

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович  
Должность: И.о. ректора  
Дата подписания: 20.08.2023 22:13:03  
Уникальный программный ключ:  
2a04bb882d7edb7f479cb266eb4aaaaedebee849

**Т.А.Исмаилов, Х.М.Гаджиев,  
С.З.Магомедсаидова, А.С.Шкурко**

# **РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ ДИАГНОСТИКИ**



**Махачкала 2016**

УДК 621.396

ББК 32.973

Т.А.Исмаилов, Х.М.Гаджиев, С.З.Магомедсаидова, А.С.Шкурко  
Радиоэлектронные компоненты в автоматизированных системах  
диагностики. / – Махачкала: ФГБОУ ВО «ДГТУ», 2016. - 92 с.

В монографии изложены основы теории линейных непрерывных автоматических систем и принципы построения систем радиоавтоматики (систем частотной и фазовой автоподстройки и др.), широко используемых в радионавигации, радиолокации, радиосвязи и других областях радиоэлектроники.

Рассмотрены вопросы анализа и синтеза систем радиоавтоматики. Приведены примеры практического применения радиотехнических автоматических систем, а также примеры и задачи по теории линейных непрерывных автоматических систем.

Для инженеров и научных сотрудников, занимающихся проблемами радиоавтоматики. Может быть полезной для аспирантов и студентов вузов.

Рецензенты: д.ф.-м.н., профессор кафедры  
экспериментальной физики  
ФГБОУ ВПО «ДГУ»

Билалов Б.А.

д.т.н., профессор,  
зав. кафедрой БиМАС  
ФГБОУ ВО «ДГТУ»

Магомедов Д.А.

**ISBN 978-5-9906149-8-7**

Печатается согласно постановлению Ученого совета Дагестанского  
государственного технического университета от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ.....	6
1.1 Состав и структура систем радиоавтоматики.....	6
1.2 Классификация систем радиоавтоматики .....	11
ГЛАВА 2 ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ ОСНОВНЫХ СИСТЕМ РАДИО АВТОМАТИКИ.....	16
2.1 Системы автоматической подстройки частоты .....	16
2.1.1 Система частотной автоматической подстройки частоты .....	16
2.1.2 Система фазовой автоподстройки частоты .....	19
2.2 Следящие радиолокационные измерители.....	22
2.2.1 Угломерные следящие системы .....	22
2.2.2 Следящий дальномер.....	26
2.3 Системы автоматической регулировки усиления .....	29
2.4. Обобщенная следящая система РА. ....	32
ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ .....	36
3.1 Дифференциальное уравнение и операторный коэффициент передачи линейной системы .....	36
3.2 Преобразование Лапласа и передаточная функция.....	38
3.3 Преобразование Фурье и частотные характеристики .....	39
3.4 Определение передаточных функций систем радиоавтоматики	43
ГЛАВА 4 ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ.....	49
4.1 Дискриминаторы .....	49
4.1.1 Фазовые детекторы .....	49
4.1.2 Частотные дискриминаторы .....	51
4.1.3 Дискриминаторы радиолокационных следящих систем .....	54

4.2 Типовые динамические звенья .....	59
ГЛАВА 5. АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ .....	65
5.1 Анализ устойчивости .....	65
5.1.1 Постановка задачи и основные определения .....	65
5.1.2 Критерии устойчивости .....	68
5.1.3 Запасы устойчивости .....	71
5.2 Переходные процессы .....	73
5.3 Анализ точности слежения .....	75
5.4 Системы радиоавтоматики при случайных воздействиях .....	76
ГЛАВА 6. НЕЛИНЕЙНЫЕ И ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ РА .....	80
6.1 Нелинейные системы .....	80
6.2 Дискретные системы .....	82
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	89
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	90

## ВВЕДЕНИЕ

Одними из первых автоматические регуляторы были использованы в поплавковых регуляторах парового котла И.И. Ползунова (1765 г.) и затем в регуляторах скорости вращения машин Дж. Уатта (1784 г.). Все последующие годы работы велись по улучшению основных характеристик автоматических механизмов. Однако в 1876 году петербургский профессор И.А. Вышнеградский отметил, что увеличение точности работы механизмов ведет к его неустойчивой работе в динамическом режиме. Позднее он сформулировал критерий устойчивости систем третьего порядка.

Потребовалась разработка критериев устойчивости, развитие математики с целью описания процессов регулирования. Появился новый раздел математики – теория управления.

В радиотехнике системы автоматического регулирования были использованы в устройствах автоматической регулировки усиления в первых радиоприемниках. Радиоавтоматика (РА) как самостоятельный класс в науке обязана появлению такой науке как кибернетика. Выделение систем РА в самостоятельный класс обусловлено также и их особенностями, связанными с условиями работы в составе радиотехнических систем и систем радиоуправления. К особенностям работы данных систем относятся и обработка радиосигнала при действии различного рода помех. Надежность и качество работы систем РА определяет качество работы радиоаппаратуры и систем радиоуправления.

В современных радиотехнических устройствах различного назначения и системах радиоуправления широко используются автоматические системы, которые называются системами радиоавтоматики (системами РА). К числу таких систем относятся устройства фазовой (ФАПЧ) и частотной (АПЧ) автоподстройки частоты, автоматической регулировки усиления (АРУ), системы измерения координат движущихся объектов, измерители дальности, различные следящие системы устройств и систем радиоуправления.

Таким образом, изложение основ построения, метода анализа и проектирования систем радиоавтоматики применительно к радиотехническим устройствам и системам является актуальной задачей.

# ГЛАВА 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

В современных радиотехнических устройствах широко используются автоматические системы для самых различных целей: в радиоприемных устройствах, доплеровских системах измерения скорости подвижных объектов, устройствах частотной селекции сигналов, в системах радиолокации, навигации и радиоуправления

*Системы радиоавтоматики (РА)* - такие системы автоматического управления, которые непосредственно связаны с обработкой радиосигнала. Поскольку системы РА являются системами автоматического управления, то их теория основывается на общей теории автоматического управления, использует её методы и математический аппарат. Однако при этом необходимо учитывать ряд существенных особенностей, связанных с тем, что в системах РА осуществляется обработка радиосигналов: вид модуляции, наличие флуктуаций, действие внутренних шумов радиоприемного устройства и т. д.

## 1.1 Состав и структура систем радиоавтоматики

Рассмотрим типовую задачу автоматического управления. Пусть имеется какое-то устройство, состояние которого в каждый момент времени характеризуется физической величиной  $y(t)$ . Назовем это устройство *объектом управления (ОУ)* (рис. 1.1), а величину  $y(t)$  — *управляемой величиной*. Задача управления состоит в том, чтобы обеспечить требуемое изменение во времени управляемой величины  $y(t)$ , определяемое некоторой заданной функцией времени  $x(t)$ . Эта функция, называемая *задающим воздействием*, вырабатывается источником задающего воздействия.

Чтобы в процессе работы объекта управляемая величина

изменялась в соответствии с некоторым законом (правилом) управления, объект управления соединяют с *управляющим устройством УУ*. Оно вырабатывает *сигнал управления (управляющее воздействие)  $u(t)$* , приложенное к объекту управления и способное принудительно изменять величину  $y(t)$  нужным образом.

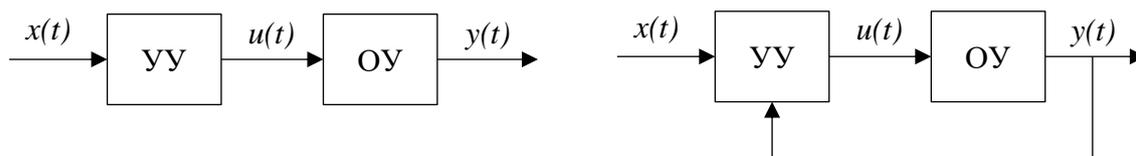


Рис. 1.1. Структура систем автоматического управления: а) разомкнутой; б) замкнутой.

Объект управления и управляющее устройство вместе образуют *систему автоматического управления* или просто *автоматическую систему*. При описании работы автоматической системы часто пользуются понятиями входа и выхода системы: говорят, что задающее воздействие  $x(t)$  действует на входе автоматической системы, а управляемая величина  $y(t)$  получается на выходе. Соответственно *задающее воздействие  $x(t)$*  называют *входной величиной*, а *управляемую величину  $y(t)$*  — *выходной величиной* автоматической системы. Часто также управляемую величину называют откликом системы на входное воздействие.

Например, в системе фазовой автоподстройки частоты объектом управления является генератор, частота колебаний напряжения которого (выходной сигнал системы) автоматически поддерживается на заданном уровне, определенном частотой входного сигнала. В системе автоматического сопровождения цели радиолокационной системы (РЛС) объектом управления является электромеханическое устройство — антенна РЛС, продольная ось которой автоматически следит за направлением на сопровождаемую цель. Угол отклонения продольной оси антенны от выбранного направления отсчета углов

определяет выходной сигнал системы автоматического сопровождения цели РЛС.

В зависимости от принципа формирования сигнала управления  $u(t)$  различают два основных вида систем РА: разомкнутые и замкнутые.

В *разомкнутых системах* (рис. 1.1, а) сигнал управления зависит только от управляющего воздействия:

$$u(t) = f(x). \quad (1.1)$$

В таких системах РА обеспечивается заранее заданная функциональная связь между управляющим воздействием и выходным сигналом. Из-за помех, действующих на систему, и неустойчивости устройств не удается получить высокую точность работы разомкнутых систем РА, поэтому их применяют редко.

В *замкнутых системах* или *в системах с обратной связью* (рис. 1.1,б) сигнал управления формируется на основании измерения управляющего воздействия и выходного сигнала:

$$u(t) = f(x, y_u). \quad (1.2)$$

Выражения (1.1) и (1.2) называют *алгоритмами* или *законами управления систем РА*. За счет обратной связи влияние на качество работы замкнутых РА помех и неустойчивости устройств в значительной степени компенсируется. Очевидно, что в разомкнутых системах такой компенсации не происходит, поэтому качество их работы, намного ниже, чем в замкнутых системах.

