величины.

В то же время стоит более тщательно повторить измерения в этой области параметров – возможно, данный результат измерения не является промахом, а свидетельствует о наличии необычного поведения изучаемой системы, которое не укладывается в рамки существующей модели, т.е. речь идет об открытии нового качественного состояния (например, линии резонансного поглощения в спектре).

5.5.3. Коэффициент Стьюдента

Случайные погрешности, как уже было отмечено, проявляются в разбросе результатов отдельных измерений постоянной величины. С увеличением количества измерений n оценка значения величины σ практически перестает зависеть от n, то есть уменьшается неточность при оценивании погрешности отдельного измерения. С ростом n также стабилизируется оценка $\bar{x}$. Следовательно, должна уменьшаться погрешность окончательного результата многократного измерения, за который принимают среднее значение $\bar{x}$.

Связь среднего квадратичного отклонения $\sigma_{\bar{x}}$ окончательного результата (другими словами, погрешности определения среднего значения) и среднего квадратичного отклонения σ отдельного измерения задает соотношение

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n\left(n-1\right)}}. \qquad (5.37)$$

Видно, что с увеличением числа измерений погрешность окончательного результата уменьшается. Однако повышение точности никогда не дается бесплатно. Так, чтобы узнать дополнительную цифру в $\bar{x}$, т.е. повысить точность в 10 раз, количество измерений необходимо увеличить в 100 раз! Следует также учесть, что в конечную погрешность вносит свой вклад приборная (систематическая) погрешность, и с какого-то момента увеличение числа измерений становится неэффективным.

Пусть как результаты отдельных измерений x_i, так и среднее значение распределены нормально. По аналогии с отдельным измерением для оценки погрешности окончательного результата многократного измерения примем величину Δx, задающую симметричный относительно интервал значений от $-\Delta x$ до $+\Delta x$, называемый *доверительным интервалом*.

Вероятность найти значение измеряемой величины в указанном интервале носит название *доверительной вероятности* α:

$$\alpha = p\ \left(\bar{x} - \varepsilon\sigma \le \ x \ \le \bar{x} + \varepsilon\sigma\right). \qquad (5.38)$$

Для него в табл. 5.6 приведены доверительные вероятности для доверительных интервалов, размеры которых выражены в долях среднего квадратичного отклонения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\sigma_{\text{табл}}}. \qquad (5.39)$$

Если понятие доверительного интервала использовать применительно к отдельному измерению, то под $\sigma_{\text{табл}}$ следует понимать среднее квадратичное отклонение σ результата этого отдельного измерения. Если же отнести доверительный интервал к многократному измерению, то под $\sigma_{\text{табл}}$ необходимо подразумевать среднее квадратичное отклонение окончательного результата $\bar{x}$ многократного измерения, т.е. $\sigma_{\bar{x}}$. С помощью указанной таблицы случайную погрешность окончательного результата можно найти, воспользовавшись записью

$$(\Delta x)_{\text{случ}} = \varepsilon \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \varepsilon \cdot \sigma_{\bar{x}} \ , \tag{5.40}$$

где величину ε берут из таблицы для заданного значения доверительной вероятности.

При обработке результатов лабораторных работ рекомендуется применять доверительную вероятность α = 0,68, поэтому нет нужды использовать ее в записи $\bar{x} \pm \Delta x$.

В эксперименте значение $\sigma_{\bar{x}}$ оценивают исходя из конечного числа результатов отдельных измерений, количество которых обычно не превышает 5–10. Поэтому точность оценивания $\sigma_{\bar{x}}$ невелика. Это вносит дополнительную неопределенность в окончательный результат многократного измерения. Чтобы ее учесть, следует расширить границы доверительного интервала, заданного выше для точно известной величины $\sigma_{\bar{x}}$. Понятно, что меньшему количеству отдельных измерений должен сопоставляться более широкий доверительный интервал. Поэтому для $(\Delta x)_{\text{случ}}$ необходимо использовать другое выражение:

$$(\Delta x)_{\text{случ}} = t(\alpha,\ n) \cdot \sigma_{\bar{x}} \ , \tag{5.41}$$

где $t(\alpha,\ n)$ – коэффициенты, зависящие от полного количества измерений n и заданного значения доверительной вероятности α. Величины $t(\alpha,\ n)$ носят название коэффициентов Стьюдента. Они вычислены в статистике для различных значений α и n – их можно найти в табл. 5.7.

В таблице значение коэффициента расположено на пересечении строки с количеством отдельных измерений n и столбца с выбранным значением доверительной вероятности α. Изучив таблицу, несложно заметить, что при увеличении количества измерений коэффициенты практически совпадают с использованными выше величинами ε для того же значения доверительной вероятности α. Это является следствием перехода от оценок параметров нормального распределения к их точному заданию, что реализуется только при очень большом количестве выполненных измерений.

Таблица 5.7

Коэффициенты Стьюдента $t(\alpha,\ n)$ для доверительной вероятности α (*n* – количество измерений)

n	α			
	0,68	0,95	0,99	0,999
2	2,0	12,7	63,7	636,6
3	1,4	4,3	9,9	31,6
4	1,3	3,2	5,8	12,9
5	1,2	2,8	4,6	8,6
6	1,2	2,6	4,0	6,9
7	1,1	2,4	3,7	6,0
8	1,1	2,4	3,5	5,4
9	1,1	2,3	3,4	5,0
10	1,1	2,3	3,3	4,8
15	1,1	2,1	3,0	4,1
20	1,1	2,1	2,9	3,9
30	1,1	2,0	2,8	3,7
50	1,1	2,0	2,7	3,5
100	1,0	2,0	2,6	3,4

5.5.4. Суммарная погрешность измерений

Помимо случайной погрешности при использовании в эксперименте каких-либо измерительных приборов необходимо учитывать *приборную (систематическую) погрешность*. В паспорте прибора принято указывать предел допустимой погрешности θ, означающий максимально возможную погрешность при рекомендованных условиях работы прибора. Если бы приборная погрешность была распределена по нормальному закону, то из такого определения θ следовало бы, что распределение характеризуется средним квадратичным отклонением: $\sigma_{\text{приб}} = \theta/3$.

Для электроизмерительных стрелочных приборов принято указывать *класс точности*, записываемый в виде числа, например, 0,05 или 4,0. Это число дает максимально возможную погрешность прибора, выраженную в *процентах* от наибольшего значения величины, измеряемой в данном диапазоне работы прибора. Так, для вольтметра, работающего в диапазоне измерений 0–30 В, класс точности 1,0 определяет, что указанная погрешность при положении стрелки в любом месте шкалы не превышает 0,3 В. Соответственно, среднее квадратичное отклонение $\sigma_{\text{приб}}$ составляет 0,1 В.

Реальная погрешность прибора существенно зависит от условий окружающей среды, где установлен прибор. Например, погрешность электроизмерительных приборов зависит от температуры помещения и отличается от паспортной погрешности, которая обычно приводится для 20°С. Другой причиной погрешностей может быть электромагнитное излучение другого лабораторного оборудования, вибрация установки и т.д. При планировании эксперимента для повышения точности измерений может возникнуть необходимость в учете этих факторов.

Обычно цена наименьшего деления шкалы стрелочного прибора согласована с погрешностью самого прибора. Если класс точности используемого прибора неизвестен, за погрешность $\sigma_{\text{приб}}$ всегда принимают *половину* цены его наименьшего деления. Понятно, что при считывании показаний со шкалы нецелесообразно стараться определить доли деления, так как результат измерения от этого не станет точнее.

Предел допустимой погрешности цифрового измерительного прибора рассчитывают по паспортным данным, содержащим формулу для расчета погрешности именно данного прибора. При отсутствии паспорта за оценку погрешности $\sigma_{\text{приб}}$ принимают единицу наименьшего разряда цифрового индикатора.

Окончательный результат многократного измерения содержит в себе как случайную, так и приборную (систематическую) погрешности. Поскольку случайная погрешность уменьшается с увеличением количества измерений, целесообразно *сделать такое количество измерений*, чтобы

$$\left(\Delta x\right)_{\text{случ}} << \theta, \tag{5.42}$$

т.е. чтобы случайной погрешностью можно было пренебречь по сравнению с приборной погрешностью. На практике достаточно, чтобы случайная погрешность была в 2–3 раза меньше систематической. В любом случае надо сделать 2–3 измерения, чтобы убедиться в том, что случайная погрешность действительно мала.

Если приборная и случайная погрешности близки по значению, то суммарная погрешность

$$\Delta x = \sqrt{\left(\Delta x_{\text{случ}}\right)^2 + \left(\sigma_{\text{приб}}\right)^2}. \tag{5.43}$$

Поскольку случайную погрешность обычно оценивают с доверительной вероятностью 0,68, а θ – оценка максимальной погрешности прибора, то можно считать, что выражение задает доверительный интервал также с вероятностью, не меньшей 0,68.

При выполнении однократного измерения оценкой погрешности результата служит $\Delta x = \theta/3$, учитывающая только предельно допустимую приборную погрешность.

5.5.5. Погрешности косвенных измерений

Пусть исследуемую величину s определяют по результатам прямых измерений других независимых физических величин, например, x, y, z, с которыми она связана заранее установленным функциональным математическим соотношением

$$s = f\left(x, y, z\right). \tag{5.44}$$

Также известны окончательные результаты прямых измерений $\overline{x} \pm \Delta x$, $\overline{y} \pm \Delta y$, $\overline{z} \pm \Delta z$. Предполагается, что величины x, y, z являются случайными и к ним применимо нормальное распределение.

Тогда для среднего значения

$$\overline{s} = f\left(\overline{x},\, \overline{y},\, \overline{z}\right). \tag{5.45}$$

Для погрешности

$$\Delta s = \sqrt{\left(f_x'\right)^2 \Delta x^2 + \left(f_y'\right)^2 \Delta y^2 + \left(f_z'\right)^2 \Delta z^2}, \tag{5.46}$$

где f_x', f_y', f_z' – частные производные в точке $(\overline{x}_x,\, \overline{y},\, \overline{z})$.

Следует помнить, что при непосредственных расчетах в формулу необходимо подставлять погрешности Δx, Δy, Δz, найденные для одного и того же значения доверительной вероятности. Погрешность косвенного измерения $\overline{s}$ также будет соответствовать этому значению доверительной вероятности. Рекомендуется использовать значение вероятности $\alpha = 0{,}68$.

Сравнение между собой величин $f_x'\Delta x$, $f_y'\Delta y$, $f_z'\Delta z$ дает возможность выделить «критический» фактор, процесс измерения которого дает наибольший вклад в погрешность. Если, например, величина $f_x'\Delta x$ больше остальных более чем в 2–3 раза, то их вкладом в погрешность Δs можно пренебречь. Для повышения точности измерения величины s в первую очередь надо повышать точность измерения «критического» фактора.

Для наиболее распространенных зависимостей в табл. 5.8 приведены формулы для расчета погрешности.

Таблица 5.8

Связь погрешностей прямых и косвенных измерений

Рабочая зависимость	Формула погрешности
$s = A \cdot x \pm B \cdot y \pm C \cdot z$	$\Delta s = \sqrt{\left(A \cdot \Delta x\right)^2 + \left(B \cdot \Delta y\right)^2 + \left(C \cdot \Delta z\right)^2}$
$s = Ax^{\pm\alpha} y^{\pm\beta} z^{\pm\gamma}$	$\delta s = \sqrt{\left(\alpha \cdot \delta x\right)^2 + \left(\beta \cdot \delta y\right)^2 + \left(\gamma \cdot \delta z\right)^2}$
$s = \ln x$	$\Delta s = \Delta x / x$
$s = e^x$	$\delta s = \Delta x$
$s = A \cdot \sin\varphi$	$\Delta s = A \cdot \cos\varphi \cdot \Delta\varphi$

В таблице приняты следующие обозначения: Δ – для абсолютной погрешности, δ – для относительной погрешности, A, B, C, α, β, γ – постоянные, x, y, z, φ – результаты прямых измерений, s – результат косвенного измерения.

Одной из типичных ошибок планирования эксперимента является косвенное измерение величины s через разность измеряемых напрямую величин A и B, если их абсолютные значения много больше значения величины s (например, поиск толщины стенки трубы через измерение ее внешнего и внутреннего радиусов). При этом погрешность Δs будет того же порядка или может даже превосходить значение искомой величины s. Аналогично – деление друг на друга больших величин или степень с маленьким основанием и большим показателем. Во всех этих случаях необходимо искать альтернативные пути.

5.5.6. Учет погрешности окончательного результата измерения

Завершением обработки данных многократного прямого измерения при заданной доверительной вероятности являются два числа: среднее значение измеренной величины и его погрешность (полуширина доверительного интервала). Оба числа есть окончательный результат многократного измерения, и должны быть совместно записаны в *стандартной форме*:

$$x = \overline{x} \pm \Delta x\,, \tag{5.47}$$

которая содержит только *достоверные*, т.е. надежно измеренные цифры этих чисел.

Порядок выполнения округления

1. Выполнить предварительную запись окончательного результата измерения в виде $x = \overline{x} \pm \Delta x$ и вынести за общую скобку одинаковые порядки среднего и погрешности, т.е. множитель вида 10^k, где k – целое число. Числа в скобках переписать в десятичном виде с использованием запятой, убрав тем самым оставшиеся порядковые множители.