В радиотехнических устройствах большое распространение получили системы, в которых сигнал управления  $u(t)$  формируется по измеренному отклонению выходного сигнала от входного воздействия  $x(t)$ . Системы РА, построенные подобным образом, называют *системами, работающими по принципу отклонения или рассогласования*. Схема такой системы показана на рис. 1.2.

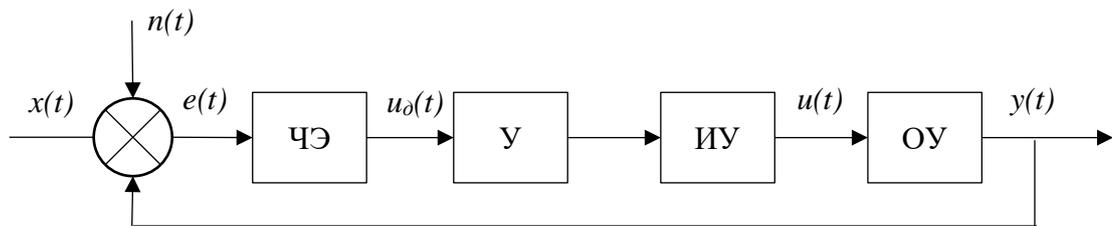


Рис. 1.2. Система с управлением по рассогласованию

Сигнал, поступающий с выхода системы на ее вход, называют *сигналом обратной связи*, разность

$$e(t) = x(t) - Y_{и}(t)$$

- *сигналом рассогласования* или *сигналом ошибки*, а устройство, измеряющее  $e(t)$ , *измерителем рассогласования*, который совместно с устройством управления образует регулятор системы РА.

Для выработки необходимого управляющего воздействия управляющее устройство должно получать информацию о соотношении величин  $y(t)$  и  $x(t)$  в каждый момент времени. Для этой цели служит входящий в состав системы управления *элемент сравнения ЭС* (рис. 1.2), который сравнивает величины  $y(t)$  и  $x(t)$  и вырабатывает разностную величину

$$e(t) = x(t) - y(t), \quad (1.3)$$

определяющую отклонение управляемой величины от заданного ее значения. Величину  $e(t)$  называют *рассогласованием* или *ошибкой системы управления*. Далее чувствительный элемент ЧЭ преобразует величину  $e(t)$  в пропорциональную ей другую физическую величину, удобную для усиления, например, в напряжение постоянного или переменного тока  $u_d(t)$ .

Помимо управляющего воздействия на вход систем воздействуют различные помехи  $n(t)$ , снижающие качество работы систем. Например, в системах автоматического сопровождения радиолокационного сигнала (РЛС) возникновение помех обусловлено флуктуациями сигнала из-за неоднородности диаграммы отражения

цели, а также перемещением центра отражения радиолокационного сигнала по цели.

Элемент сравнения и чувствительный элемент образуют измеритель рассогласования или *дискриминатор* автоматической системы и часто представляют собой одно целое в конструктивном отношении. Величина  $u_d(t)$  усиливается усилителем  $U$  и после усиления подводится к исполнительному устройству *ИУ*, которое вырабатывает управляющее воздействие  $u(t)$ , приложенное к объекту управления *ОУ* и изменяющее управляемую величину  $y(0)$  таким образом, чтобы свести к нулю рассогласование  $e(t)$ , определяемое выражением (1.3).

Объект управления работает в условиях изменения окружающей среды (температуры, давления, влажности и т.п.), колебаний напряжений источников питания. Влияние этих факторов в функциональной схеме учитывается введением случайного сигнала, который называют *возмущающим воздействием*.

Цепь, по которой управляемая величина  $y(t)$  поступает на вход элемента сравнения, называют цепью главной обратной связи (*ГОС*). Эта обратная связь является *отрицательной обратной связью*, так как передает управляемую величину на вход элемента сравнения с одновременным изменением ее знака на противоположный.

Замкнутые автоматические системы существуют в технике в виде различных автоматических систем управления: систем автоматического регулирования, следящих систем, вычислительных систем, компенсационных систем измерения, систем автоматического пилотирования, телеуправления, систем стабилизации, систем самонаведения и т. п.

Системы радиоавтоматики представляют собой специальный класс замкнутых автоматических систем, объектами управления которых являются радиотехнические устройства (следящие антенны, устройства временной задержки импульсов, управляемые генераторы гармонических колебаний и т. д.), а системы управления состоят из электрических, электромеханических и электронных устройств. Системы радиоавтоматики входят в состав более сложных

автоматических систем, таких, как системы радиоуправления беспилотными летательными аппаратами, системы управления воздушным движением в районе аэропортов, системы предупреждения столкновений в воздухе самолетов и т. п.

## 1.2 Классификация систем радиоавтоматики

Изучение принципа действия замкнутых автоматических систем показывает, что всякая автоматическая система состоит из некоторых типовых по их назначению в системе устройств или функциональных элементов: элемента сравнения, чувствительного элемента, усилительного устройства, исполнительного устройства и объекта управления. Кроме того, для улучшения качества работы автоматических систем в их состав вводят корректирующие устройства. Каждый функциональный элемент представляет собой более или менее сложное устройство, состоящее из одного или нескольких более простых самостоятельных устройств, называемых *элементами автоматики*. Элементы автоматики характеризуются их назначением, принципом действия, устройством (конструкцией) и электрической схемой. Каждый элемент автоматики имеет вход и выход и характеризуется его входной и выходной величинами. Например, входной величиной усилителя напряжения является электрическое напряжение, выходной — также напряжение; входной величиной исполнительного электродвигателя является напряжение, подводимое к его обмотке управления, выходной величиной — скорость вращения его ротора и т. д.

Математическое выражение, связывающее выходную величину элемента автоматики с его входной величиной, определяет собой тип *звена*, к которому относится данный элемент. При этом различают два случая: *статическое звено*; *динамическое звено*.

*Динамическими системами (звеньями)* называются устройства, выходной сигнал которых определяется не только величиной входного

сигнала в данный момент времени, но и «предысторией» (т.е. предыдущими значениями) его.

Таким образом, динамические системы - это системы с «памятью», поэтому их часто называют *инерционными* устройствами. Динамические элементы (системы) автоматики описываются дифференциальными уравнениями.

*Статическое звено* - это устройство без «памяти», выходной сигнал которого определяется только величиной входного сигнала в данный момент времени. Статические элементы описываются алгебраическим уравнением.

*Классификация систем радиоавтоматики по характеру внутренних динамических процессов.* Всякая автоматическая система представляет собой соединение отдельных элементов (звеньев). Поэтому динамические процессы в каждом звене отражаются на характере динамических процессов в автоматической системе в целом. Математически это обстоятельство находит свое выражение, в том, что динамические процессы в автоматической системе описываются всей совокупностью уравнений звеньев, входящих в состав этой системы, или одним уравнением, полученным из системы уравнений звеньев.

В зависимости от характера динамических процессов и соответственно от вида уравнений, описывающих эти процессы, звенья и системы разделяют на следующие группы.

*Системы непрерывного и дискретного действия.* Звенья, непрерывным изменениям входной величины которых соответствуют непрерывные изменения выходной величины, называют звеньями непрерывного действия. Процессы в таких звеньях описываются дифференциальными уравнениями. Помимо звеньев непрерывного действия в автоматических системах используются также звенья дискретного действия. Непрерывным изменениям входной величины звена дискретного действия соответствуют дискретные, скачкообразные изменения его выходной величины. Динамические процессы в звеньях дискретного действия описываются разностными уравнениями.

Автоматические системы, состоящие лишь из звеньев

непрерывного действия, являются системами непрерывного действия. Процессы в таких системах описываются дифференциальными уравнениями. Если же в составе автоматической системы имеется хотя бы одно звено дискретного действия, то система в целом становится системой дискретного действия и процессы в ней описываются разностными уравнениями.

*Системы линейные и нелинейные.* Звенья, процессы в которых описываются линейными (алгебраическими, дифференциальными или разностными) уравнениями, называют линейными звеньями. Звенья, процессы в которых описываются нелинейными уравнениями, называют нелинейными звеньями.

Автоматические системы, в состав которых входят лишь линейные звенья, являются линейными системами. Процессы в линейных автоматических системах описываются линейными уравнениями. Если же автоматическая система содержит хотя бы одно нелинейное звено, то система является нелинейной системой и процессы в ней описываются нелинейным (дифференциальным или разностным) уравнением.

*Системы стационарные и нестационарные.* Элементы автоматических систем, параметры которых не изменяются в процессе работы автоматической системы, называют звеньями с постоянными параметрами или стационарными звеньями. Постоянство параметров таких звеньев находит свое математическое выражение в постоянстве коэффициентов уравнений, описывающих процессы в этих звеньях. Поэтому стационарным звеньям соответствуют уравнения с постоянными коэффициентами.

Помимо стационарных звеньев в автоматических системах часто встречаются звенья нестационарные, т. е. такие устройства, параметры которых изменяются в процессе работы автоматической системы.

Если автоматическая система состоит лишь из стационарных звеньев, то она сама является стационарной системой и ей соответствует уравнение с постоянными коэффициентами. В случае же, когда в составе автоматической системы имеется хотя бы одно нестационарное звено, система в целом является системой

нестационарной и ей соответствует уравнение с переменными коэффициентами.

*Системы с распределенными параметрами и системы с сосредоточенными параметрами.* Если в составе автоматической системы имеются устройства типа длинных линий, волноводов и т. д., т. е. устройства, в которых имеет место явление распространения процесса, то такие системы описываются дифференциальными уравнениями в частных производных и называются системами с распределенными параметрами. Если же подобные устройства в автоматической системе отсутствуют, то система описывается обыкновенным дифференциальным уравнением и называется системой с сосредоточенными параметрами.