2. Округлить в скобках число, соответствующее погрешности: до одной значащей (ненулевой) цифры слева, если эта цифра больше

2, или до двух первых цифр в противном случае. При округлении используют правило: если цифра, расположенная за оставляемой, меньше 5, то ее просто отбрасывают, иначе оставляемую цифру увеличивают на единицу. Если же отбрасываемая цифра равна 5, то наименьшая ошибка достигается при округлении по правилу Гаусса до ближайшего четного числа. К примеру, 4,5 округляют до 4, в то время как 3,5 также округляют до 4.

3. Округлить в скобках число, соответствующее среднему значению: последними справа оставляют цифры тех разрядов, которые сохранились в погрешности после ее округления.

Окончательно записать $x = \overline{x} \pm \Delta x$ с учетом выполненных округлений. Общий порядок и единицы измерения величины приводят за скобками – получена стандартная форма записи.

5.6. Метрологическое обеспечение эксперимента

Метрология – это наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. *Измерения* – процесс нахождения какой-либо физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Это процесс сравнения величины искомой с известной величиной, принятой за единицу (эталон). Измерения бывают статическими, когда измеряемая величина не изменяется во времени, и динамическими. Измерения подразделяют на прямые и косвенные. При прямых – искомую величину устанавливают непосредственно из опытов. При косвенных – функционально от других величин, определяемых прямыми измерениями (например, плотность тела – через массу и объем).

Различают абсолютные и относительные измерения. Абсолютные – это прямые измерения в единицах измеряемой величины. Относительные – измерения, представленные отношением измеряемой величины к одноименной величине, принимаемой за сравниваемую.

Различают три класса измерений: особоточные, высокоточные и технические. Измерения являются основной составляющей частью любого эксперимента. От их тщательности зависит результат эксперимента. Поэтому каждый исследователь должен знать закономерности измеряемых процессов, уметь правильно измерять изучаемые величины, оценить погрешности при измерениях, правильно, с требуемой точностью, вычислить значения величин и их потребно минимальное количество, определить наилучшие условия измерений, при которых ошибки будут наименьшими и провести общий анализ результатов измерений.

Точность измерений – это степень приближения измерения к действительному значению измеряемой величины.

Погрешность измерения – это алгебраическая разность между действительным значением и значением, полученным при измерении.

Потребное минимальное количество измерений – это такое количество, которое обеспечивает устойчивое среднее значение измеряемой величины, удовлетворяемое заданной степенью точности. Чтобы повысить точность и достоверность измерений, необходимо уменьшить погрешность. Погрешности при измерениях возникают вследствие ряда причин: несовершенства методов и средств измерений; недостаточно тщательного проведения опытов; влияния различных внешних факторов в процессе опытов, субъективных особенностей экспериментатора и т.д.

Погрешности могут быть систематическими и случайными. *Систематические* – это погрешности, которые при повторных опытах остаются постоянными; если численные значения их известны, их можно учесть во время повторения опытов. *Случайные* – возникают чисто случайно при повторном измерении. Их нельзя учесть и исключить. Однако при многократных повторных измерениях с помощью статических методов можно выявить и исключить.

Систематические погрешности делятся на пять групп:

1. Инструментальные (из-за износа инструмента, из-за неточности градуировочной шкалы и т.д.).

2. Неправильная установка средств измерений.

3. Влияние внешней среды: магнитные и электрические поля, вибрация, влажность и т.д.

4. Субъективные.

5. Методические (обоснованные выбором метода измерения).

От погрешности 1, 2, 3 и 5-й групп можно избавиться еще до начала измерений.

Теория случайных ошибок считает, что при большом числе измерений случайные погрешности одинаковые величины, но разного знака встречаются одинаково часто; что большие погрешности встречаются реже, чем малые; что при большом числе измерений истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов измерений; что появление этого или иного результата измерения как случайного события описывается нормальным законом распределения, если количество измерений больше 30 и числом Стьюдента, если количество измерений меньше 30.

Обычно считают, что при числе измерений больше 30 среднее значение данной совокупности измерений приближается к его истинному значению.

Теория случайных ошибок позволяет решить две задачи:

- оценить точность и надежность измерений при данном количестве замеров;
- определить минимальное количество замеров, гарантирующее заданную точность.

Средства измерений – это совокупность технических средств, используемых при измерении и имеющих нормированные метрологические характеристики. Они являются неотъемлемой частью эксперимента и дают всю необходимую информацию. К средствам измерений относят измерительные инструменты, приборы и установки. Измерительные средства делят на образцовые и технические.

Образцовые являются эталонами и предназначены для проверки технических (рабочих) средств. Они не обязательно точнее рабочих, но должны иметь большую стабильность и надежность в воспроизведении измерений. Образцовые средства не применяют для рабочих измерений.

По характеру участия в процессе измерения все средства можно разделить на меры, измерительные преобразователи, измерительные приборы, измерительные системы.

Мера – средство измерений, предназначенное для воспроизведения физической величины данного размера. Они бывают однозначные, многозначные и наборы мер.

Однозначные меры – размер плитки, конденсаторы постоянной емкости и т.д. Многозначные – конденсатор переменной емкости, проволочный реохорд и т.д. Наборы состоят из однозначных мер.

Измерительный преобразователь – это средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации, удобной для передачи обработки и хранения, но не поддающееся непосредственно восприятию наблюдения.

К измерительным преобразователям относят датчики (термопары), тензорезисторы, усилители и др.

Измерительный прибор – средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме доступной для непосредственного восприятия наблюдателя.

По способу отсчета значений измерений величины приборы делят на показывающие и регистрирующие. Показывающие – на аналоговые и цифровые. Регистрирующие – на самопишущие и печатные. Самопишущие выдают графики измерений, печатные – последовательность цифр на ленте.

Измерительные приборы характеризуются величинами погрешности, точности, стабильности измерений.

Погрешность – одна из важных характеристик прибора. Различают абсолютную и относительную погрешность.

Абсолютная: $b = \pm\left(x_{и} - x_{д}\right)$;

Относительная: $a = \pm\left(x_{и} - x_{д}\right)\Big/x_{д} \cdot 100~\%$,

где $x_{и}$ – показания прибора (номинальное значение измерительной величины); $x_{д}$– действительное значение измеряемой величины, полученное более точным методом.

Точность – основная характеристика прибора характеризуется суммарной (основной погрешностью). В зависимости от допускаемой погрешности приборы делят на классы. Часто класс точности обозначают допускаемой погрешностью в процентах (1–2 и т.д.).

Стабильность – свойство отчетного устройства прибора обеспечивать постоянство показаний и этой же величины. Стабильность определяется вариацией показаний.

Средства измерений проверяются каждые 1–2 года.

Измерительно-информационные системы – совокупность технических средств в блочно-модульном исполнении, объединенных общим алгоритмом функционирования, обладающих нормированными метрологическими характеристиками и предназначенных для получения измерительной информации непосредственно от объекта, ее преобразования, передачи, хранения, обработки и выдачи в виде, удобном для восприятия оператором, и ввода в систему автоматического управления.

Вопросы для самоконтроля

1.Что такое эксперимент в исследовательской деятельности?

2. Какие этапы необходимо реализовать для проведения эксперимента?

3. Какие эксперименты находят частое применение в области машиностроения?

4. Что такое поисковый, лабораторный, натурный, простой, сложный, вещественный, модельный эксперименты?

5. В чем заключается принципиальное отличие однофакторного эксперимента от многофакторного?

6. Что такое технологический эксперимент?

7. Что должен включать в себя план эксперимента?

8. Каким статистическим требованиям должны отвечать результаты экспериментальных исследований?

9. В чем сущность планирования эксперимента? Поясните разницу между активным и пассивным экспериментом.

10. Какие задачи решает теория планирования эксперимента?

11. Как выбрать уровни варьирования факторов?

12. Что такое полный факторный эксперимент?

13. В чем сущность дробного факторного эксперимента, и какие математические модели он позволяет исследовать?

14. Какую область описывает уравнение регрессии, полученное с помощью дробного факторного эксперимента, и в каких границах его можно использовать?

15. Что такое взаимодействие факторов и сколько их может быть в дробном факторном эксперименте?

16. В чем сущность и цели стандартизации масштаба факторов?

17. Как составляется и какими свойствами обладает матрица планирования дробного факторного эксперимента?

18.Какие процессы называются подобными, чем они отличаются от аналогичных процессов?

19.Каково содержание трех теорем подобия?

20.Какой физический смысл имеют числа Ньютона, Нуссельта, Пекле?

21.Виды и структура движения теплоносителя, числа Рейнольдса, Грасгофа, их физический смысл.

22.Каков смысл чисел Фруда, Эйлера, Прандтля?

23. Виды погрешностей измерений.

24. Оценка погрешностей при конечном числе измерений, коэффициент Стьюдента.

25. Определение суммарной погрешности измерений.

26. Погрешности косвенных измерений.

27. Что включает метрологическое обеспечение эксперимента?

28. Измерительные характеристики приборов: погрешность, точность, стабильность.

6. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НИР

Результаты научного исследования могут быть представлены в следующих формах:

- *в устной*: лекции, доклады, сообщения;
- *в письменной*: статьи, тезисы, рефераты, отчеты, пояснительные записки, заявки на объекты интеллектуальной собственности.

Из всех вышеперечисленных форм первостепенное значение имеют:

- статьи в изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (ВАК) Минобрнауки РФ, зарегистрированных в международных наукометрических базах данных Web of Science, Scopus, Web of Knowledge и др.;
- статьи в сборниках научных трудов;
- доклады и тезисы, публикуемые в сборниках материалов научно-технических конференций различного ранга;
- заявки на патент или полезную модель.

6.1. Научные статьи

Обычно *статьи* посвящаются изложению результатов теоретических, теоретико-экспериментальных, экспериментальных исследований в той или иной области знаний, например в области технических наук.

Алгоритм подготовки научной статьи, как правило, включает в себя следующие составляющие и последовательность действий:

1) шифр универсальной десятичной классификации (УДК);
2) автор или авторы статьи;
3) заглавие статьи;
4) аннотация статьи;
5) введение;
6) основное содержание;
7) заключение (выводы);
8) список литературы (библиографический список).

Следует отметить, что такой алгоритм приемлем и для всех других способов оформления результатов научного исследования, кроме заявки на объект интеллектуальной собственности (патент, полезная модель). Отличия заключаются в объеме материала и формах его изложения.

Шифр универсальной десятичной классификации (*УДК*) – это идентификатор статьи. По этому шифру можно узнать, к какой области знания относится статья. Более подробную информацию о правилах формирования УДК можно получить в научно-технической библиотеке, опираясь на использование УДК 6/621 «Прикладные науки. Технология. Инженерное дело».

Заглавие статьи должно точно определять ее содержание и по возможности быть кратким. В заглавии обязательно должны присутствовать одно-два ключевых слова, которые определяют область, к которой относится содержание статьи. Примеры названий статей:

- Повышение точности сборки зубчатых колес.
- Новые смазочно-охлаждающие технологические средства в процессах механической обработки.
- Точность формы эвольвентных боковых поверхностей зуба, обеспечиваемая электроэрозионным вырезанием на станках с ЧПУ.
- Повышение эффективности круглого наружного шлифования путем осевой осцилляции заготовок.
- Управление процессом круглого наружного врезного шлифования по интенсивности звукового излучения.
- Технологическая эффективность торцового шлифования композиционными шлифовальными кругами.
- Расчет остаточных напряжений в многослойных покрытиях.

Аннотация – это предельно краткое изложение сути решаемых в рамках статьи задач.

Примеры аннотаций:

- Приведены результаты экспериментальных исследований процесса разрезания заготовок из неметаллических материалов алмазными отрезными кругами с наружной и внутренней режущей кромкой с использованием гидро- и пневмостабилизирующих устройств, а также пассивной контактной стабилизации.

• Рассмотрены основные закономерности процесса стружкообразования при резании металлов и, в частности, влияние условий резания на тип стружки.

• Для практической реализации предложены два запатентованных технологических приема электроэрозионной обработки сложнопрофильных изделий повышенной точности проволочным электродом-инструментом на вырезных станках с ЧПУ.

Введение должно включать в себя:

а) актуальность проблемы (чем интересна; значение для народного хозяйства);

б) обзор современного состояния проблемы (что уже известно и что предстоит решить);

в) постановка задачи исследования и цели публикуемой научной статьи. Если сложно объяснить все исходные материалы, то делаются ссылки на ранее опубликованные работы.

Основное содержание статьи должно включать новые результаты, положения, доказательства, полученные в результате научного исследования. Основное содержание, как правило, делят на две части:

1) методика эксперимента (если она оригинальная);

2) результат эксперимента.

В ряде случаев основное содержание делят на три части:

1) теоретический анализ;

2) экспериментальные данные;

3) технико-экономическое обоснование эффективности использования результатов научного исследования.

В основном содержании приветствуется наличие рисунков, схем, графиков, таблиц, формул и т.п.

Заключение – это итог исследования. В заключении проводится краткий анализ полученных результатов, сопоставление их с результатами других аналогичных исследований, выводы о достижении поставленной цели, эффективность практического использования.

Примеры заключений к научным статьям:

- Таким образом, предложенная методика оценки устойчивости режимов точения, когда динамическая характеристика резания является не вполне определенной, не противоречит известным методам оценки устойчивости и может быть рекомендована для практического применения.

- Реализация в производстве предлагаемого метода определения точности детали до ее изготовления будет экономически особенно выгодной при производстве прецизионных деталей из дорогостоящих материалов, когда недопустим брак.

Список литературы (библиографический список) – это список источников, на которые опирался автор статьи (как собственные, раннее опубликованные, так и публикации сторонних исследователей по тематике научного исследования).

6.2. Доклады и тезисы докладов

Алгоритм или план *доклада* совпадает с алгоритмом подготовки научной статьи, но с учетом того, что при докладе материал излагается не в письменной, а в устной форме, существуют некоторые особенности.

Неотъемлемой частью доклада являются демонстрационные материалы (плакаты, слайды и пр.), которые содержат математические выводы, схемы, рисунки, графики, таблицы и пр. Качественно подготовленный иллюстративный материал – это хорошая помощь самому докладчику (не нужно вспоминать, о чем следует говорить).

Перед выступлением целесообразно прорепетировать доклад перед товарищами или перед зеркалом. Хорошо сделанный доклад – это половина успеха в представлении научной работы, например при защите выпускной квалификационной работы.

Доклад, если речь идет о выступлении на конференции, может быть опубликован полностью или только тезисы доклада в сборнике материалов конференции. Структура тезисов предполагает те же пункты, что и структура статьи, за исключением пункта – аннотация.

6.3. Виды объектов интеллектуальной собственности

В качестве объекта интеллектуальной собственности могут выступать, например, новый технологический способ обработки изделия, новая (усовершенствованная) конструкция какого-либо средства технологического оснащения.

Подтверждением права владения объектом интеллектуальной собственности является официальный государственный документ – патент, который в России выдается Федеральным институтом промышленной собственности.

Для возможного получения патента на объект интеллектуальной собственности необходимо подготовить комплект документов, одним из которых является *заявка на изобретение* (нового способа или устройства) или на *полезную модель*.

В качестве изобретения охраняется техническое решение в любой области, относящееся к продукту (в частности, устройству, веществу, штамму микроорганизма, культуре клеток растений или животных) или способу (процессу осуществления действий над материальным объектом с помощью материальных средств). Изобретению предоставляется правовая охрана, если оно является новым, имеет изобретательский уровень и промышленно применимо.

Охрана изобретений осуществляется в соответствии с Патентным законом Российской Федерации от 23 сентября 1992 г. № 3517-I.

В качестве полезной модели охраняется техническое решение, относящееся к устройству. Полезная модель признаётся соответствующей условиям патентоспособности, если она является новой и промышленно применимой.

В качестве промышленного образца охраняется художественно-конструкторское решение изделия промышленного или кустарно-ремесленного производства, определяющее его внешний вид. Промышленному образцу предоставляется правовая охрана, если он является новым и оригинальным. К существенным признакам промышленного образца относятся признаки, определяющие эстетические и (или) эргономические особенности внешнего вида изделия, в частности форма, конфигурация, орнамент и сочетание цветов.

Отношения, касающиеся использования *товарных знаков* на территории Российской Федерации, регулируются Законом Российской Федерации от 23 сентября 1992 г. № 3520-I «О товарных знаках, знаках обслуживания и наименованиях мест происхождения товаров». Настоящим Законом регулируются отношения, возникающие в связи с правовой охраной и использованием товарных знаков, знаков обслуживания и наименований мест происхождения товаров. *Товарный знак и знак обслуживания* – обозначения, служащие для индивидуализации товаров, выполняемых работ или оказываемых услуг.

В качестве товарных знаков могут быть зарегистрированы словесные, изобразительные, объёмные и другие обозначения или их комбинации.

С 1991 г. в РФ регистрируются компьютерные программы и базы данных. При этом под программой для ЭВМ как объектом авторского права понимается объективная форма представления совокупности данных и команд, предназначенных для функционирования ЭВМ и других компьютерных устройств с целью получения определенного результата, включая подготовительные материалы, полученные в ходе разработки программы, и порождаемые ею аудиовизуальные отображения.

Под базой данных принято понимать объективную форму представления и организации совокупности данных (статей, расчетов и так далее), систематизированных таким образом, чтобы эти данные могли быть найдены и обработаны с помощью компьютера.

6.4. Проведение патентных исследований

Патентные исследования проводятся в соответствии с действующим ГОСТ Р 15.011–96. «Патентные исследования. Содержание и порядок проведения», согласно которому под патентными исследованиями понимаются исследования технического уровня и тенденций развития объектов техники, их патентоспособности и патентной чистоты на основе патентной и другой научно-технической информации. Иными словами, прежде чем оформить заявку на изобретение, автор должен выяснить, проведя обзор научно-технической литературы, патентов и т.д., не предложил ли кто-нибудь до него подобное решение.

При выполнении научно-исследовательских работ патентные исследования проводятся исполнителями работ при научно-методическом руководстве патентного подразделения научно-исследовательской организации.

Работы по патентным исследованиям проводят в такой последовательности:

- разрабатывают регламент поиска; ведут поиск и отбирают патентную и другую научно-техническую документацию;
- систематизируют и проводят анализ отобранной документации;
- обобщают результаты и составляют отчёт.

Регламент поиска предусматривает: определение предмета поиска (объект в целом, его составные части или элементы); определение стран (фирм) поиска информации; определение видов информационных источников; классификацию предметов поиска; определение необходимой ретроспективности (глубины) поиска по странам и источникам информации; установление местонахождения основных источников информации; определение методов поиска.

Методы поиска документации определяются патентным подразделением организации.

Выявленные в процессе поиска документы вносят в справку о поиске, содержание которой представляет собой исходный материал для проведения *анализа*. По результатам анализа отобранных документов составляют *отчёт о патентных исследованиях*, который является одновременно рабочим и отчётным документом о проведённых исследованиях.

Проведение организациями и предприятиями патентных исследований в значительной мере упрощает и облегчает выявление изобретений в разработках. В частности, раздел второй отчёта о патентных исследованиях, составляемый на всех этапах исследований и характеризующий технический уровень, содержит информацию, необходимую для обоснования изобретательского уровня технического решения, заявляемого в качестве изобретения.

Вывод о том, обладает ли разработанное техническое решение преимуществами перед известными, вытекает из сопоставления качественных показателей разработки с характеристиками лучших отечественных и зарубежных промышленно освоенных образцов техники и базового объекта в отчёте о патентных исследованиях.

При практическом выявлении изобретений в разработке следует убедиться в наличии преимуществ, обеспечиваемых разработанным техническим решением, по сравнению с достигнутым уровнем и только после этого оформлять заявку на предполагаемое изобретение.

Проведённые патентные исследования должны:

1) отражать изученную заявителем патентную документацию (отечественные и зарубежные авторские свидетельства, патенты и т.п.), научно-техническую литературу, имеющую прямое отношение к заявленному объекту;

2) определять выбранный заявителем прототип изобретения;

3) отражать результаты сопоставления прототипа и заявленного объекта по его существенным признакам и создаваемому положительному эффекту;

4) характеризовать сущность изобретения.

6.5. Оформление заявки на предполагаемое изобретение

Единого мирового стандарта на *составление описания изобретения* не существует. В нашей стране рекомендуется *следующая последовательность*:

- название изобретения;
- область техники, к которой относится изобретение;
- преимущественная область использования;
- характеристики аналогов;
- характеристика прототипа;
- недостатки прототипа;
- цель, достигаемая изобретением;

- сущность изобретения, его отличие от прототипа;
- примеры конкретного выполнения;
- предполагаемый полезный эффект;
- формула изобретения.

При составлении заявки особое внимание следует уделять формуле изобретения, так как именно она определяет новизну изобретения и его сущность.

Начиная составлять формулу изобретения, следует помнить, что название изобретения должно дословно совпадать с начальными словами формулы изобретения. Например, название изобретения «Способ термической обработки деталей из высокопрочных коррозионностойких сталей», формула изобретения должна начинается так же.

Вся формула изобретения состоит из трёх частей, как правило, образующих одно предложение.

Часть первая называется доотличительной, т.е. предшествующей слову «отличающийся» в формуле изобретения. В ней излагается то, что было известно до описываемого изобретения, т.е. фиксируются главные черты прототипа (известного технического решения, наиболее близкого к найденному новому решению).

Часть вторая, неукоснительно начинающаяся словами «отличающееся тем, что с целью...», формулирует цель, достигаемую применением изобретения.

В третьей части формулы кратко описывается то, что отличает описываемое изобретение от прототипа, т.е. с помощью какого технического новшества достигается сформулированная во второй части цель.

Пример 6.1. Генератор для газификации сжиженного природного газа и подачи газообразного продукта потребителю, содержащий по меньшей мере два соединенных между собой газификатора высокого давления, полости которых соединены с устройствами отвода газообразного продукта и подвода к магистралям подачи газообразного продукта потребителю, *отличающийся* тем, что каждый газификатор снабжен нагревательным элементом и подключенным к нему задатчиком давления, работающим в соответствии с зависимостью давления природного газа в замкнутом объеме от температуры и степени заполнения газификатора сжиженным природным газом β.

Приведённая в примере формула изобретения однозвенная. Бывают и многозвенные формулы, в которых отдельными пунктами оговариваются различные конструктивные исполнения того или иного узла.

При составлении формулы изобретения рекомендуется отличительные признаки изобретения характеризовать наиболее общими понятиями, в противном случае при указании конкретного понятия (исполнения) автор не имеет право претендовать на всеобъёмлющую новизну. Например, если указан материал «нержавеющая сталь», то это сразу ограничивает новизну, так как другой автор может предложить в качестве конструкционного материала использовать какой-либо сплав. В этом случае целесообразней указать, что устройство или узел выполнен из материала, содержащего определённое количество углерода.

Заявка на выдачу патента должна включать следующие документы:

- заявление о выдаче авторского свидетельства или патента;
- описание изобретения с формулой изобретения;
- чертежи, схемы, акт испытаний и другие материалы, иллюстрирующие предполагаемое изобретение, если они необходимы для более полного раскрытия сущности и значительности изобретения;
- справку о творческом участии каждого из соавторов в создании изобретения; аннотацию;
- заключение о новизне технического решения (включая сведения о проведённых патентных исследованиях) с указанием возможных областей его применения в народном хозяйстве и ожидаемого технико-экономического или иного эффекта.

Материалами, иллюстрирующими изобретение, могут быть чертежи, схемы, рисунки, фотографии, графики, акты испытаний. Каждый из этих материалов должен удовлетворять определённым требованиям.

Заключение о новизне должно быть подготовлено компетентными в соответствующих областях техники специалистами и содержать полную и объективную характеристику заявляемого изобретения. Оно должно быть основано на исследовании патентной документации и другой технической информации.

В случае необходимости (например, для подтверждения эффективности изобретения) к материалам заявки прилагается *акт испытаний заявленного изобретения*, заверенный и подписанный в установленном в данной организации порядке.

В акте экспертизы приводятся сведения о возможности открытой публикации сведений об изобретении.

Следует также сказать о присвоении изобретению *класса согласно Международной патентной классификации* МПК-8. Собственно классификационные рубрики представлены в виде томов. Расширенный уровень состоит из 8 томов, каждый из которых соответствует разделу МПК:

A «Удовлетворение жизненных потребностей человека»;

B «Различные технологические процессы; транспортирование»;

C «Химия; металлургия»;

D «Текстиль; бумага»;

E «Строительство; горное дело»;

F «Механика; освещение; отопление; двигатели и насосы; оружие и боеприпасы; взрывные работы»;

G «Физика»;

H «Электричество».

Заявки на выдачу патента подаются в Федеральную службу по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам (Роспатент).

В Роспатенте по заявкам на выдачу патента проводятся:

а) проверка соблюдения требований, предъявляемых к заявке (предварительная экспертиза);

б) проверка соблюдения требований, предъявляемых к изобретению (государственная научно-техническая экспертиза изобретений).

По принятой к рассмотрению заявке заявителю выдаётся справка, значение которой состоит в том, что она удостоверяет принятие заявки и обязывает Роспатент вынести решение по её существу; помимо этого, справка, как правило, удостоверяет дату приоритета изобретения.

Государственная научно-техническая экспертиза изобретений проводится в срок, не превышающий 6 месяцев со дня поступления заявки в Роспатент. При этом у заявителя могут быть запрошены дополнительные материалы, уточняющие сущность изобретения, если без таких материалов дальнейшее рассмотрение невозможно. Для направления этих материалов заявителю предоставляется месячный срок.

По результатам рассмотрения заявки государственная научно-техническая экспертиза изобретений принимает решение о выдаче охранного документа либо об отказе в его выдаче. В решении о выдаче охранного документа приводятся формула изобретений и дата приоритета; в решении об отказе – мотивы отказа.

При несогласии заявителя с решением об отказе в выдаче патента, либо с установленной в решении о выдаче патента формулой изобретения, заявитель имеет право в двухмесячный срок со дня поступления решения или затребованных копий противопоставленных материалов подать возражение.

При принятии решения о выдаче патента Роспатент издаёт описание изобретения с приведением в нём формулы изобретения и выдаёт охранный документ.

С алгоритмом (методикой) подготовки заявки на изобретение можно ознакомиться, опираясь на методические указания, представленные в библиографическом списке, или информацию на сайте – www.fips.ru.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие формы представления результатов научного исследования вам известны?

2. Что относится к устной форме оформления результата научного исследования?

3. Что относится к письменной форме оформления результата научного исследования?