Целесообразность классификации автоматических систем по характеру динамических процессов в них состоит в том, что методы решения уравнений различных типов, соответствующих рассмотренным классам автоматических систем, различны, как и методы исследования автоматических систем разных классов. Установление принадлежности исследуемой системы к тому или иному классу позволяет выбрать адекватный метод анализа или синтеза этой системы.

Частным, но широко распространенным видом систем автоматического управления являются *системы автоматического регулирования (САР).*

В зависимости от характера задающего воздействия САР делятся на три вида: *системы стабилизации, системы программного регулирования (управления) и следящие системы.*

В *системах стабилизации* задающее воздействие (входной сигнал) - постоянная величина. К ним относятся, например, системы стабилизации напряжения, либо частоты.

В *системах программного регулирования (управления)* задающее воздействие (входной сигнал) изменяется по заранее известному закону; например, система управления антенной РЛС в режиме поиска.

В *следящих системах* задающее воздействие тоже изменяется, но закон изменения заранее не известен, поэтому рассматривается как

случайная функция. Задающее воздействие поступает на систему извне и задачей системы является обеспечение слежения выходной величиной объекта за изменяющейся задающей величиной так, чтобы все время поддерживалось равенство  $y(t) = x(t)$ . Примером такой системы является система автосопровождения цели РЛС. Следящие системы являются наиболее распространенным типом систем радиоавтоматики, к ним относятся системы АПЧ, ФАП, следящие радиолокационные измерители (дальномер, угломер). Поэтому далее основное внимание будет уделяться именно следящим радиотехническим системам.

В современных радиотехнических устройствах важную группу составляют *цифровые системы*, в состав которых входят вычислительные машины или элементы этих машин. С точки зрения математического описания цифровые системы РА являются дискретными нелинейными.

Кроме того, системы радиоавтоматики классифицируются на *адаптивные* и *неадаптивные*. Адаптивные, или самоприспосабливающиеся, системы обладают способностью приспосабливаться к изменению внешних условий работы, а также улучшать свою работу по мере накопления опыта. Неадаптивные, или, как их еще называют, обыкновенные, системы такой способностью не обладают. Они имеют постоянную настройку.

## ГЛАВА 2 ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ ОСНОВНЫХ СИСТЕМ РАДИО АВТОМАТИКИ

### 2.1 Системы автоматической подстройки частоты

Системы *автоматической подстройки частоты* (АПЧ) применяются в радиоприемных устройствах, доплеровских системах измерения скорости подвижных объектов, устройствах частотной селекции сигналов. Они используются для стабилизации частоты генерируемых колебаний, в качестве демодуляторов ЧМ- и ФМ-колебаний, узкополосных фильтров и т.д. Различают два класса систем АПЧ: системы *частотной автоподстройки* (ЧАП) и системы *фазовой автоподстройки* (ФАП).

#### 2.1.1 Система частотной автоматической подстройки частоты

Рассмотрим систему *частотной автоматической подстройки* (ЧАП) на примере системы АПЧ супергетеродинного радиоприемного устройства, предназначенной для поддержания постоянства промежуточной частоты сигнала (рис.2.1).

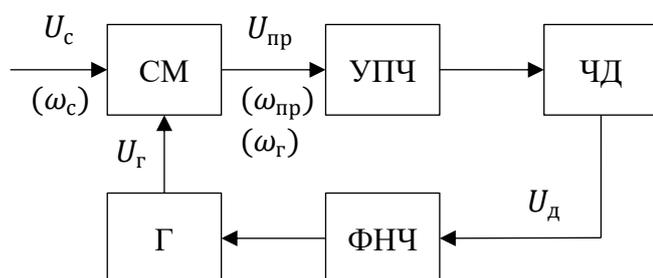


Рис. 2.1. Функциональная схема АПЧ.

Входной сигнал - напряжение  $u_c(t)$  частотой  $\omega_c$  - преобразуется в смесителе (СМ) в напряжение промежуточной частоты  $\omega_{пр}$ , усиливается усилителем промежуточной частоты (УПЧ) и подается на частотный дискриминатор (ЧД). Если промежуточная частота сигнала отличается на  $\Delta\omega$  от ее номинального значения (*переходная частота ЧД*), равного центральной частоте УПЧ, то на выходе ЧД возникает напряжение, значение и знак которого зависят от значения и знака отклонения промежуточной частоты  $\Delta\omega$ . Напряжение с ЧД через фильтр нижних частот (ФНЧ) подается на гетеродин (Г) (перестраиваемый генератор), частота сигнала которого перестраивается таким образом, что отклонение уменьшается, в результате чего промежуточная частота с заданной точностью оказывается равной центральной частоте УПЧ  $\omega_{про}$ .

Рассмотрим основные соотношения, определяющие точность работы системы АПЧ в установившемся режиме, полагая для простоты, что коэффициент передачи ФНЧ равен единице.

Отклонение промежуточной частоты сигнала  $\omega_{про}$  от ее номинального значения

$$\Delta\omega = \omega_{пр} - \omega_{про} = \Delta\omega_c - \Delta\omega_r, \quad (2.1)$$

где  $\omega_{пр} = \omega_c - \omega_r$ ;  $\omega_c = \omega_{c0} + \Delta\omega$  - частота входного сигнала;  $\omega_r = \omega_{r0} + \Delta\omega_r$  - частота сигнала гетеродина;  $\Delta\omega_c, \Delta\omega_r$  - отклонения частот входного сигнала и гетеродина от номинальных значений  $\Delta\omega_{c0}, \Delta\omega_{r0}$

Напряжение на выходе ЧД является функцией отклонения промежуточной частоты от номинального значения:

$$u_{чд} = F(\Delta\omega) \quad (2.2)$$

Зависимость  $F(\Delta\omega)$  называют *дискриминационной характеристикой* (рис.2.2). При малых значениях  $\Delta\omega$  дискриминационная характеристика линейна и выражение (2.2) принимает вид

$$u_{чд} = k_{чд}\Delta\omega, \quad (2.3)$$

где  $k_{чд}$  коэффициент передачи ЧД (крутизна дискриминационной характеристики).

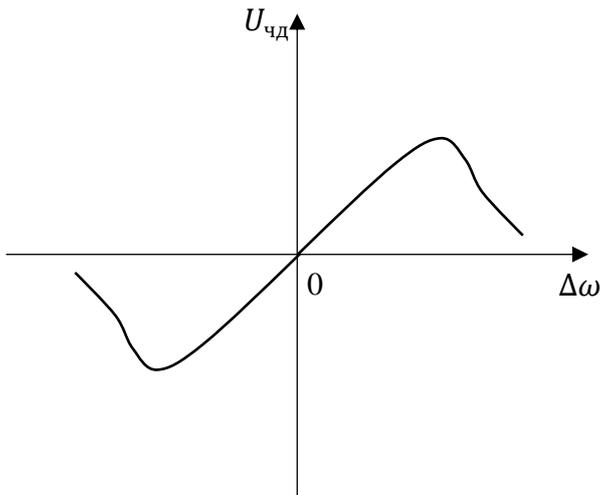


Рис.2.2. Дискриминационная характеристика ЧД

Под действием напряжения, снимаемого с ЧД, частота сигнала гетеродина перестраивается на величину

$$\Delta\omega_{\Gamma} = k_{\Gamma} u_{\text{чд}} \quad (2.4)$$

где  $k_{\Gamma}$  — коэффициент передачи гетеродина.

Из выражений (2.1), (2.3) и (2.4) следует, что ошибка регулирования промежуточной частоты в системе АПЧ

$$\Delta\omega = \frac{1}{1+k} \Delta\omega_{\Gamma} \quad (2.5)$$

где  $k = k_{\text{чд}} k_{\Gamma}$  — коэффициент передачи системы АПЧ.

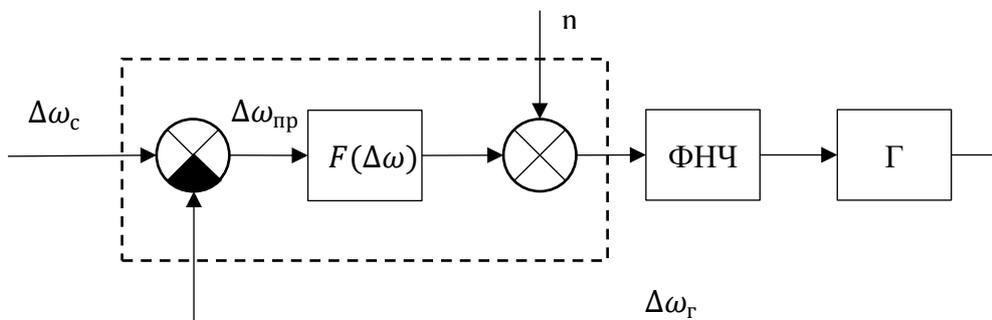


Рис. 2.3. Структурная схема системы АПЧ

По соотношениям (2.1) — (2.4) на рис. 2.3 построена *структурная схема* системы АПЧ относительно отклонений от их номинальных значений. На схеме указаны возмущающие воздействия, влияющие на точность работы системы АПЧ:  $n(t)$  - флуктуационная составляющая напряжения, поступающего с частотного дискриминатора;  $\delta\omega_r$  — нестабильность частоты гетеродина.

*Замечание.* В теории автоматического управления *структурная схема* является графической формой представления математического описания системы: каждой математической операции, описывающей процесс управления, здесь ставится в соответствие определённое звено.

### 2.1.2 Система фазовой автоподстройки частоты

Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) применяются в радиоприемных устройствах, перестраиваемых по частоте генераторах высокостабильных колебаний и других устройствах. Функциональная схема системы ФАПЧ показана на рис. 2.4. Система стабилизирует частоту подстраиваемого генератора (ПГ) по сигналу высокостабильного эталонного генератора (ЭГ).