4. Что должна включать в себя научная статья?

5. Что такое шифр универсальной десятичной классификации (УДК)?

6. Какие требования предъявляются к заголовку статьи?

7. Что такое аннотация?

8. О чем должна идти речь во введении к научной статье?

9. Что должно включать в себя основное содержание научной статьи?

10. Что такое заключение статьи или монографии и каковы его составляющие?

11. Какие источники включаются в список литературы к научной статье?

12. Что включает в себя план научного доклада и тезисов доклада?

13. Что относится к объектам интеллектуальной собственности?

14. Составляющие патентных исследований.

15. Что включает заявка на изобретение?

7. ОРГАНИЗАЦИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

7.1. Подготовка научных и научно-педагогических кадров

С 2011 г. в Российской Федерации вводится двухуровневое высшее профессиональное образование:

• первый уровень – бакалавриат с нормативным сроком обучения четыре года заканчивается присвоением обучаемому квалификационной степени «бакалавр»;

• второй уровень – магистратура с нормативным сроком по два года на базе бакалавриата заканчивается присвоением обучаемому квалификационной степени «магистр»;

По некоторым специальностям, перечень которых утвержден Правительством РФ, сохраняется специалитет со сроком обучения не менее 5 лет, который заканчивается присвоением обучаемому квалификационной степени «дипломированный специалист».

В соответствии с ФГОС ВПО по направлению подготовки 151900 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» бакалавр должен решать профессиональные задачи по следующим видам *научно-исследовательской деятельности*:

• изучение научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта в области разработки, эксплуатации, реорганизации машиностроительных производств;

• участие в работах по моделированию продукции и объектов машиностроительных производств с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;

• участие в работах по диагностике состояния и динамике объектов машиностроительных производств с использованием необходимых методов и средств анализа;

• участие в разработке алгоритмического и программного обеспечения средств и систем машиностроительных производств;

- участие в проведение экспериментов по заданным методикам, обработке и анализе результатов, описании выполняемых научных исследований, подготовке данных для составления научных обзоров и публикаций;
- участие в работах по составлению научных отчетов, внедрению результатов исследований и разработок в практику машиностроительных производств.

Подготовка научно-педагогических кадров продолжается и в магистратуре, поскольку согласно Положению о магистерской подготовке (магистратуре) в системе многоуровневого высшего образования Российской Федерации, утвержденному постановлением Госкомвуза от 10 августа 1993 г., подготовка магистров ориентирована на научно-исследовательскую и научно-педагогическую деятельность.

Программа магистерской подготовки состоит из двух частей: образовательной и научно-исследовательской. К научно-исследовательской части программы предъявляются следующие требования:

- магистр должен уметь определять проблему, формулировать гипотезы и задачи исследования;
- разрабатывать план исследования;
- выбирать необходимые и наиболее оптимальные методы исследования;
- обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся научных исследований;
- вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий;
- представлять итоги научного исследования в виде отчетов, рефератов, научных статей.

В завершающем семестре магистратуры предусматривается сдача выпускных экзаменов и защита магистерской диссертации, являющейся самостоятельным научным исследованием. Результаты выпускных магистерских экзаменов могут быть засчитаны вузом в качестве результатов вступительных экзаменов в аспирантуру. Студентам, обучающимся по магистерской программе, может быть разрешена сдача экзаменов кандидатского минимума.

В аспирантуру вузов, научных учреждений или организаций на конкурсной основе принимаются лица, имеющие высшее профессиональное образование.

Поступающие в аспирантуру сдают конкурсные вступительные экзамены по специальной дисциплине, философии, иностранному языку, определяемому вузом или научной организацией и необходимому аспиранту для выполнения диссертационного исследования. Лица, сдавшие полностью или частично кандидатские экзамены, при поступлении в аспирантуру освобождаются от соответствующих вступительных экзаменов.

Приемная комиссия по результатам вступительных экзаменов принимает решение по каждому претенденту, обеспечивая зачисление на конкурсной основе лиц, наиболее подготовленных к научной и педагогической работе. Зачисление в аспирантуру производится приказом руководителя вуза (научного учреждения, организации).

Обучение в аспирантуре может осуществляться по очной форме не более трех лет, по заочной форме – до четырех лет.

За время обучения аспирант обязан: полностью выполнить индивидуальный план; сдать кандидатские экзамены по философии, иностранному языку и специальной дисциплине; завершить работу над диссертацией и представить ее на кафедру (в совет, отдел, лабораторию, сектор).

Образовательная программа подготовки аспиранта содержит следующие компоненты: образовательно-профессиональные дисциплины, факультативные дисциплины, педагогическую практику, научно-исследовательскую работу, итоговую государственную аттестацию, защиту диссертации на соискание ученой степени кандидата наук.

Научно-исследовательская часть программы подготовки аспиранта должна:

- соответствовать основной проблематике научной специальности, по которой защищается кандидатская диссертация;
- обладать актуальностью, научной новизной, практической значимостью;

• использовать современные теоретические, методические и технологические достижения отечественной и зарубежной науки и практики;

• использовать современную методику научных исследований;

• использовать современные методы обработки и интерпретации исходных данных с применением компьютерных технологий;

• содержать теоретические (методические, практические) разделы, согласованные с научными положениями, защищаемыми в кандидатской диссертации.

Каждому аспиранту утверждается тема диссертации и назначается научный руководитель из числа докторов наук или профессоров. В отдельных случаях по решению ученого совета вуза или научно-технического совета научного учреждения, организации научным руководителем может быть назначен кандидат наук, как правило, имеющий ученое звание доцента (старшего научного сотрудника).

Аспиранты, обучающиеся в очной аспирантуре за счет средств бюджета, обеспечиваются государственной стипендией. Иногородним предоставляется общежитие. Аспиранты очного обучения ежегодно пользуются каникулами продолжительностью два месяца. Аспиранты, обучающиеся по заочной форме, имеют право на ежегодные дополнительные отпуска по месту работы продолжительностью 30 календарных дней с сохранением среднего заработка, а также на один свободный от работы день в неделю с оплатой его в размере 50 % получаемой зарплаты.

Аспиранты бесплатно пользуются оборудованием, лабораториями, учебно-методическими кабинетами, библиотеками, а также имеют право на командировки.

Специалисты могут сдать кандидатские экзамены и подготовить диссертацию вне аспирантуры на правах соискателя. Для этого соискатель прикрепляется к вузу (научному учреждению, организации), имеющему аспирантуру по соответствующей специальности.

Прикрепление для подготовки и сдачи кандидатских экзаменов может проводиться на срок не более двух лет, а для подготовки кандидатской диссертации – на срок не более трех лет. Порядок подготовки кандидатских диссертаций в форме соискательства установлен Положением о подготовке научно-педагогических и научных кадров в системе послевузовского профессионального образования в Российской Федерации.

Лица, имеющие ученую степень кандидата наук, для подготовки докторских диссертаций могут переводиться на должности научных сотрудников сроком до двух лет. В период пребывания в этой должности научный сотрудник обязан завершить работу над докторской диссертацией и представить ее на кафедру. По истечении года он должен предъявить ученому совету вуза отчет о работе над диссертацией, по результатам которого совет принимает решение с рекомендацией о продлении его пребывания в должности научного сотрудника на следующий годичный срок или о возвращении на прежнее место работы.

Этапы подготовки научных кадров представлены на рис. 7.1.

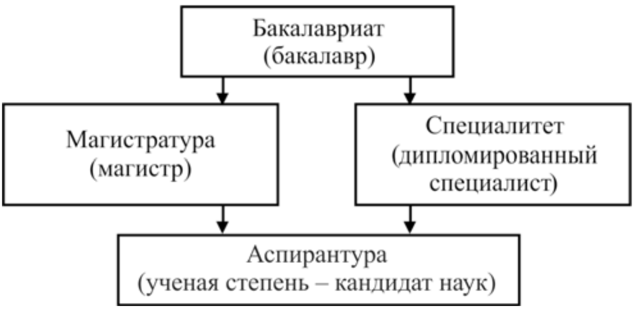

Рис. 7.1. Этапы подготовки научных кадров

С 1 сентября 2013 г. вступил в силу новый закон об образовании в России, в котором все виды послевузовского образования стали отдельными уровнями высшего образования, регламентирующими подготовку научно-педагогических кадров высшей квалификации.

7.2. Уровни высшего образования, ученые степени и звания

Субъектами научной деятельности в системе высшего и послевузовского профессионального образования являются научно-технические, научные и инженерно-технические работники, аспиранты, соискатели, а также студенты и слушатели. К научно-техническим работникам относятся лица, занимающие должности декана факультета, заведующего кафедрой, профессора, доцента, старшего преподавателя и ассистента.

Согласно Федеральному закону от 22 августа 1996 г. «О высшем и послевузовском образовании» в Российской Федерации установлены ученые звания профессора и доцента. Единый реестр ученых степеней и ученых званий, утвержденный постановлением Правительства РФ от 30 января 2002 г., установил следующие ученые звания для научно-технических и научных работников:

- профессор по кафедре образовательного учреждения высшего профессионального и дополнительного профессионального образования;
- доцент по кафедре образовательного учреждения высшего профессионального и дополнительного профессионального образования;
- профессор по специальности согласно номенклатуре специальностей научных работников;
- доцент по специальности согласно номенклатуре специальностей научных работников.

Согласно Положению о порядке присвоения ученых званий, утвержденному Постановлением Правительства РФ от 29 марта 2002 г., ученое звание профессора по кафедре может быть присвоено докторам наук, замещающим по трудовому договору должности профессора, заведующего кафедрой, декана факультета, руководителя филиала или института, проректора, ректора вуза или учреждения повышения квалификации, если они имеют опубликованные учебно-методические и научные работы, читают курс лекций на высоком профессиональном уровне, а также на момент представления аттестационных документов а) успешно работают в указанных должностях в течение года;

б) имеют стаж научно-педагогической работы не менее десяти лет, из них не менее пяти лет педагогической работы в вузах или учреждениях повышения квалификации;

в) являются авторами (соавторами) учебника (учебного пособия) или не менее трех учебно-методических работ, опубликованных за последние три года;

г) являются авторами (соавторами) монографии (главы в монографии) или не менее трех научных работ, опубликованных за последние три года;

д) подготовили в качестве научных руководителей или научных консультантов, как правило, не менее двух учеников, которым присуждены ученые степени.

Ученое звание профессора по специальности может быть присвоено докторам наук, замещающим по трудовому договору должности ведущего научного сотрудника, главного научного сотрудника, заведующего (начальника) научно-исследовательским отделом (отделением, сектором, лабораторией), ученого секретаря, заместителя директора, директора в научных организациях, научных подразделениях вузов или учреждений повышения квалификации.

Ученая степень доктора наук присуждается президиумом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки РФ на основании ходатайства диссертационного совета, принятого по результатам публичной защиты диссертации соискателем, имеющим ученую степень кандидата наук. Диссертация на соискание ученой степени доктора наук представляет собой научно-квалификационную работу, в которой на основании выполненных автором исследований

- разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как новое крупное научное достижение;
- решена крупная научная проблема, имеющая важное социально-культурное или хозяйственное значение;
- изложены научно обоснованные технические, экономические или технологические решения, внедрение которых вносит значительный вклад в развитие экономики страны и повышение ее обороноспособности.

Однако ученое звание профессора по кафедре может быть присвоено без защиты докторской диссертации кандидатам наук (в виде исключения), работникам искусств, специалистам физической культуры и спорта, крупным специалистам, получившим международное или всероссийское признание в конкретной отрасли знаний, если их деятельность соответствует требованиям Положения о порядке присвоения ученых званий.

Ученое звание доцента по кафедре может быть присвоено докторам и кандидатам наук, замещающим по трудовому договору должности доцента, профессора, заведующего кафедрой, декана факультета, руководителя филиала или института, проректора, ректора вуза или учреждения повышения квалификации, если они имеют опубликованные учебно-методические и научные работы, читают курс лекций или ведут занятия на высоком профессиональном уровне, а также на момент представления аттестационных документов

а) успешно работают в указанных должностях в течение года;

б) имеют стаж научно-педагогической работы не менее пяти лет, из них не менее трех лет педагогической работы в вузах или учреждениях повышения квалификации;

в) являются авторами (соавторами) учебника (учебного пособия) или не менее двух учебно-методических работ, опубликованных за последние три года;

г) являются авторами (соавторами) монографии (главы в монографии) или не менее двух научных работ, опубликованных за последние три года.

Ученое звание доцента по специальности может быть присвоено докторам, кандидатам наук, замещающим по трудовом договору должности старшего научного сотрудника, главного научного сотрудника, заведующего (начальника) научно-исследовательским отделом (отделением, сектором, лабораторией), ученого секретаря, заместителя директора, директора в научных организациях, научных подразделениях вузов и учреждениях повышения квалификации и соответствующим требованиям Положения.

Доцент, как минимум, должен иметь ученую степень кандидата наук. Она присуждается диссертационным советом по результатам публичной защиты диссертации соискателем, имеющим высшее профессиональное образование.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата наук должна быть научно-квалификационной работой, в которой

- содержится решение задачи, имеющее существенное значение для соответствующей отрасли знаний;
- изложены научно обоснованные технические, экономические или технологические разработки, имеющие существенное значение для экономики или обеспечения обороноспособности страны.