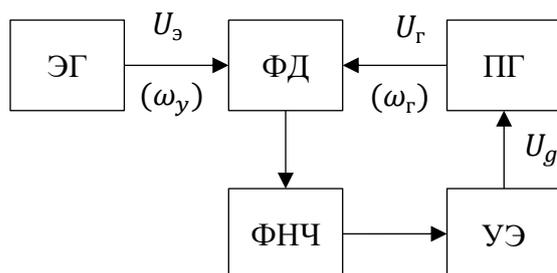


Рис. 2.4. Функциональная схема системы ФАПЧ.

Объектом управления в системе ФАПЧ является ПГ, частота колебаний (или фаза) которого изменяется в зависимости от напряжения, вырабатываемого управляющим элементом (УЭ). Частота напряжения ПГ является выходным сигналом системы ФАПЧ. На систему действует напряжение от эталонного генератора с частотой  $\omega_{\text{э}}$ , этот сигнал является управляющим воздействием.

Измерителем рассогласования является фазовый детектор (ФД), выходной, сигнал которого является нелинейной периодической функцией разности фаз сигналов, подаваемых от ЭГ и ПГ. Сигнал с ФД через фильтр нижних частот (ФНЧ) подается на УЭ, который перестраивает частоту ПГ, приближая ее к частоте ЭГ. В установившемся режиме в системе устанавливается постоянная разность фаз между напряжениями  $u_{\text{э}}$  и  $u_{\text{г}}$ , при этом напряжение на выходе ФД также будет постоянным, в результате чего частота сигнала с ПГ окажется равной частоте сигнала с ЭГ.

Начальное рассогласование частот от ЭГ и ПГ

$$\Delta\omega_c = \omega_{\text{э}} - \omega_{\text{гн}}, \quad (2.6)$$

где  $\omega_{\text{гн}}$  - начальная частота сигнала ПГ.

После включения системы ФАПЧ частота сигнала ПГ

$$\omega_{\text{г}} = \omega_{\text{гн}} + \omega_{\text{гу}}. \quad (2.7)$$

Составляющая  $\omega_{\text{гу}}$  возникает из-за перестройки частоты ПГ и определяется выражением

$$\omega_{\text{гу}} = k_{\text{г}} k_{\text{уэ}} u_{\text{фд}} = k_{\text{г}} k_{\text{уэ}} F(\varphi) k_{\text{д}} \quad (2.8)$$

где  $k_{\text{г}}$  - коэффициент передачи ПГ по частоте;  $k_{\text{уэ}}$  - коэффициент передачи УЭ;  $k_{\text{д}}$  - коэффициент, равный максимальному напряжению на выходе ФД;  $\varphi$  - разность фаз напряжений ЭГ и ПГ.

Для простоты принято, что ФНЧ отсутствует и напряжение с ФД подается на УЭ. Величина

$$\omega_{\text{уд}} = k_{\text{г}} k_{\text{уэ}} k_{\text{д}}, \quad (2.9)$$

имеющая размерность круговой частоты, определяет максимальное допустимое начальное рассогласование частот  $\Delta\omega_{\text{н}}$ , которое может быть скомпенсировано в системе ФАПЧ, эту величину называют *полосой удержания системы*. С учетом выражений (2.8) и (2.9) частота

сигнала с ПГ (2.7) оказывается равной

$$\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma H} k_{\text{уд}} F(\varphi) \quad (2.10)$$

Разность фаз сигналов с ЭГ и ПГ определяется выражением

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t (\omega_{\text{э}} - \omega_{\Gamma}) dt, \quad (2.11)$$

где  $\varphi_0$  - начальное значение разности фаз, из последнего выражения следует, что

$$\varphi = \omega_{\text{э}} - \omega_{\Gamma}. \quad (2.12)$$

В установившемся режиме разность фаз  $\varphi$  - постоянная величина, поэтому частота сигнала ПГ равна частоте сигнала ЭГ, т.е. ошибка стабилизации частоты сигнала ПГ равна нулю.

Подставив в выражение (2.12) формулу (2.20), получим нелинейное дифференциальное уравнение для системы ФАПЧ:

$$\varphi + \omega_{\text{уд}} F(\varphi) = \Delta\omega_{\text{H}} \quad (2.13)$$

Уравнение (2.13) является основным дифференциальным уравнением системы ФАПЧ; из этого уравнения следует, что в любой момент времени алгебраическая сумма разности частот  $\omega_{\text{э}} - \omega_{\Gamma}$  и расстройки является постоянной величиной, равной начальному рассогласованию частот сигналов ЭГ и ПГ.

Уравнениям (2.6) - (2.12) соответствует структурная схема системы ФАПЧ, изображенная на рис. 2.5. Блок  $1/p$  позволяет выполнить операцию интегрирования, соответствующую выражению (2.11). возмущение  $n(t)$  учитывает влияние на качество работы системы флуктуационной составляющей напряжения, а воздействие  $\delta\omega_{\Gamma}$  влияние нестабильности частоты ПГ.

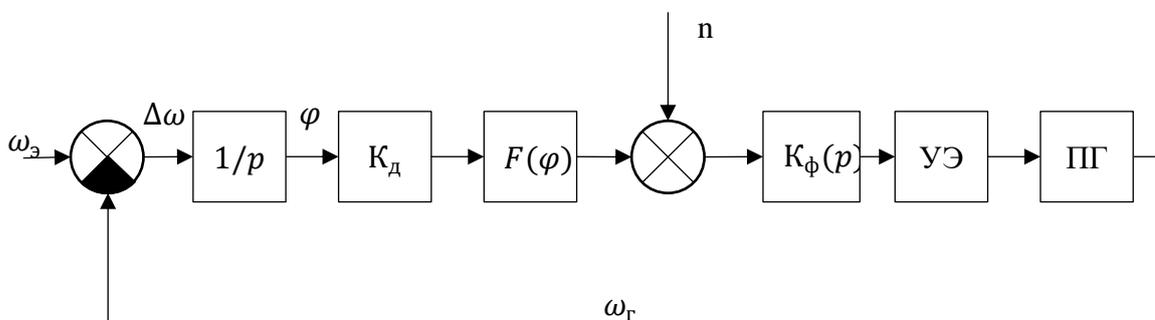


Рис. 2.5. структурная схема системы ФАПЧ.

## 2.2 Следящие радиолокационные измерители

### 2.2.1 Угломерные следящие системы

Системы *автоматического слежения за направлением* прихода радиосигнала (*система АСИ; следящий угломер*) широко используются в радиолокации, радионавигации, радиоуправлении для измерения угловых координат источника сигнала. Поэтому их часто называют *угломерными следящими системами*. Благодаря использованию антенн с узкими диаграммами направленности рассматриваемые системы осуществляют также пространственную фильтрацию полезного сигнала на фоне мешающих сигналов, идущих из других точек пространства.

Функциональная схема системы углового сопровождения показана на рис. 2.6. В ее состав входят: пеленгационное устройство, фильтр (ФНЧ), усилитель (У) и исполнительное устройство (ИУ).

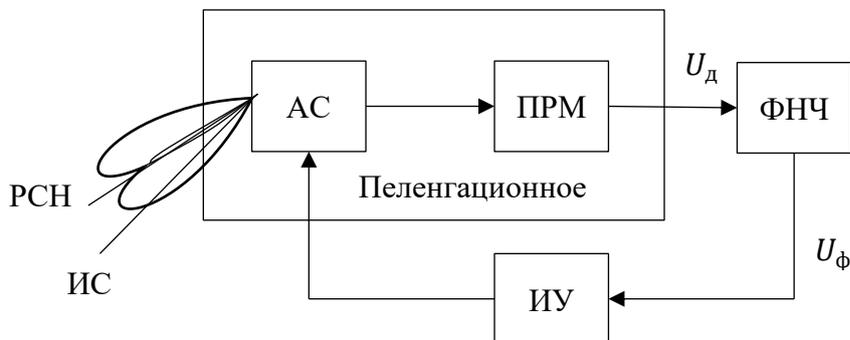


Рис. 2.6. Функциональная схема следящего угломера.

*Пеленгационное устройство*, играющее роль *углового дискриминатора*, состоит из антенны и приемника, в котором проводится обработка принятого радиосигнала. При отклонении источника сигнала (ИС) от некоторого направления, задаваемого диаграммой направленности (ДН) антенны, например, её осью или равносигнальным направлением (РСН), на выходе пеленгационного

устройства появляется напряжение  $u_R(t)$ , зависящее от величины и знака этого отклонения. Напряжение  $u_R(t)$  далее фильтруется, усиливается и воздействует на исполнительное устройство. Исполнительное устройство изменяет положение антенны или состояние ее отдельных элементов так, что равносигнальное направление антенны смещается в пространстве и исходное угловое рассогласование между ним и направлением на источник сигнала уменьшается.

Составим уравнения, описывающие поведение угломерной следящей системы, рассматривая для простоты случай движения в одной плоскости. Обозначим угловые положения источника сигнала и равносигнального направления антенны, измеренные в некоторой опорной системе координат, соответственно через  $\theta_{\text{и}}$  и  $\theta_{\text{а}}$ . Тогда угловое рассогласование  $\theta$  между ними, выявляемое угловым дискриминатором (пеленгатором), равно

$$\theta = \theta_{\text{и}} - \theta_{\text{а}}. \quad (2.14)$$

Пеленгатор, как правило, является устройством безынерционным по отношению к изменению угла  $\theta$ . Напряжение на его выходе, содержащее детерминированную составляющую  $M[u_a(t)] = F(\theta)$  и флуктуационную составляющую  $U(t, \theta)$ , можно записать в виде

$$u_R(t) = F(\theta) + U(t, \theta). \quad (2.15)$$

Зависимость  $F(\theta)$  детерминированной составляющей выходного напряжения пеленгатора от рассогласования  $\theta$ , являющуюся дискриминационной характеристикой пеленгатора, часто называют также *пеленгационной характеристикой*.