Вместе с тем при наличии условий, обозначенных в Положении о порядке присвоения ученых званий, ученое звание доцента может быть присвоено без защиты диссертации, в виде исключения, лицам, имеющим высшее образование, работникам искусств, специалистам физической культуры и спорта, высококвалифицированным специалистам, получившим международное или всероссийское признание в конкретной области знаний.

7.3. Научно-исследовательская работа студентов

В Федеральном законе от 22 августа 1996 г. «О высшем и послевузовском профессиональном образовании» закреплены многочисленные права студентов вузов, в том числе и право принимать участие во всех видах научно-исследовательских работ, конференциях, симпозиумах, а также представлять свои работы для публикации, в частности, в изданиях высшего учебного заведения. Здесь же записано, что студенты вузов обязаны овладеть знаниями, выполнять в установленные сроки все виды заданий, предусмотренных учебным планом и образовательными программами высшего профессионального образования. В Законе не предусмотрена обязанность студентов заниматься научно-исследовательской работой. Тем не менее они должны выполнять те виды заданий, которые содержат элементы научного исследования и включены в учебный план или планы занятий по дисциплине. К их числу относятся реферат, доклад, курсовая работа, выпускная квалификационная работа бакалавра, дипломная работа, магистерская диссертация.

В соответствии с Типовым положением об образовательном учреждении высшего профессионального образования (высшем учебном заведении) Российской Федерации, утвержденным постановлением Правительства РФ от 5 апреля 2001 г., учебные занятия проводятся как в виде лекций, семинаров, практических занятии, консультаций, так и в виде научно-исследовательской работы (НИР), курсовой работы, квалификационной работы.

Чтобы выполнить вышеперечисленные работы, студенту необходимо уметь:

- выбрать тему и разработать план исследования;
- определить оптимальные методы исследования;
- отыскивать научную информацию и работать с литературой;
- собирать, анализировать и обобщать научные факты, материалы судебной и иной практики;
- теоретически проработать исследуемую тему, аргументировать выводы, обосновывать предложения и рекомендации;
- оформить результаты научной работы.

Некоторые виды НИР студент не обязан выполнять. Например, его нельзя заставить заниматься в научном кружке, выступить с докладом на конференции или принять участие в конкурсе на лучшую студенческую научную работу. Однако ему следует помнить, что задачи, которые стоят перед современным машиностроением, настолько сложны, что их решение требует исследовательских навыков. Сама профессия инженера носит поисковый, исследовательский характер. Поэтому современный инженер должен владеть не только необходимой суммой знаний, но и определенными умениями, компетенциями творческого решения практических задач. Эти умения, компетенции приобретаются в вузе путем активного участия студентов в научно-исследовательской работе.

Понятие «научно-исследовательская работа студентов» (НИРС) включает в себя два элемента:

1) обучение студентов элементам исследовательского труда, привитие им навыков этого труда;

2) собственно научные исследования, проводимые студентами под руководством профессоров и преподавателей.

НИРС является продолжением и углублением учебного процесса, одним из важных и эффективных средств повышения качества подготовки специалистов с высшим образованием.

Целью научной работы студентов является переход от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний, приобретение навыков самостоятельного анализа конструкторско-технологического обеспечения современных машиностроительных производств с использованием научных методик.

Основные задачи научной работы студентов:

а) развитие творческого и аналитического мышления, расширение научного кругозора;

б) привитие устойчивых навыков самостоятельной научно-исследовательской работы;

в) повышение качества усвоения изучаемых дисциплин;

г) выработка умения применять теоретические знания и современные методы научных исследований в инженерной деятельности.

Научная работа студентов подразделяется на учебно-исследовательскую, включаемую в учебный процесс и проводимую в учебное время (УИРС), и научно-исследовательскую, выполняемую во внеучебное время (НИРС).

Учебно-исследовательская работа выполняется студентами по учебным планам под руководством профессоров и преподавателей. Формы этой работы:

а) реферирование научных изданий, подготовка обзоров по новинкам литературы;

б) выступление с научными докладами и сообщениями на семинарах;

в) написание курсовых работ, содержащих элементы научного исследования;

г) проведение научных исследований при выполнении дипломных работ;

д) выполнение научно-исследовательских работ в период учебной практики и стажировки.

Научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеучебное время, включает:

а) работу в научных кружках и проблемных группах, создаваемых при кафедрах;

б) участие в научно-исследовательских работах по кафедральным темам;

в) выступления с докладами и сообщениями на научно-теоретических и научно-практических конференциях, проводимых в вузе;

г) участие во внутривузовских, межвузовских, региональных и республиканских олимпиадах и конкурсах на лучшую научную работу;

д) подготовка публикаций по результатам проведенных исследований;

е) разработка и изготовление схем, таблиц, слайдов, фильмов, наглядных пособий для учебного процесса;

ж) изучение и обобщение передового опыта практики конструкторско-технологического обеспечения машиностроительных производств;

з) переводы текстов (монографий, статей и др.).

Формами реализации УИРС и НИРС являются: реферат, доклад, сообщение на конференции или заседании научного кружка, конкурсная работа, публикация, наглядные пособия для учебного процесса, курсовая работа, выпускная работа бакалавра, дипломная работа, магистерская диссертация и др.

Основная форма организации НИРС – студенческий научный кружок при кафедре. Главным содержанием деятельности кружка является выполнение во внеучебное время научных исследований по определенной кафедрами тематике.

Научным руководителем кружка назначается преподаватель кафедры. Он руководит исследовательской работой студентов, обеспечивает подготовку ими научных докладов и сообщений, организует их заслушивание и обсуждение на заседании кружка, представление лучших студенческих работ на конкурсы и конференции, привлекает к работе со студентами профессоров и преподавателей кафедры, организует мастер-классы членов кружка с известными специалистами.

Другая форма организации НИРС – проблемно-исследовательские группы из 3–5 студентов, которыми руководят профессора, доценты и другие работники кафедры. Все они работают по одной и той же теме. Это дает возможность объединенными усилиями в короткий срок эффективнее выполнить трудоемкое исследование.

Вопросы для самоконтроля

1. Виды научно-исследовательской деятельности бакалавра в соответствии с ФГОС ВПО.

2. Виды научно-исследовательской деятельности магистра и аспиранта.

3. Этапы подготовки научных кадров в России.

4. Квалификационные уровни ученого, ученые степени и звания.

5.Требования, предъявляемые к диссертациям: магистерской, кандидатской, докторской.

6. Какие элементы включает научно-исследовательская работа студентов?

7. Формы научно-исследовательской работы студентов.

8. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

8.1. Методические указания для самостоятельного изучения дисциплины

Методика изучения дисциплины «Основы научных исследований в технологии машиностроения» предполагает значительный объем самостоятельной работы и предусматривает:

1) изучение материала программы по учебникам или учебным пособиям;

2) самостоятельное решение задач;

3) выполнение контрольных работ;

4) сдачу зачета.

Для успешного овладения материалом и сдачи зачета необходимо руководствоваться несколькими правилами.

1. Следует изучать курс систематически в течение всего учебного года. Попытка изучить предмет в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких, прочных знаний и приведет к неудаче.

2. Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного для определенной части курса, придерживайтесь данного пособия при изучении всей части или, по крайней мере, ее целого раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Но если выбранное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

3. При чтении учебного пособия составляйте конспект, в котором записывайте законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и их единиц, делайте чертежи и решайте типовые задачи. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

4. Самостоятельную работу над курсом необходимо подвергать систематическому контролю. Для этого после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них. При этом надо использовать рабочую программу курса.

5. Очень полезно прослушать курс лекций, а также пользоваться очными консультациями преподавателей.

Решение задач по основам научных исследований в технологии машиностроения способствует более глубокому пониманию изучаемого материала и помогает закреплению в памяти понятий, формулировок, определений, формул и физических законов, развивает у студентов логическое мышление, навык в применении полученных знаний для решения конкретных вопросов, имеющих практическое и познавательное значение. Поэтому в пособии приводится список тренировочных задач, работа над которыми закрепит знания и навыки студентов.

Задачи по дисциплине разнообразны, и дать единый рецепт для их решения невозможно. Умение решать задачи приобретается в процессе систематических упражнений. Можно лишь указать условия, соблюдение которых необходимо для успешного решения задач.

В основу каждой задачи положен тот или иной частный случай проявления общих законов моделирования. Поэтому без твердого знания теории нельзя рассчитывать на успешное решение и анализ даже самых простых задач.

При решении задач необходимо:

1) хорошо вникнуть в условие задачи и установить, какие физические закономерности лежат в ее основе;

2) записать все данные в задаче физические величины в одной системе единиц (в системе единиц СИ);

3) если позволяет характер задачи, обязательно сделать схематический чертеж (эскиз), поясняющий ее сущность;

4) записать законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения;

5) если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон, или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести;

6) получить решение задачи в общем виде, то есть выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в

условии задачи. Правильность решения задачи в общем виде можно проверить, используя правило размерностей (наименований). При правильном решении размерность правой части формулы совпадает с размерностью искомой величины. Несоблюдение этого условия (оно необходимо, но недостаточно) свидетельствует об ошибке, допущенной в ходе решения;

7) решение задачи следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями;

8) подставить числовые данные в полученные для искомых величин формулы, произвести с ними необходимые действия. Проанализировать результат (оценить его правдоподобность);

9) проводя арифметические расчеты, нужно использовать правила приближенных вычислений, позволяющие экономить время без ущерба для точности. Точность ответа не должна превышать точности, с которой даны исходные величины. В тех задачах, где требуется начертить график, следует рационально выбрать масштаб и начало координат.

Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями. При подготовке к выполнению контрольной работы следует после изучения каждой темы решить тренировочные задачи. Они содержат элементы задач, предлагаемых для контрольных работ.

Задачи для тренировки призваны подготовить студента к выполнению контрольной работы. Решение этих задач крайне полезно и необходимо.

При оформлении контрольных работ нужно помнить следующее.

1. Контрольная работа включает 8 задач с десятью вариантами исходных данных к каждой задаче.

2. Текст задачи из контрольного задания должен быть переписан полностью и выписаны столбиком значения величин с их стандартными обозначениями и размерностями. Размерности указываются в СИ.

3. При решении задач необходимо придерживаться правил, приведенных выше.

8.2. О приближенных вычислениях

Числовые значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении задач, являются большей частью приближенными. Прежде чем вести разговор о правилах приближенных вычислений дадим определение значащей цифры числа. Значащими цифрами числа называются все его цифры, кроме нулей, стоящих левее первой, отличной от нуля цифры, а также кроме нулей, стоящих в конце числа взамен неизвестных или отброшенных цифр. Нуль в конце числа может быть значащим, если он является представителем сохраненного десятичного разряда.

Такими величинами являются, в частности, многие константы, приводимые в справочниках. Например: ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с2 , число пи $\pi = 3{,}14$ и т.п. При более точном вычислении или измерении числовые значения этих величин будут содержать большее число значащих цифр $g = 9{,}80655$ м/с^2, $\pi = 3{,}1416$. Однако и эти значения, в свою очередь, являются приближенными или в силу недостаточной точности измерения или в силу того, что получены путем округления еще более точных значений.

Часто неопытные лица добиваются при вычислениях получения такой точности результатов, которая совершенно не оправдывается точностью использованных данных. Это приводит к бесполезной затрате труда и времени.

Рассмотрим следующий пример. Пусть требуется определить плотность ρ вещества некоторого тела. При взвешивании тела на весах с точностью до 0,01 г определили массу тела:

$m = \left(9{,}38 \pm 0{,}01\right)$ г.

Затем с точностью до 0,01 см^3 был измерен объем тела:

$V = \left(3{,}46 \pm 0{,}01\right)$ м^3.

Без критического подхода к вычислениям можно получить такой результат:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9{,}38}{3{,}46} = 2{,}71098\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Но числа 9,38 и 3,46 – приближенные. Последние цифры в этих числах сомнительные. Эти числа при измерении могли быть получены такими: первое – 9,39 или 9,37, второе – 3,45 или 3,47. В самом деле, при взвешивании с указанной выше точностью могла быть допущена ошибка на 0,01 как в сторону увеличения массы, так и в сторону ее уменьшения. То же самое и в отношении объема. Таким образом, плотность тела, если ее вычислять с точностью до пятого десятичного знака, как это сделано выше, могла оказаться следующей:

$$\rho = 9{,}39/3{,}45 = 2{,}7214 \text{ г/см}^3 \quad \text{или} \quad \rho = 9{,}37/3{,}47 = 2{,}70029 \text{ г/см}^3.$$

Сравнение всех трех результатов показывает, что они отличаются уже вторыми десятичными знаками и что достоверным является лишь первый десятичный знак, а второй – сомнительным. Цифры, выражающие остальные десятичные знаки, совершенно случайны и способны лишь ввести в заблуждение пользователя вычисленными результатами. Следовательно, работа по вычислению большинства знаков затрачена впустую. Во избежание бесполезных затрат труда и времени принято вычислять кроме достоверных знаков еще только один сомнительный. В рассмотренном примере надо было вести вычисление до второго десятичного знака: $\rho = m/V = 9{,}38/3{,}46$ г/см^3 = 2,71 г/см^3.

Приближенные вычисления следует вести с соблюдением нескольких правил.

1. При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Например, при сложении чисел 4,462+2,38+1,17273+1,0262=9,04093 следует сумму округлить до сотых долей, т.е. принять ее равной 9,04, так как слагаемое 2,38 задано с точностью до сотых долей.

2. При умножении следует округлить сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр. Например, вместо вычисления выражения $3{,}723 \cdot 2{,}4 \cdot 5{,}1846$ следует вычислять выра-

жение $3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2$. В окончательном результате следует оставлять такое же количество значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления. В промежуточных результатах следует сохранять на одну значащую цифру больше. Такое же правило следует соблюдать и при делении приближенных чисел.

3. При возведении в квадрат или куб следует в степени брать столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени. Например, $1,32^2 \approx 1,74$.

4. При извлечении квадратного или кубического корня в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении. Например, $\sqrt{1,17} \approx 1,08$.

При вычислении сложных выражений следует применять указанные правила в соответствии с видом производимых действий. Например, при вычислении дроби $\left(3,2+17,062\right)\sqrt{3,7}\Big/\left(5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3\right)$ сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две. Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округляться до трех значащих цифр:

$$\frac{\left(3,2+17,062\right)\sqrt{3,7}}{\left(5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3\right)} \approx \frac{20,3 \cdot 1,92}{10,3 \cdot 10^3} \approx \frac{39,0}{10,3 \cdot 10^3} \approx 3,79 \cdot 10^{-3}.$$

После округления до двух значащих цифр получаем результат $3,8 \cdot 10^{-3}$.

8.3. Примеры решения задач

Задача 1. Найти математическое ожидание и моду случайной величины, заданной таблицей значений *x* и вероятностей *p*.

x	3	5	2
p	0,1	0,6	0,3

Решение. $M_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i = 3 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,3 = 3,9.$ Мо = 5.

Задача 2. В табл. 8.1 представлены результаты выборочного взвешивания отливок (x_i, кг, i =1,2,…, n). Было взвешено 100 отливок, т.е. объем выборки n =100. Требуется построить функции распределения $F(x)$ и плотности вероятности $f(x)$.

Таблица 8.1

5,56	5,45	5,48	5,45	5,39	5,37	5,46	5,59	5,61	5,31
5,46	5,61	5,11	5,41	5,31	5,57	5,33	5,11	5,54	5,43
5,34	5,53	5,46	5,41	5,48	5,39	5,11	5,42	5,48	5,49
5,36	5,40	5,45	5,49	5,68	5,51	5,50	5,68	5,21	5,38
5,58	5,47	5,46	5,19	5,60	5,63	5,48	5,27	5,22	5,37
5,33	5,49	5,50	5,54	5,40	5,58	5,42	5,29	5,05	5,79
5,79	5,65	5,70	5,71	5,85	5,44	5,47	5,48	5,47	5,55
5,67	5,71	5,73	4,97	5,35	5,72	5,49	5,61	5,57	5,69
5,54	5,39	5,32	5,21	5,73	5,59	5,38	5,25	5,26	5,81
5,27	5,64	5,20	5,23	5,33	5,37	5,24	5,55	5,60	5,51

Решение. Экстремальные значения веса отливок $x_{\min}$= 4,97; $x_{\max}$= 5,85; число интервалов группирования $s = \log_2 n + 1 = 7,62 \approx 8$; ширина интервала группирования $h = (x_{\max} - x_{\min})/s = (5,85 - 4,97)/8 =$ $= 0,11$.

Левый (c_{j-1}) и правый (c_j) концы j-го интервала:

$$c_{j-1} = x_{\min} + \left(j-1\right)h = 4,97 + \left(j-1\right)0,11;$$

$$c_j = x_{\min} + j \cdot h = 4,97 + j \cdot 0,11, \quad j = 1, 2, ..., s;$$

середины интервалов группирования $x_j^0 = \left(c_{j-1} + c_j\right)\big/2$.

Подсчитываем число выборочных данных vj, попавших в каждый (j-й) интервал группирования (j=1, 2, …, s); подсчитываем количество выборочных данных, попавших в j-й интервал группирования h (v_1+…+v_{jx}); подсчитываем выборочную функцию распределения

$$F^{(n)}\left(x\right) = \frac{v_1 + v_2 + ... + v_{ix}}{n},$$

где ix – номер самого правого из интервалов группирования, правый конец которых не превосходит заданного значения x.

Посчитываем выборочную функцию плотности

$$f^{(n)}(x)=\frac{v_{k(x)}}{n\cdot h},$$

в которой $k(x)$ – порядковый номер интервала группирования, накрывающего заданную точку x, а $v_{k(x)}$ – число выборочных данных, попавших в этот интервал. Результаты группировки сводим в табл. 8.2

Таблица 8.2

j-номер интервала группирования	Значения x: $c_{j-1}\le x<c_j$	Середины интервалов x_j^0	v_j	$v_1+\ldots+v_{ix}$	$F^{(n)}(x)$	$f^{(n)}(x)$
1	$4{,}97\le x<5{,}08$	5,03	2	0	0,00	0,18
2	$5{,}08\le x<5{,}19$	5,14	3	2	0,02	0,27
3	$5{,}19\le x<5{,}30$	5,25	12	5	0,05	1,09
4	$5{,}30\le x<5{,}41$	5,36	19	17	0,17	1,73
5	$5{,}41\le x<5{,}52$	5,47	29	36	0,36	2,64
6	$5{,}52\le x<5{,}63$	5,58	18	65	0,65	1,64
7	$5{,}63\le x<5{,}74$	5,69	13	83	0,83	1,18
8	$5{,}74\le x<5{,}85$	5,80	4	96	0,96	0,36
	$x\ge 5{,}85$	–		100	1,00	–

Последние два столбца этой таблицы дают искомые функции.

Задача 3. На металлургическом заводе проведено контрольное определение твердости по Шору рабочего слоя большой партии однотипных листопрокатных валков. Установлено, что твердость (случайная величина $\boldsymbol{x}$) распределена нормально с математическим ожиданием 60 ед. по Шору и средним квадратическим отклонением 5 ед. по Шору. Необходимо найти вероятность того, что значение твердости валков заключено в пределах 57…65 ед. Шора, оговоренных ГОСТом.

Решение. Используем формулу $p\ \{\, x_1 < x < x_2 \,\} = \Phi\ (t_2) - \Phi\ (t_1)$, в соответствии с которой указанная вероятность сводится к разности нормальных функций Лапласа. По условию задачи x_1=57; x_2=65; $M_x = 60$; σ=5, следовательно,

$$p\left\{57 \le x \le 65\right\} = \Phi\left(\frac{65-60}{5}\right) - \Phi\left(\frac{57-60}{5}\right) = \Phi\left(1,0\right) - \Phi\left(-0,6\right) =$$

$$= \Phi\left(1,0\right) + \Phi\left(0,6\right).$$

По таблице функции Лапласа из прил. 1 находим Ф(1,0)=0,3413; Ф(0,6) = 0,2257. Отсюда искомая вероятность

$$p\left\{57 \le \mathrm{x} \le 65\right\} = 0,3413 + 0,2257 = 0,567.$$

Задача 4. Построить линейную зависимость регрессии по семи экспериментальным точкам:

Значения аргумента, *x*	1	2	3	4	5	6	7
Значения функции, *y*	2,35	2,41	2,60	2,73	2,90	3,11	3,25

Решение. Для линейной зависимости $y = \overline{y} + \beta_1\left(x - \overline{x}\right)$ определяем

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} y_i = \frac{19,35}{7} = 2{,}764; \;\; \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} x_i = 4;$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)\left(y_i - \overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{7}\left(x_i - 4\right)\left(y_i - 2,764\right)}{\sum_{i=1}^{7}\left(x_i - 4\right)^2} = 0{,}157.$$

Искомое уравнение регрессии

$$y = \overline{y} + \beta_1\left(x - \overline{x}\right) = 2,764 + 0,157\ \left(x - 4\right).$$

Задача 5. Медный шинопровод круглого сечения диаметром d =15 мм охлаждается поперечным потоком сухого воздуха. Скорость и температура набегающего потока воздуха равны соответственно: w =1 м/с; $t_ж$=20°С.

Вычислить коэффициент теплоотдачи от поверхности шинопровода к воздуху и допустимую силу тока в шинопроводе при условии, что температура его поверхности не должна превышать $t_с$=80°С. Удельное электрическое сопротивление меди ρ=0,0175 Ом·мм^2/м.

Решение. При температуре $t_ж$=20°С физические свойства воздуха следующие: $\nu_ж$=15,06·10^{-6} м^2/с; $\lambda_ж$=2,59·10^{-2} Вт/(м·К).

Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_ж = \frac{wd}{\nu_ж} = \frac{1 \cdot 0,015}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 995.$$

Расчет теплоотдачи при поперечном обтекании одиночного цилиндра воздухом можно производить по следующим формулам:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{при } 10 \le \mathrm{Re}_ж \le 1 \cdot 10^3 & \mathrm{Nu}_ж = 0,44\ \mathrm{Re}_ж^{0,5}, \\ \text{при } 1 \cdot 10^3 < \mathrm{Re}_ж \le 2 \cdot 10^5 & \mathrm{Nu}_ж = 0,22\ \mathrm{Re}_ж^{0,6} \end{array}\right\}$$

в которых за определяющий размер принимается диаметр цилиндра, а за определяющую температуру – температура набегающего потока воздуха $t_ж$.

В рассматриваемом случае

$$\mathrm{Nu}_ж = 0,44\ (995)^{0,5} = 13,8,$$

следовательно, коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \mathrm{Nu}_ж \frac{\lambda_ж}{d} = 13,8 \frac{2,59 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 23,8\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}\right).$$

Допустимую силу тока определяем из уравнения баланса энергии

$$\alpha\left(t_с - t_ж\right)\ \pi \cdot d \cdot l = I^2 R,$$

где $R = \rho l \Big/ \left(\pi d^2 / 4\right)$, выражение для силы тока имеет вид

$$I = 10^3 \pi d \sqrt{\frac{\alpha \Delta t d}{4\rho}}.$$

Подставляя известные значения величин, получаем

$$I = 10^3 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{23,8\left(80-20\right) \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 0,0175}} = 825 \quad A.$$

Задача 6. Вычислить потери теплоты в единицу времени с 1 м^2 поверхности горизонтального теплообменника, корпус которого имеет цилиндрическую форму и охлаждается свободным потоком воздуха. Наружный диаметр корпуса теплообменника d =400 мм, температура поверхности $t_с$=200°C и температура воздуха в помещении $t_ж$=30°C.

Решение. Плотность теплового потока на наружной поверхности теплообменника $q = \alpha\ \left(t_с - t_ж\right)$ Вт/м^2.

При заданных значениях температур на поверхности стенки и окружающей среды вдали от стенки решение задачи сводится к определению коэффициента теплоотдачи.

При определяющей температуре для воздуха $t_ж$=30°C

$$\nu_ж=16{,}0\cdot10^{-6}\ м^2/с;\quad \lambda_ж=2{,}67\cdot10^{-2}\ Вт/(м\cdot К);$$

$$\beta_ж=1/(t_ж+273)=1/303\ К^{-1};\quad Pr_ж=0{,}701.$$

Вычисляем значение комплекса:

$$\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_ж = g\beta_ж\,\frac{\Delta t\cdot d^3}{\nu_ж^2}\mathrm{Pr}_ж = 9{,}81\frac{\left(200-30\right)\cdot 0{,}4^3}{303\cdot\left(16\cdot10^{-6}\right)^2}0{,}701 = 9{,}75\cdot10^8.$$

В этих условиях критериальное уравнение имеет вид

$$\mathrm{Nu}_ж = 0{,}5\ \left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)^{0{,}25} = 0{,}5\cdot\left(9{,}75\cdot10^8\right)^{0{,}25} = 88{,}2\ ,$$

откуда

$$\alpha = \mathrm{Nu}_ж\,\frac{\lambda_ж}{d} = 88{,}2\,\frac{2{,}67\cdot10^{-2}}{0{,}4} = 5{,}9\ \ Вт/\left(м^2\cdot К\right).$$

Потери теплоты в единицу времени с единицы поверхности теплообменника

$$q = 5{,}9\ \left(200-30\right) = 1000\ \ Вт/м^2\ .$$

Задача 7. Определить коэффициент теплоотдачи от вертикальной плиты высотой H=2 м к окружающему спокойному воздуху, если известно, что температура поверхности плиты $t_с$=100°С и температура окружающего воздуха вдали от поверхности $t_ж$=20°С.

Решение. При определяющей температуре $t_ж$=20°С теплофизические свойства воздуха следующие:

$$\nu_ж=15{,}06\cdot10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с};\quad \lambda_ж=2{,}59\cdot10^{-2}\ \text{Вт/(м·К)};$$

$$\beta_ж=1/(t_ж+273)=1/293\ \text{К}^{-1};\quad \text{Pr}_ж=0{,}703.$$

Вычисляем значение комплекса:

$$\left(\text{Gr}\cdot\text{Pr}\right)_ж = g\beta_ж\frac{\Delta t\cdot H^3}{\nu_ж^2}\text{Pr}_ж = 9{,}81\frac{\left(100-20\right)2^3}{293\left(15{,}06\cdot10^{-6}\right)^2}0{,}703 = 6{,}64\cdot10^{10}.$$

В этих условиях критериальное уравнение имеет вид

$$\text{Nu}_ж = 0{,}15\ \left(\text{Gr}\cdot\text{Pr}\right)^{1/3} = 0{,}15\left(6{,}64\cdot10^{10}\right)^{1/3} = 610\ ;$$

$$\alpha = \text{Nu}_ж\frac{\lambda_ж}{H} = 610\frac{2{,}59\cdot10^{-2}}{2} = 7{,}92\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2\cdot\text{К}\right).$$

Задача 8. Определить температурное поле в плоском слое при стационарной теплопроводности. Левая и правая граница слоя поддерживаются изотермическими с температурами: $T_л$=100°С, $T_п$=200°С. Задачу решить на регулярной сетке с числом разбиений N=4 методом прогонки.