Преобразование напряжения  $u_d(t)$  фильтром с операторным коэффициентом передачи  $k_{\text{ф}}(p)$  описывается выражением

$$u_{\text{ф}} = k_{\text{ф}}(p) u_d(t). \quad (2.16)$$

В случае необходимости к фильтру может быть отнесено звено, учитывающее инерционные свойства пеленгатора.

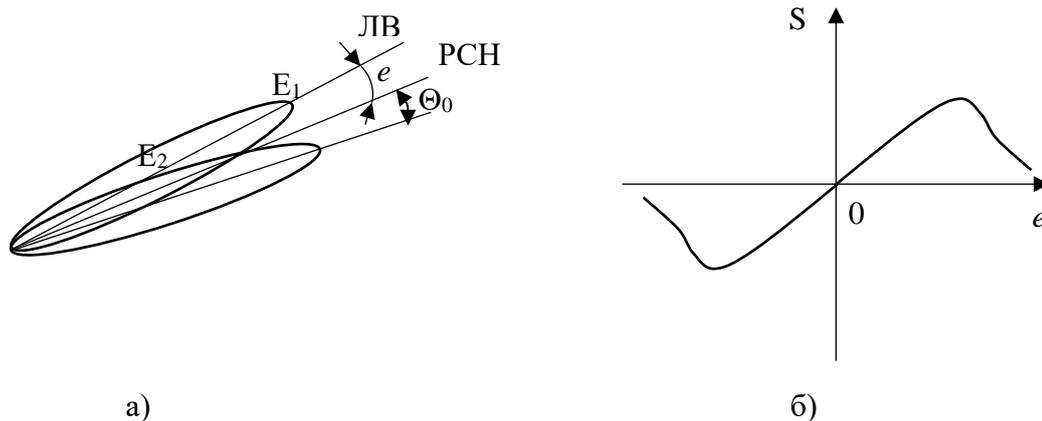


Рис. 2.7. К. определению пеленгационной характеристики РЛС:  
а - диаграмма направленности; б - пеленгационная характеристика.

Исполнительное устройство, изменяющее положение равносигнального направления антенны, может быть электромеханическим, гироскопическим или электронным. Если смещение равносигнального направления достигается изменением положения зеркала антенны, то в качестве исполнительного устройства часто используется электродвигатель переменного или постоянного тока. При электрическом управлении диаграммой направленности антенны, например, в фазированных антенных решетках, применяются электронные исполнительные устройства.

Элементы исполнительного устройства могут иметь в общем случае нелинейные характеристики, связанные с наличием зоны нечувствительности, люфтом, ограничением, нелинейностью регулировочных характеристик. Без учета указанных нелинейностей, которые обычно стремятся сделать малыми, исполнительное устройство можно считать линейным и описать уравнением

$$\theta_a(t) = k_{\text{нy}}(p)u_{\text{ф}}(t), \quad (2.17)$$

в котором  $k_{\text{нy}}(p)$  — операторный коэффициент передачи исполнительного устройства.

Структурная схема системы АСН, соответствующая этим уравнениям, приведена на рис. 2.8. Она близка к структурным схемам

рассмотренных ранее.

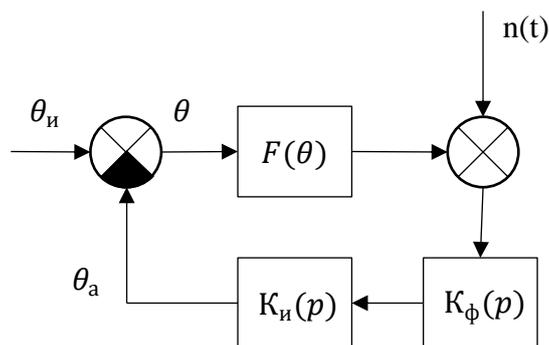


Рис. 2.8. Структурная схема АСН.

Система автосопровождения работает в условиях действия ряда возмущающих воздействий (помех), основными из которых являются следующие: флуктуация отраженного от цели радиолокационного сигнала, угловой шум, обусловленный перемещением по цели центра отражения сигнала (блуждание блестящей точки), шум первых каскадов приемника. Эти возмущающие воздействия снижают точность работы системы автосопровождения. На структурной схеме системы эти воздействия учитываются введением возмущающего воздействия  $n(t)$ .

Регулируемым параметром в системе автосопровождения цели является угол отклонения оси ДН (РСН) антенны РЛС  $\theta_a$  от некоторого исходного направления, а управляющим воздействием (входным сигналом) - угол отклонения линии визирования  $\theta_i$ . Объект управления - антенна РЛС, состояние которой (угол отклонения) должно изменяться так, чтобы продольная ось ДН антенны с необходимой точностью была направлена на сопровождаемую цель.

Для этого в антенне РЛС формируются одновременно в каждой из плоскостей две остронаправленные перекрещивающиеся диаграммы направленности. Диаграммы разнесены относительно равносигнального направления (РСН) на постоянный угол  $\theta_0$ . Если линия визирования отклонена от РСН на угол  $\theta$ , который является сигналом рассогласования в системе автосопровождения, то сигналы, принятые по каждой из диаграмм направленности, будут различными.

Разность амплитуд принятых сигналов пропорциональна углу отклонения линии визирования от РСН.

### 2.2.2 Следящий дальномер

Для выделения импульсного периодического сигнала на фоне помех в радиолокационных и навигационных устройствах, системах радиоуправления и связи применяются *системы слежения за временным положением импульсов (системы АПВ — автоподстройки времени)*. В радиолокационных станциях (РЛС) они применяются для измерения дальности до выбранной цели, поэтому получили название *системы автосопровождения по дальности (ЛСД) или следящий дальномер*.

Принцип работы дальномера базируется на измерении временного сдвига между зондирующими импульсами, следующими через интервал времени  $T$ , и импульсами, отраженными от цели. Отраженные от цели импульсы искажены шумами, поэтому непосредственное измерение дальности по времени задержки связано с большими ошибками. Для повышения точности измерения в дальномере формируются *следящие импульсы*, временное положение которых относительно зондирующих импульсов оказывается пропорциональным дальности до цели и незначительно зависит от шумов.

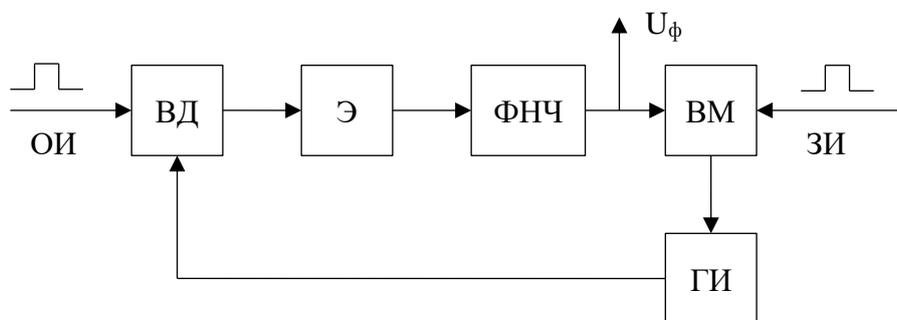


Рис. 2.9. Функциональная схема дальномера.

На рис. 2.9 приведена упрощенная функциональная схема дальномера импульсной РЛС. В режиме измерения дальности отраженный от цели импульс (ОИ) через приемник поступает на временной дискриминатор (ВД), на второй вход которого с генератора импульсов (ГИ) подаются два следующих друг за другом следящих импульса. Во временном дискриминаторе вырабатывается напряжение, пропорциональное рассогласованию временного положения отраженного импульса относительно оси симметрии следящих импульсов:

$$u = k_d(t_R - t_{И}) = k_d \Delta t$$

где  $\Delta t$  - рассогласование по времени между отраженным и следящими импульсами;  $t_R = 2R/c$  - время задержки следящих импульсов;  $R$  - измеряемая дальность;  $c$  - скорость света.

На рис. 2.10 приведены эпюры напряжения, поясняющие принцип работы временного дискриминатора. Если временное рассогласование  $\Delta t$  не равно нулю, то во временном дискриминаторе вырабатываются два импульса, длительности которых

$$\tau_1 = \tau/2 - \Delta t; \tau_2 = \tau/2 + \Delta t, \quad (2.18)$$

где  $\tau$  - длительность отраженного импульса.

Импульсы с длительностями  $\tau_1$  и  $\tau_2$  детектируются и вычитаются, разность полученных напряжений является выходным напряжением временного дискриминатора  $u_d$ . На каждом периоде измерения дальности напряжение с выхода временного дискриминатора фиксируется экстраполятором (Э) и сбрасывается до нуля перед приходом следующей пары следящих импульсов. Напряжение с Э через ФНЧ подается на временной модулятор (ВМ), который зондирующим импульсом (ЗИ), задержанным на время, пропорциональное сигналу с ФНЧ, запускает ГИ, формирующий два следящих импульса. Таким образом, образуется замкнутый контур, в котором рассогласование сводится к минимальному значению, определяющему ошибку измерения дальности.