Решение. Метод сеток дает систему уравнений

$$AT_{i-1} + BT_i + CT_{i+1} = F_i,\qquad i = 2,\ 3,\ \ldots,\ N,$$

которая для данной задачи принимает вид

$$\left.\begin{array}{c} T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1} = 0, \\ i = 2,\ \ 3,\ \ \ldots,\ N, \\ T_1 = T_л;\quad \text{T}_{N+1} = T_п. \end{array}\right\}$$

Алгоритм прогонки реализуется для этой системы при $A = C = 1$, $B = -2$ (коэффициент теплоотдачи $\alpha=\infty$ при изотермических граничных условиях) следующим образом:

$$\beta_2 = \frac{\frac{\lambda}{\alpha h}}{1 + \frac{\lambda}{\alpha h}} = 0\,; \quad z_2 = \frac{T_{\text{с}}}{1 + \frac{\lambda}{\alpha h}} = 100\,;$$

$$\beta_3 = -\frac{C}{A\beta_2 + B} = -\frac{1}{1 \cdot 0 - 2} = \frac{1}{2}\,; \quad z_3 = -\frac{Az_2 - F_2}{A\beta_2 + B} = -\frac{1 \cdot 100 - 0}{1 \cdot 0 - 2} = 50\,;$$

$$\beta_4 = -\frac{C}{A\beta_3 + B} = -\frac{1}{1 \cdot 1/2 - 2} = \frac{2}{3}\,; \quad z_4 = -\frac{Az_3 - F_3}{A\beta_3 + B} = -\frac{1 \cdot 50 - 0}{-3/2} = \frac{100}{3}\,;$$

$$\beta_5 = -\frac{C}{A\beta_4 + B} = -\frac{1}{1 \cdot 2/3 - 2} = \frac{3}{4}\,; \; z_5 = -\frac{Az_4 - F_4}{A\beta_4 + B} = -\frac{1 \cdot 100/3 - 0}{1 \cdot 2/3 - 2} = 25;$$

$$T_5 = \frac{\frac{\lambda}{\alpha h} z_5 + T_{\text{с}}}{1 + \frac{\lambda}{\alpha h}\left(1 - \beta_5\right)} = T_{\text{п}} = 200\,; \quad T_4 = \beta_5 T_5 + z_5 = \frac{3}{4} 200 + 25 = 175;$$

$$T_3 = \beta_4 T_4 + z_4 = \frac{2}{3} 175 + \frac{100}{3} = 150; \quad T_2 = \beta_3 T_3 + z_3 = \frac{1}{2} 150 + 50 = 125;$$

$$T_1 = T_{\text{л}} = 100\,.$$

Таким образом, температура изменяется по линейному закону.

8.4. Контрольная работа

Задача 1. Износ режущего инструмента через определенное время обработки детали на станке составил (в мкм):

54, 103*, 72, 92, 83, 81, 79, 53**, 68, 82, 94, 65, 97, 110*, 78, 82, 63, 101*, 68, 87, 98, 95, 53**, 93, 78, 62, 57, 88, 99, 105*, 66, 73, 67, 101*, 91, 83, 57, 55**, 81, 83, 89, 91, 85, 102, 88, 108*, 93, 58**, 67, 104*, 78, 85, 78, 85, 78, 108, 86, 91, 93, 88, 75, 68, 94, 115*, 84, 101.**

От значений, отмеченных *, отнять N, отмеченых ** – прибавить N, где N – порядковый номер студента в журнале (номер задания);

Требуется построить функции распределения $F(x)$ и плотности вероятности $f(x)$, таблицу частот, разбив данные на 6 интервалов, график выборочной функции распределения и гистограмму частот. Вычислить числовые характеристики выборки: средний износ, выборочные медиану, дисперсию, стандартное отклонение.

Задача 2. Найти математическое ожидание и моду случайной величины, заданной таблицей значений x и вероятностей p:

Номер задания	$p=$	0,2	0,1	0,05	0,05	0,3	0,15	0,15
0	$x=$	5	6	9	8	7	1	3
1		7	1	3	2	9	8	4
2		2	9	8	7	4	5	6
3		4	7	1	3	6	9	8
4		1	3	2	9	8	7	6
5		7	1	3	2	9	8	6
6		6	9	8	7	1	3	2
7		5	6	8	7	1	3	4
8		2	9	8	6	9	8	3
9		5	7	1	3	2	9	8

Задача 3. На металлургическом заводе проведено контрольное определение твердости по Шору рабочего слоя большой партии однотипных листопрокатных валков. Установлено, что твердость (случайная величина x) распределена нормально с математическим ожиданием M_x (ед. по Шору) и средним квадратическим отклонением σ (ед. по Шору). Необходимо найти вероятность того, что значение твердости валков заключено в пределах от x_1 до x_2 ед. Шора, оговоренных ГОСТ. Исходные данные приведены в таблице:

Номер задания	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_1	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
x_2	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
M_x	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
σ	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8

Задача 4. Построить линейную зависимость регрессии по семи экспериментальным точкам, заданным в таблице:

Номер задания	x_i=	1	2	3	4	5	6	7
0	y_i=	0,5	1,8	2,6	2,7	4,2	4,0	5,9
1		0,6	1,9	2,7	2,8	4,3	4,1	6,0
2		0,7	2,0	2,8	2,9	4,4	4,2	6,1
3		0,7	2,1	2,9	3,0	4,5	4,3	6,2
4		0,8	2,2	3,1	3,2	4,7	4,5	6,4
5		0,9	2,3	3,2	3,3	4,8	4,7	6,6
6		0,9	2,4	3,3	3,4	4,9	4,8	6,8
7		1,0	2,5	3,4	3,5	5,1	5,0	7,1
8		1,0	2,6	3,5	3,7	5,3	5,2	7,3
9		1,1	2,7	3,7	4,0	5,6	5,6	7,7

Задача 5. По каналу круглого сечения диаметром *d* протекает вода со скоростью *w*. Вычислить коэффициент теплоотдачи от стенки канала к воде, если средняя по длине температура воды $t_ж$=40^{o}С, а температура внутренней поверхности канала $t_с$=90^{o}С. Теплофизические свойства воды при средней температуре $t_ж$=40^{o}С: $\nu_ж$=0,659·10^{-6} м^2/с; $\lambda_ж$=0,634 Вт/(м·К); $Pr_ж$=4,3, при температуре внутренней поверхности канала: $Pr_с$=1,95.

Номер задания	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d, мм	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
w, м/с	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8

Задача 6. Медный шинопровод круглого сечения диаметром d охлаждается поперечным потоком сухого воздуха. Скорость набегающего потока воздуха w, температура $t_ж$=20^{o}С.

Вычислить коэффициент теплоотдачи от поверхности шинопровода к воздуху и допустимую силу тока в шинопроводе при условии, что температура его поверхности не должна превышать $t_с$=80^{o}С. Удельное электрическое сопротивление меди ρ=0,0175 Ом·мм^2/м. Физические свойства воздуха: $\nu_ж$=15,06·10^{-6} м^2/с; $\lambda_ж$=2,59·10^{-2} Вт/(м·К).

Расчет теплоотдачи при поперечном обтекании одиночного цилиндра воздухом производить по следующим формулам:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{при } 10 \le \mathrm{Re}_{ж} \le 1\cdot 10^3 & \mathrm{Nu}_{ж} = 0,44\ \mathrm{Re}_{ж}^{0,5}, \\ \text{при } 1\cdot 10^3 < \mathrm{Re}_{ж} \le 2\cdot 10^5 & \mathrm{Nu}_{ж} = 0,22\ \mathrm{Re}_{ж}^{0,6}, \end{array}\right\}$$

в которых за определяющий размер принимается диаметр цилиндра, а за определяющую температуру – температура набегающего потока воздуха $t_ж$.

Номер задания	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d, мм	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
w, м/с	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0

Задача 7. Определить температурное поле в плоском слое при стационарной теплопроводности. Левая и правая граница слоя поддерживаются изотермическими с температурами: $T_л$, $T_п$. Задачу решить на регулярной сетке с числом разбиений N=4 методом прогонки.

Номер задания	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_л$,°С	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$T_п$,°С	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650

8.5. Тест для проверки уровня обученности

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Дисциплина **Основы научных исследований в технологии машиностроения**

Число заданий **25**, время тестирования **45** минут

1. Старейшим университетом в Европе является…

1) Парижский;
2) Неаполитанский;
3) Падуанский;
4) Болонский;
5) Оксфордский.

2. Для оценки точности изготовления цилиндрического зубчатого колеса *не* применяется…

1) штангенциркуль;
2) межосемер;
3) накладной шагомер;
4) эвольвентомер;
5) шумомер.

3. К методам творческого мышления при теоретических исследованиях *не* относится…

1) «мозговой штурм»;
2) экспертный метод;
3) метод «красных человечков»;
4) теория решений изобретательских задач;
5) морфологический анализ.

4. Модой распределения случайной величины называется…

1) сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений;

2) мера рассеяния случайной величины около ее среднего значения;

3) абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам;

4) наиболее вероятное значение случайной величины;

5) разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания;

5. Медианой случайной величины называется…

1) сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений;

2) мера рассеяния случайной величины около ее среднего значения;

3) абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам;

4) наиболее вероятное значение случайной величины;

5) разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания;

6. Дисперсией случайной величины называется…

1) сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений;

2) мера рассеяния случайной величины около ее среднего значения;

3) абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам;

4) наиболее вероятное значение случайной величины;

5) разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания;

7. Стандартное (среднеквадратичное) отклонение это…

1) сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений;

2) мера рассеяния случайной величины около ее среднего значения;

3) абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам;

4) наиболее вероятное значение случайной величины;

5) разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания;

8. Интегральная функция распределения $F(x_i)$ определяет вероятность того, что случайная величина примет значения, не превосходящие x_i, т.е. попадет в интервал…

1) $(-\infty, \ +\infty)$;

2) $(-\infty, \ x_i)$;

3) $(x_i, \ +\infty)$;

4) $(0, \ x_i)$;

5) $(0, \ +\infty)$.

9. Третий центральный момент дискретной случайной величины характеризует…

1) медиану;

2) математическое ожидание;

3) стандартное отклонение;

4) асимметрию распределения случайных погрешностей;

5) форму распределения случайных погрешностей.

10. Коэффициент корреляции двух случайных *независимых* величин равен…

1) $r = 1$;

2) $r = -1$;

3) $r = 0{,}5$;

4) $r = -0{,}5$;

5) $r = 0$.

11. Дифференциальное уравнение переноса тепловой энергии вязкого теплоносителя имеет вид…

1) $\rho uf = \text{const}$;

2) $\dfrac{\mathrm{d}\vec{W}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{g} - \dfrac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{W}$;

3) $\dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T + \dfrac{q_V}{\rho c}$;

4) $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = a\nabla^2 T + \dfrac{q_V}{\rho c}$;

5) $\alpha = -\lambda\left(\dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{n=0} \Big/ \left(T_{\text{п}} - T_{\text{с}}\right)$.

12. Дифференциальное уравнение движения вязкого теплоносителя имеет вид…

1) $\rho uf = \text{const}$;

2) $\dfrac{\mathrm{d}\vec{W}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{g} - \dfrac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{W}$;

3) $\dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T + \dfrac{q_V}{\rho c}$;

4) $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = a\nabla^2 T + \dfrac{q_V}{\rho c}$;

5) $\alpha = -\lambda \left(\dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{n=0} \Big/ \left(T_\text{п} - T_\text{с}\right)$.

13. Дифференциальное уравнение теплоотдачи в пограничном слое имеет вид…

1) $\rho u f = \text{const}$;

2) $\dfrac{\mathrm{d}\vec{W}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{g} - \dfrac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{W}$;

3) $\dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T + \dfrac{q_V}{\rho c}$;

4) $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = a\nabla^2 T + \dfrac{q_V}{\rho c}$;

5) $\alpha = -\lambda \left(\dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{n=0} \Big/ \left(T_\text{п} - T_\text{с}\right)$.

14. При решении краевой задачи теплопроводности граничные условия 3-го рода имеют вид

1) $-\lambda \dfrac{\partial T}{\partial n} = \alpha \left(T_\text{п} - T_\text{с}\right)$;

2) $q_\text{п} = f\left(x_\text{п}, \tau\right)$;

3) $T_\text{п} = f\left(x_\text{п}, \tau\right)$;

4) $-\lambda_1 \dfrac{\partial T_1}{\partial n} = -\lambda_2 \dfrac{\partial T_2}{\partial n} = \dfrac{\Delta T}{R_\text{к}}$;

5) $T(x, 0) = f(x)$.