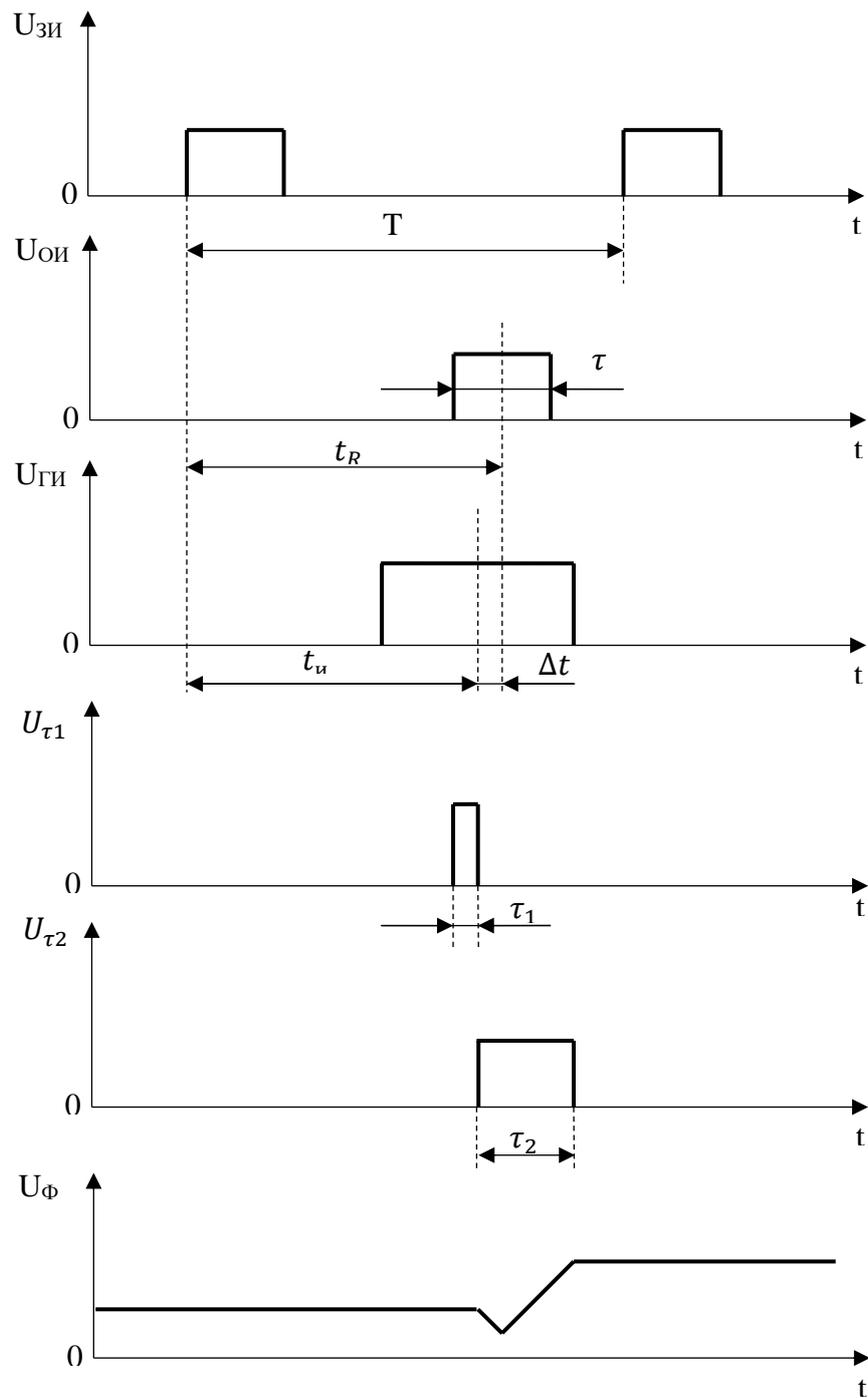


Рис. 2.10. Эпюры напряжений временного дискриминатора.

Для повышения точности работы в ФНЧ дальномера включают интегратор, при этом рассогласование  $\Delta t$  при измерении постоянного значения дальности сводится к нулю, а напряжение на выходе ФНЧ в установившемся режиме пропорционально измеряемой дальности:

$$u_{\phi} = \frac{1}{k_{\text{ВМ}}} t_c = \frac{1}{k_{\text{ВМ}}} \frac{2R}{c} \quad (2.19)$$

где  $k_{\text{ВМ}}$  - коэффициент передачи временного модулятора.

Описанные процессы поясняют работу дальномера импульсной РЛС когда информация об измеряемой дальности может быть получена только в дискретные моменты времени, отстоящие на период повторения, поэтому рассмотренный дальномер относится к классу импульсных систем РА.

На рис. 2.11 показана структурная схема дальномера, в которой ключ характеризует импульсный характер сигнала, а звено с характеристикой  $F(\Delta t)$  соответствует временному дискриминатору;  $n(t)$  - случайная помеха, ухудшающая качество работы дальномера.

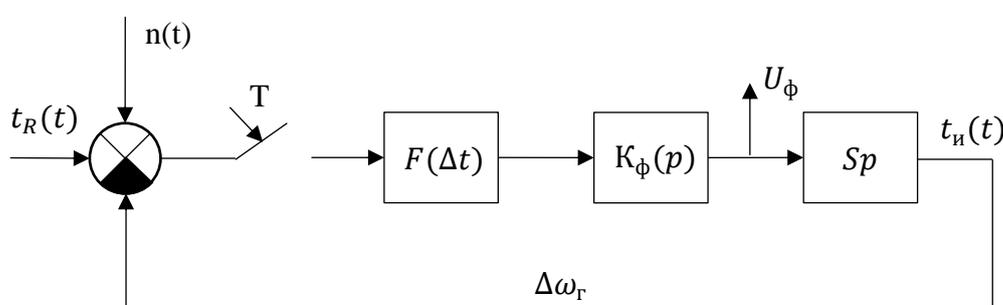


Рис. 2.11. Структурная схема дальномера.

### 2.3 Системы автоматической регулировки усиления

Системы *автоматической регулировки усиления* (АРУ) широко применяются в радиоприемных устройствах различного назначения, они предназначены для стабилизации уровня сигнала на выходе усилителей при большом динамическом диапазоне изменения входного сигнала, достигающим, например, в радиолокационных приемниках 60 - 100 дБ. При таком диапазоне изменения входного сигнала и отсутствии системы АРУ нарушается нормальная работа приемных устройств, что проявляется в перегрузке последующих каскадов приемника. В системах автоматического сопровождения

цели РЛС перегрузка каскадов приемника приводит к искажению амплитудной модуляции, к снижению коэффициентов усиления, вплоть до срыва сопровождения. В системах стабилизации частоты большой динамический диапазон изменения сигнала вызывает изменение крутизны дискриминационной характеристики, что резко снижает качество работы системы.

Системы АРУ делятся на три основных типа: 1) с обратной связью (с обратным действием); 2) без обратной связи (прямого действия); 3) комбинированные.

Существуют одно- и многопетлевые системы, АРУ с непрерывной и цифровой регулировкой.

Функциональная схема системы АРУ с обратной связью показана на рис. 2.12. Входное напряжение  $u_{вх}(t)$  поступает на усилитель (У) с регулируемым коэффициентом усиления. Выходное напряжение этого усилителя детектируется, после чего суммируется с напряжением задержки  $u_з$ . Суммарное напряжение  $u_c$  усиливается усилителем постоянного тока (УПТ) и подается на фильтр нижних частот (ФНЧ). Напряжение с ФНЧ  $u_y$  используется для регулировки коэффициента усиления входного сигнала. Зависимость коэффициента усиления усилителя входного сигнала от управляющего напряжения называют *регулирующей характеристикой*. В общем случае эта характеристика нелинейная, однако, приближенно она может быть заменена линейной зависимостью вида

$$k(u_y) = k_0 - \alpha u_y, \quad (2.20)$$

где  $k_0$  — коэффициент усиления при управляющем напряжении, равном нулю;  $\alpha$  - крутизна регулировочной характеристики.

Изменение коэффициента усиления может быть достигнуто различными способами: путем включения управляемого аттенюатора, изменением крутизны характеристик электронных приборов и др.

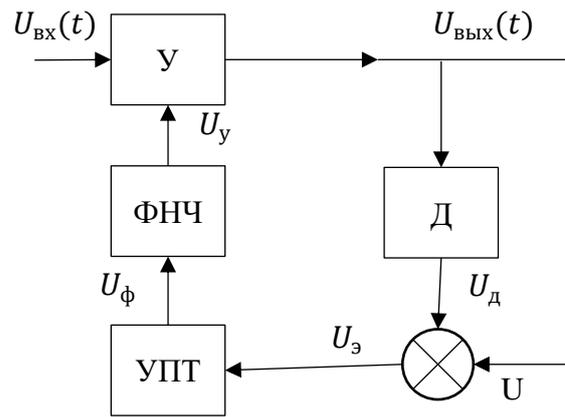


Рис 2.12. Функциональная схема АРУ.

Эффект стабилизации уровня выходного напряжения  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  достигается за счет того, что с ростом уровня  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  увеличивается и управляющее напряжение  $u_y$ , под действием которого уменьшается коэффициент усиления усилителя входного сигнала, что приводит к снижению уровня выходного сигнала.

Для того чтобы не снижать усиление при слабых входных сигналах и начать управление коэффициентом усиления усилителя только при достижении входным сигналом определенного уровня в систему АРУ подают напряжение задержки  $u_z$ . В результате напряжение управления появится только в том случае, когда напряжение с амплитудного детектора превысит напряжение задержки.

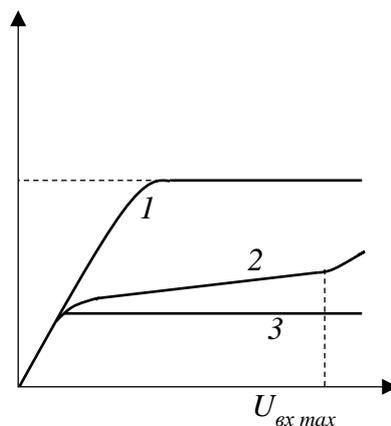


Рис.2.13. Амплитудные характеристики усилителя с АРУ.

На рис. 2.13 приведена амплитудная характеристика усилителя с АРУ с обратной связью (кривая 2); на этом же рисунке изображена характеристика без АРУ (кривая 7) и характеристика с идеальной системой АРУ (кривая 3).

## 2.4. Обобщенная следящая система РА.

Сравнивая различные системы РА, рассмотренные выше, нетрудно установить, что их функциональные и особенно структурные схемы имеют много общего. Аналогия схем систем РА позволяет составить обобщенные функциональную и структурную схемы радиотехнической следящей системы.

Обобщенная функциональная схема (рис. 2.14) состоит из дискриминатора (Дис), фильтра (Ф), управляющего элемента (УЭ), и объекта управления (ОУ - антенна в РЛС, перестраиваемый генератор. Иногда УЭ и ОУ объединяют в один блок, например, ГУН. в системе фазовой подстройки частоты).

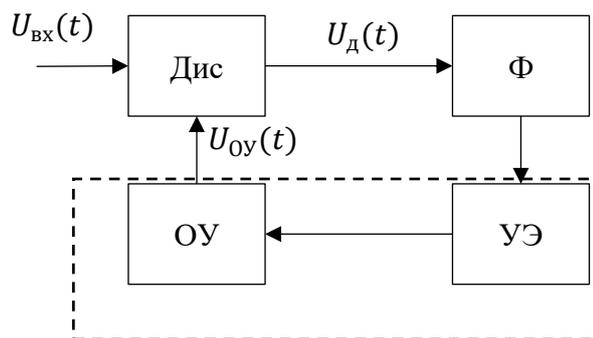


Рис. 2.14. Функциональная схема обобщенной системы

На вход системы (вход дискриминатора) поступает входное воздействие  $u_{\text{вх}}(t) = u_c(t, \lambda) + u_n(t)$ , представляющее собой смесь полезного сигнала  $u_c(t, \lambda)$ , за параметром  $\lambda$  которого ведется слежение, и шума  $u_n(t)$ . На второй вход дискриминатора поступает

опорный сигнал  $u_{он}(t, y)$ , зависящий от оценки  $y(t)$  отслеживаемого параметра  $\lambda$ , сформированной в процессе слежения. Вид опорного сигнала определяется типом следящей системы. Так, в следящем автодальномере опорным сигналом является последовательность стробирующих импульсов, в системе фазовой автоподстройки - напряжение подстраиваемого генератора.

В дискриминаторе входной сигнал  $u_{вк}(t)$  подвергается нелинейному преобразованию, в результате которого на выходе дискриминатора формируется напряжение, зависящее от ошибки слежения  $x = \lambda - y$ . Зависимость  $F(x)$  математического ожидания выходного напряжения от ошибки слежения  $x$  принято называть дискриминационной характеристикой. Выходное напряжение дискриминатора  $u_{д}(t)$  содержит также флуктуационную составляющую  $\xi(t)$ . Напряжение  $\xi(t)$  является результатом нелинейного преобразования в дискриминаторе входного процесса, и его не следует путать с входным шумом  $u_{н}(t)$

Напряжение  $u_{д}(t)$  снимаемое с выхода дискриминатора (рис. 2.14), проходит через фильтр  $\Phi$  и воздействует на генератор опорных сигналов, изменяя соответствующий параметр (фазу, частоту, временное положение) опорного сигнала.

*Обобщенная структурная схема радиотехнической следящей системы, отображающая процесс автоматического слежения за параметром сигнала, показана на рис. 2.15. На этой схеме приняты следующие обозначения:  $\lambda(t)$  - задающее воздействие, которым является отслеживаемый параметр сигнала;  $y(t)$  — управляемая величина (частота подстраиваемого генератора, положение следящих импульсов и т. п.), являющаяся оценкой отслеживаемого параметра;  $x$  — ошибка слежения.*

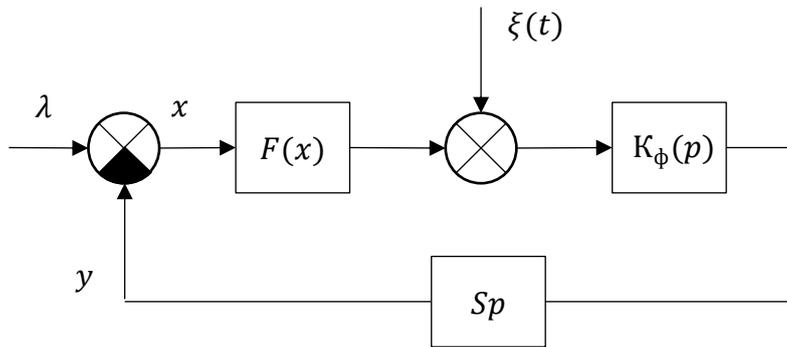


Рис. 2.15. Структурная схема обобщенной следящей системы.

*Эквивалент дискриминатора.* Часть схемы, охваченная штриховой линией, является математическим эквивалентом дискриминатора и отображает формирование выходного напряжения дискриминатора, зависящего от ошибки слежения. Как видно из рисунка, он состоит из устройства сравнения задающего воздействия и управляемой величины, безынерционного нелинейного звена  $F(x)$  и сумматора, на вход которого подается флуктуационное напряжение  $\xi(t)$ .

Входящее в структурную схему звено с операторным коэффициентом передачи  $K(p)$  описывает преобразование выходного напряжения дискриминатора  $u_d(t)$  (рис.2.14), происходящее в фильтре и генераторе опорных сигналов.

Из рассмотрения обобщенной структурной схемы (рис. 2.15) следуют соотношения:

$$y(t) = K_\phi(p)[F(x) + \xi(t)]; \quad x(t) = \lambda(t) - y(t).$$

Отсюда можно относительно ошибки слежения записать нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение

$$x(t) + K_\phi(p)[F(x) + \xi(t)] - \lambda(t) = 0;$$

(это уравнение дифференциальное, т. к. аргументом функции  $K_\phi(p)$  является дифференциальный оператор  $p = d/dt$ ).

При малых значениях сигнала ошибки  $x(t)$  характеристику дискриминатора можно полагать линейной:  $F(x) = S_g x$ , где  $S_g$  - крутизна характеристики. Наряду с этим в ряде задач можно полагать, что воздействие - детерминированное, а помехой можно пренебречь).

С учетом таких допущений приходим к линейному дифференциальному уравнению системы относительно ошибки

$$x(t) + K_{\phi}(p)S_g x(t) - \lambda(t) = 0.$$

## ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

Процессы, происходящие в системах РА, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, которые могут быть решены лишь в отдельных частных случаях. Однако уравнения большого числа систем могут быть *линеаризованы*, что позволяет для их решения воспользоваться известными хорошо разработанными методами.

Многие методы анализа линейных систем основываются на *принципе суперпозиции*, который заключается в следующем:

*Если на систему поступает управляющее воздействие, которое можно представить в виде суммы простых воздействий, то выходной сигнал определяется как сумма реакций на каждое слагаемое.*

### 3.1 Дифференциальное уравнение и операторный коэффициент передачи линейной системы

Процессы в линейных системах описываются линейными дифференциальными уравнениями вида

$$a_n y^n + a_{n-1} y^{n-1}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m x^m(t) + \dots + b_0 x(t), \quad (3.1)$$

где  $y^n = \frac{d^n y}{dt^n}$ ,  $y(t)$ - выходной процесс;  $x(t)$  - входное воздействие.

В стационарных системах коэффициенты  $a_n$ ,  $b_m$  дифференциального уравнения (3.1) являются постоянными величинами, в нестационарных — переменными.

Уравнение (3.1) можно записать в иной (алгебраизированной) форме, введя обозначение  $p=d/dt$  — *оператор дифференцирования*:

$$y(t) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} x(t) = \frac{B(p)}{A(p)} x(t) \quad (3.2)$$

Обозначив  $K(p) = B(p)/A(p)$  получим запись

дифференциального уравнения в компактной *символической* форме:

$$y(t) = K(p)x(t). \quad (3.3)$$

Введенный здесь *операторный коэффициент передачи*  $K(p) = B(p)/A(p)$  связывает между собой временные функции и позволяет получить компактную запись дифференциального уравнения. По его виду можно делать определенные выводы о свойствах системы без решения уравнения.

Степень  $n$  полинома знаменателя операторного коэффициента передачи определяет *порядок системы*. В реальных системах степень полинома числителя  $m$  не превышает степени полинома знаменателя. Это условие называют *физической реализуемостью системы*, оно означает, что нельзя создать систему, которая не удовлетворяла бы этому условию.

Корни  $\beta_i$  полинома числителя  $B(p)$  называют *нулями*, а корни  $\lambda_i$  полинома знаменателя  $A(p)$  - *полюсами* системы. При анализе систем радиоавтоматики нули и полюсы (*особенности системы*) удобно изображать точками на плоскости комплексного переменного  $p$  (рис. 3.1).

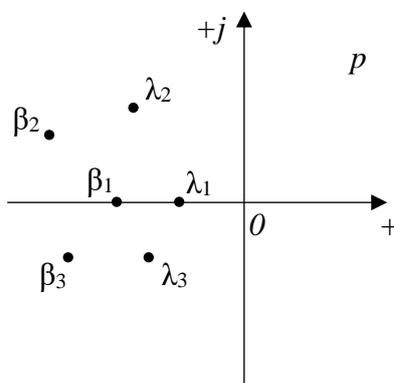


Рис. 3.1. Расположение нулей и полюсов на плоскости комплексного переменного.

Решение дифференциального уравнения (3.1) при высоком порядке системы связано с вычислительными трудностями, а во многих случаях, например, в следящих системах, не может быть осуществлено, так как неизвестно управляющее воздействие. По этим

причинам исследование систем РА часто ведется косвенными методами, базирующимися на операционном методе Лапласа или преобразовании Фурье.

Для этой цели в теории систем РА используются следующие основные характеристики: *передаточная функция, переходная и импульсная переходная функции, комплексный коэффициент передачи или частотная характеристика.*

### 3.2 Преобразование Лапласа и передаточная функция

Одним из распространенных методов анализа линейных систем является метод *преобразования Лапласа (операторный метод)*, при котором каждой функции времени (*оригиналу*)  $x(t)$  ставится в соответствие интеграл Лапласа (изображение)  $X(s)$ :

$$X(s) = L[x(t)].$$

где  $s = \sigma + j\omega$  - комплексная переменная;  $L[x(t)]$  - символ интеграла (преобразования) *Лапласа*.