15. Явная схема аппроксимации уравнения теплопроводности $\partial T / \partial \tau = a \, \partial^2 T / \partial x^2$ имеет вид…

1) $\dfrac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{h_\tau^2} = a \dfrac{T_{i+1,k} - 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h_x}$;

2) $\dfrac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{h_\tau} = a \dfrac{T_{i+1,k} - 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h_x^2}$;

3) $\dfrac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{h_\tau} = a \dfrac{T_{i+1,k} + 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h_x^2}$;

4) $\dfrac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{h_\tau} = a \dfrac{T_{i+1,k-1} - 2T_{i,k-1} + T_{i-1,k-1}}{h_x^2}$;

5) $\dfrac{T_{i,k} + T_{i,k-1}}{h_\tau} = a \dfrac{T_{i+1,k-1} - 2T_{i,k-1} + T_{i-1,k-1}}{h_x^2}$.

16. Рандомизация эксперимента это…

1) отделение истинных результатов от шумового фона;

2) воспроизводимость результатов;

3) составление матрицы планирования;

4) свойство равноточного предсказания исследуемого параметра на равных расстояниях от центра эксперимента;

5) реализация всевозможных сочетаний уровней факторов.

17. Насыщенным называется дробный факторный эксперимент, в котором число опытов $n_о$ и число оцениваемых параметров $n_п$ соотносятся как…

1) $n_о > n_п$;

2) $n_о < n_п$;

3) $n_о = n_п$;

4) $n_о$ не зависит от $n_п$.

18. Коэффициент температуропроводности *a* характеризует…

1) плотность теплового потока при единичном температурном градиенте;

2) отношение плотности теплового потока к температурному напору;

3) мощность теплового напора;
4) теплоизоляционные свойства материала;
5) теплоинерционные свойства материала.

19. Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = u_0 l / \nu$ **характеризует …**

1) отношение сил инерции к силам вязкого трения;
2) безразмерный коэффициент теплоотдачи;
3) отношение конвективного и диффузионного тепла;
4) относительную подъемную силу в неоднородном температурном поле;
5) отношение толщин динамического и температурного погранслоев.

20. Число Эйлера $\mathrm{Eu} = \Delta p / (\rho u^2)$ **характеризует …**

1) отношение сил инерции к силам вязкого трения;
2) безразмерный коэффициент теплоотдачи;
3) отношение конвективного и диффузионного тепла;
4) отношение перепада давления к удвоенному динамическому напору;
5) отношение толщин динамического и температурного погранслоев.

21. Циркуляция вязкой среды имеет турбулентную структуру…

1) при числе Рейнольдса $\mathrm{Re}>10^4$;
2) при числе Рейнольдса $\mathrm{Re}>10^3$;
3) при числе Пекле $\mathrm{Pe}>10^8$;
4) при числе Пекле $\mathrm{Pe}>100$;
5) при числе Прандтля $\mathrm{Pr}>10^4$.

22. Класс точности прибора характеризует…

1) максимально возможная абсолютная погрешность;
2) максимально возможную погрешность в процентах;
3) относительная погрешность;
4) диапазон шкалы прибора;
5) цена деления.

23. Методы системного анализа в машиностроении применяются для…

1) повышения производительности труда;
2) выбора оптимальной структуры объекта;
3) повышения качества продукции;
4) снижения брака;
5) для улучшения дизайна продукции.

24. К первичным научным документам *не* относятся:

1) монографии;
2) библиографические указатели;
3) диссертации;
4) патентная документация;
5) отчеты о научно-исследовательской работе.

25. К ученым званиям, характеризующим научную квалификацию, *не* относятся…

1) бакалавр;
2) магистр;
3) кандидат наук;
4) доктор наук.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. – 1976. – 280 с.

2. Бочкарев С.В., Цаплин А.И., Схиртладзе А.Г. Диагностика и надежность автоматизированных технологических систем ТНТ: учеб. пособие. – Старый Оскол, 2013. – 616 с.

3. Научные исследования в технологии машиностроения: учебное пособие / В.А. Ванин, В.Г. Однолько, С.И. Пестрецов, В.Х. Фидаров, А.Н. Колодин. – Тамбов. – Изд-во Тамбов. гос. техн. ун-та. – 2009. – 232 с.

4. Введение в математическое моделирование: учеб. пособие / П.В. Трусов [и др.]. – М.: Логос. – 2004. – 440 с.

5. Кравченко Д.В. Методология научных исследований в машиностроении: учебное пособие / под общей ред. Л.В. Худобина. – Ульяновск: Изд-во Ульян. гос. техн. ун-та. – 2012. – 78 с.

6. Крампит А.Г., Крампит Н.Ю. Методология научных исследований: учеб. пособие. – Томск: Изд-во Том. политехн. ун-та, 2008. – 164 с.

7. Кузёмкина Г.М. Основы научных исследований: пособие для студентов технических специальностей. – Гомель: Изд-во Белорус. гос. техн. ун-та, 2005. – 82 с.

8. Лудченко А.А., Лудченко Я.А., Примак Т.А. Основы научных исследований: учеб. пособие / под ред. А.А. Лудченко. – 2-е изд., стер. – Киев: Знания, 2001. – 113 с.

9. Любченко Е.А., Чуднова О.А. Планирование и организация эксперимента: учеб. пособие. – Владивосток: Изд-во тихоокеан. гос. экон. ун-та, 2010. – Ч. 1. – 156 с.

10. Спирин Н.А., Лавров В.В. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: конспект лекций (отдельные главы из учебника для вузов) / под общ. ред. Н.А. Спирина. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. техн. ун-та -УПИ, 2004. – 257 с.

11. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования. – М.: Либроком, 2010. – 280 с.

12. Ганжа О.А., Соловьева Т.В. Основы научных исследований: учеб. пособие. – Волгоград: Изд-во Волгоград. гос. архит.-строит. ун-та, 2013.

13. Основы научных исследований / Б.И. Герасимов, В.В. Дробышева, Н.В. Злобина [и др.] – М.: Форум, 2013. – 272 с.

14. Яшина Л.А. Основы научных исследований: учеб. пособие. – Сыктывкар: Изд-во Сыктывкар. гос. ун-та, 2007. – 71 с.

15. Сабитов Р.А. Основы научных исследований: учеб. пособие / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 2002. – 138 с.

16. Сидняев Н.И., Вилисова Н.Т. Введение в теорию планирования эксперимента: учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 463 с.

17. Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных: учеб. пособие. – М.: Юрайт, 2011. – 399 с. – Сер.: Магистр.

18. Сизый Ю.А., Сталинский Д.В. Основы научных исследований в технологии машиностроения: учеб. пособие. – Харьков, 2007. – 212 с.

19. Бойко Н.Г., Устименко Т.А. Теория и методы инженерного эксперимента: курс лекций. – Донецк: Изд-во Дон. нац. техн. ун-та, 2009. – 158 с.

20. Учебное электронное издание комбинированного распространения: 1 CD-диск. – Систем.: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; 2-скоростной дисковод CD-ROM; требования Adobe Reader 6.0. – Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. – URL: http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/ – Загл. с титул. экрана.

21. Цаплин А.И., Никулин И.Л. Моделирование теплофизических процессов и объектов в металлургии: учеб. пособие, Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 299 с.

22. Цаплин А.И. Теплофизика в металлургии: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 230 с.

23. Шкляр М.Ф. Основы научных исследований: учеб. пособие. – М.: Дашков и К°, – 2012. – 244 с.

24. Яворский В.А. Планирование научного эксперимента и обработка экспериментальных данных: учеб.-метод. пособие; Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т). – Долгопрудный, 2006. – 24 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Нормированная функция Лапласа $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2/2} \mathrm{d}t$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	58077	48124	48169

223

Окончание табл.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	49865	49865	49865	49865	49865	49865	49865	49865	49865	49865
3,1	49903	49903								
3,2	49931	49931								
3,3	49952									
3,4	49966									
3,5	49977									
3,6	49984									
3,7	49980									
3,8	49993									
3,9	49995									
4,0	499968									
4,5	499997									
5,0	499999									

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРИМЕР ПАТЕНТА НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2502974

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Патентообладатель(ли): ***федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Пермский национальный исследовательский политехнический университет" (RU)***

Автор(ы): ***см. на обороте***

Заявка № **2012129075**

Приоритет изобретения **10 июля 2012 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации ***27 декабря 2013 г.***

Срок действия патента истекает **10 июля 2032 г.**

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

(19) **RU** (11) **2 502 974** (13) **C1**

(51) МПК
G01M 15/00 (2006.01)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ

(21)(22) Заявка: 2012129075/28, 10.07.2012

(24) Дата начала отсчета срока действия патента:
10.07.2012

Приоритет(ы):
(22) Дата подачи заявки: 10.07.2012

(45) Опубликовано: 27.12.2013 Бюл. № 36

(56) Список документов, цитированных в отчете о поиске: RU 2118810 C1, 10.09.1998. RU 2234079 C2, 10.08.2004. RU 2079854 C1, 20.05.1997. SU 1688154 A1, 30.10.1991. SU 1605150 A1, 07.11.1990.

Адрес для переписки:
614990, Пермский край, г.Пермь-ГСП, Комсомольский пр-кт, 29, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, отдел правовой охраны РИД

(72) Автор(ы):
Бочкарев Сергей Васильевич (RU),
Цаплин Алексей Иванович (RU),
Овсянников Михаил Владимирович (RU),
Буханов Сергей Александрович (RU),
Петроченков Антон Борисович (RU),
Ташкинов Анатолий Александрович (RU),
Арбузов Игорь Александрович (RU),
Щенятский Дмитрий Валерьевич (RU)

(73) Патентообладатель(и):
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Пермский национальный исследовательский политехнический университет" (RU)

RU 2502974 C1

(54) СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

(57) Реферат:

Изобретение относится к области измерительной техники, в частности к способам диагностики технического состояния новой техники, не имеющих аналогов. Способ включает испытания объектов до выработки ими ресурса на рабочих режимах работы с определением времени наработки до отказа. Испытывают как минимум два объекта, ожидают отказа первого объекта и фиксируют момент времени его отказа, фиксируют времена наработок остальных испытываемых объектов в момент времени отказа первого объекта. На основе выборки по испытываемым объектам с соответствующими им временами отказа или наработок формируют статистический ряд, сортируемый по возрастанию времени наработки. По сформированному статистическому ряду определяют накопленные интенсивности отказов, затем выбирают функцию распределения, определяют значения ее параметров и рассчитывают гамма-процентные показатели ресурса, на основании которых определяют остаточный ресурс. Кроме того, определяют остаточный ресурс при отказе каждого последующего объекта для повышения точности определения остаточного ресурса. Технический результат заключается в определении остаточного ресурса вновь разрабатываемых и эксплуатируемых технических объектов, не имеющих аналогов, при ограниченном объеме их испытаний (эксплуатации). 1 з.п. ф-лы, 1 ил., 3 табл.

RU 2502974 C1

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

(19) **RU** (11) **2 502 974** (13) **C1**

(51) МПК
G01M 15/00 (2006.01)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(12) ФОРМУЛА ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

(21)(22) Заявка: **2012129075/28, 10.07.2012**

(24) Дата начала отсчета срока действия патента:
10.07.2012

Приоритет(ы):
(22) Дата подачи заявки: **10.07.2012**

(45) Опубликовано: **27.12.2013** Бюл. № **36**

(56) Список документов, цитированных в отчете о поиске: **RU 2118810 C1, 10.09.1998. RU 2234079 C2, 10.08.2004. RU 2079854 C1, 20.05.1997. SU 1688154 A1, 30.10.1991. SU 1605150 A1, 07.11.1990.**

Адрес для переписки:
614990, Пермский край, г.Пермь-ГСП, Комсомольский пр-кт, 29, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, отдел правовой охраны РИД

(72) Автор(ы):
**Бочкарев Сергей Васильевич (RU),
Цаплин Алексей Иванович (RU),
Овсянников Михаил Владимирович (RU),
Буханов Сергей Александрович (RU),
Петроченков Антон Борисович (RU),
Ташкинов Анатолий Александрович (RU),
Арбузов Игорь Александрович (RU),
Щенятский Дмитрий Валерьевич (RU)**

(73) Патентообладатель(и):
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Пермский национальный исследовательский политехнический университет" (RU)

RU 2502974 C1

(54) СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

(57) Формула изобретения

1. Способ определения остаточного ресурса технических объектов по многократным выборкам с переменной наработкой, включающий испытания объекта до выработки им ресурса на рабочих режимах работы с определением времени наработки до отказа, отличающийся тем, что проводят испытания как минимум двух объектов, ожидают отказа первого объекта и фиксируют момент времени его отказа T_1, фиксируют времена наработок остальных испытываемых объектов в момент времени T_1, на основе выборки по испытываемым объектам с соответствующими им временами отказа или наработок формируют статистический ряд, сортируемый по возрастанию времени наработки, по сформированному статистическому ряду определяют накопленные интенсивности отказов, затем выбирают функцию распределения, определяют значения ее параметров и рассчитывают гамма-процентные показатели ресурса, на основании которых определяют остаточный ресурс.

2. Способ по п.1, отличающийся тем, что определяют остаточный ресурс при отказе каждого последующего объекта для повышения точности определения остаточного ресурса.

Учебное издание

Цаплин Алексей Иванович

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Учебное пособие

Редактор и корректор *И.А. Мангасарова*

Подписано в печать 18.12.14. Формат 60×90/16.
Усл. печ. л. 14,25. Тираж 100 экз. Заказ № 243/2014.

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета.
Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.
Тел. (342) 219-80-33.