*Отношение изображения по Лапласу выходного сигнала  $Y(s)$  к преобразованию Лапласа входного сигнала  $X(s)$  при нулевых начальных условиях называется передаточной функцией системы:*

$$W(s) = Y(s)/X(s).$$

Из этого определения можно записать уравнение, связывающее изображение выходного сигнала системы с изображением входного сигнала (при нулевом начальном состоянии системы):

$$Y(s) = W(s)X(s). \quad (3.4)$$

Анализ систем методом Лапласа значительно облегчается тем, что существуют таблицы соответствия оригиналов и изображений, позволяющие обойтись во многих случаях без вычисления интегралов (прямого и обратного) Лапласа. Основная задача при этом сводится к отысканию передаточной функции системы (ПФ)  $W(s)$ .

Функция  $W(s)$  характеризует динамические свойства системы РА, она не зависит от управляющего воздействия и полностью

определяется параметрами системы. Можно установить достаточно простую связь между передаточной функцией системы и её операторным коэффициентом передачи: *если в выражении для  $K(p)$  заменить оператор дифференцирования  $p$  на комплексную переменную  $s = \sigma + j\omega$ , то получим выражение для  $W(s)$ .*

Основываясь на этом, часто не делают различия между этими характеристиками и в выражении для передаточной функцией переменную также обозначают символом  $p$ , т. е. записывают  $W(p)$ . Таким образом, *всё сказанное выше в отношении операторного коэффициента передачи относится и к передаточной функции системы: представление в виде отношения полиномов, нуль-полосное представление и т. д.*

### 3.3 Преобразование Фурье и частотные характеристики

Ещё одним из распространенных методов анализа линейных систем является *спектральный (частотный) метод*, основанный на *преобразовании Фурье*. При этом, как известно, описание системы дается *комплексной частотной характеристикой*.

Рассмотрим случай, когда на вход системы РА действует гармонический сигнал с амплитудой  $X_m$  и частотой  $\omega$ :

$$x(t) = X_m \sin \omega t$$

При этом, на выходе линейной системы также получается гармонический сигнал, частота которого равна частоте входного сигнала.

Отношение комплексных амплитуд  $Y_m$  и  $X_m$  гармонических процессов на выходе и входе системы в установившемся режиме называют *комплексным коэффициентом передачи* или *комплексной частотной характеристикой системы* (рассматривая как зависимость его от частоты)

$$W(j\omega) = Y_m/X_m$$

Комплексная частотная характеристика системы может быть

представлена в виде

$$W(j\omega) = P(\omega) + j\Theta(\omega) \quad (3.5)$$

где  $P(\omega)$  вещественная частотная характеристика;

$\Theta(\omega)$  - мнимая частотная характеристика

Частотная характеристика системы РА в показательной форме имеет вид

$$W(j\omega) = |W(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \quad (3.6)$$

где  $|W(j\omega)| = [P^2(\omega) + \Theta^2(\omega)]^{1/2}$  - амплитудно-частотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{\Theta(\omega)}{P(\omega)}$$

- фазочастотная характеристика.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяет зависимость от частоты отношения амплитуды сигнала на выходе системы к амплитуде сигнала на входе. Фазочастотная характеристика (ФЧХ) устанавливает зависимость от частоты сдвига фаз между входным и выходным сигналами.

В инженерной практике широко используется графическое представление АЧХ и ФЧХ в виде двух вещественных функций. При теоретических исследованиях иногда используют представление комплексной ЧХ одним графиком на плоскости комплексной переменной.

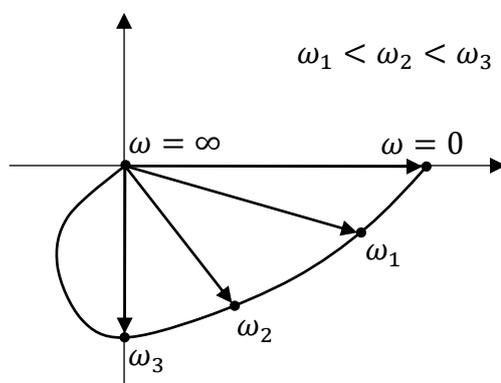


Рис 3.2. Годограф частотной характеристики системы РА.

На плоскости комплексного переменного частотная характеристика изображается в виде вектора (рис. 3.2), который при изменении частоты от нуля до бесконечности описывает кривую, называемую *амплитудно-фазовой характеристикой* или *годографом частотной характеристики системы РА*.

**Логарифмические частотные характеристики.** В инженерной практике часто применяют *логарифмические частотные характеристики* (ЛЧХ). Логарифмическая АЧХ описывается выражением

$$A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| \quad (3.7)$$

При построении логарифмической АЧХ (рис. 3.3) по оси ординат откладывают ее значение в децибелах, а по оси абсцисс — частоту  $\omega$  в логарифмическом масштабе.

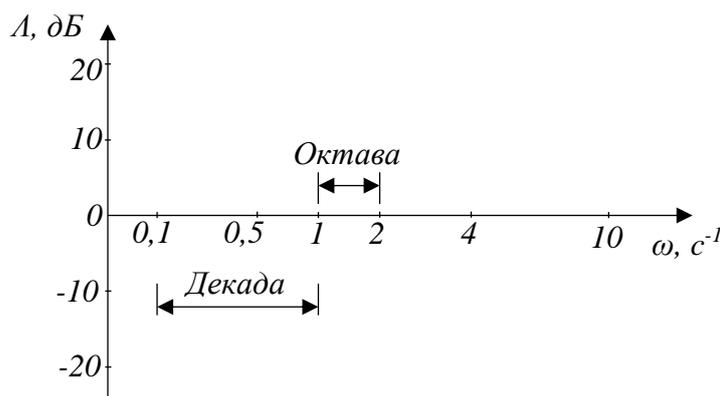


Рис 3.3. К описанию ЛАЧХ.

При построении логарифмической ФЧХ по оси ординат откладывают значения фазы в радианах, т.е. сохраняют линейный масштаб, а по оси абсцисс (частот) - логарифмический масштаб.

Удобно при этом изменении, частоты измерять в *декадах*. Десятикратное изменение частоты называют *изменением на декаду*, а двукратное — *изменением на октаву*.

$$N_D = \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad N_{ок} = \lg \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{1}{\lg 2} \approx 3,33 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (3.8)$$

Число декад и октав в заданном диапазоне частот вычисляют по формулам. Основным достоинством ЛЧХ является возможность их построения без вычислений.

### **Обобщение результатов**

Рассмотренные выше характеристики линейной системы - комплексный коэффициент передачи и передаточная функция, тесно связаны между собой, а также с операторным коэффициентом передачи  $K(p)$ . Переход от  $K(p)$  к комплексному коэффициенту передачи  $W(j\omega)$  и передаточной функции  $W(s)$  осуществляется заменой оператора дифференцирования  $p$  на  $j\omega$  и на комплексную переменную  $s = \sigma + j\omega$  соответственно.

Так как, зная одну из характеристик линейной системы, можно найти и остальные, для успешного анализа линейной системы радиоавтоматики необходимо научиться определять одну из ее характеристик. В качестве такой характеристики в теории автоматического управления наиболее часто, используют передаточную функцию  $W(s)$ , причем аргумент обозначают символом « $p$ » как и для операторного коэффициента передачи.

Пример: пусть передаточная функция цепи имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{1+pT}.$$

Произведя замену  $p$  на  $j\omega$  получим комплексную частотную характеристику

$$W(p) = \frac{k}{1 + j\omega T}$$

откуда АЧХ и ФЧХ цепи

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\text{arctg} T.$$

*Переходная и импульсная характеристики.* Линейные системы описываются также с помощью переходной и импульсной характеристик (функцией).

*Реакция (выходной сигнал) системы при действии единичного импульса (сигнала вида  $\delta$ -функции)  $x(t) = S(t)$ , называется импульсной характеристикой (функцией) системы  $g(t)$ .*

Как известно, определить выходной сигнал линейной системы при

произвольном виде входных сигналов можно с помощью интеграла Дюамеля, представляющего собой свертку входного сигнала и импульсной характеристики системы:

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau)g(\tau)d\tau .$$

Импульсная характеристика системы  $g(t)$  связана с комплексным коэффициентом передачи  $W(j\omega)$  преобразованием Фурье и с передаточной функцией  $W(s)$  преобразованием Лапласа.

Рассмотрим теперь случай, когда на систему РА действует единичный сигнал  $x(t) = 1(t)$ , где  $1(t)$  - единичная функция (функция Хевисайда), удовлетворяющая условию

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

*Реакция (выходной сигнал) системы, вызванный входным сигналом  $s$  виде единичной функции, называется переходной характеристикой (функцией)  $h(t)$  системы.*

Переходная функция  $h(t)$  и импульсная функция связаны соотношением:

$$g(t) = \frac{d}{dt} h(t).$$

### 3.4 Определение передаточных функций систем радиоавтоматики

#### ***Виды соединений звеньев и их ПФ***

Структурная схема системы РА, состоящая из типовых звеньев, позволяет без сложных математических вычислений находить передаточные функции различных систем РА.

В системах РА встречаются три вида соединений звеньев: последовательное, параллельное и соединение звеньев по схеме с обратной связью.

• *Последовательное соединение* типовых звеньев изображено на рис. 3.4. В соответствии с определением передаточной функции можно

записать, что

$$W_1(p) = \frac{Y_1(p)}{X(p)}, \quad W_2(p) = \frac{Y_2(p)}{X_1(p)}, \dots, W_n(p) = \frac{Y(p)}{X_{n-1}(p)}.$$

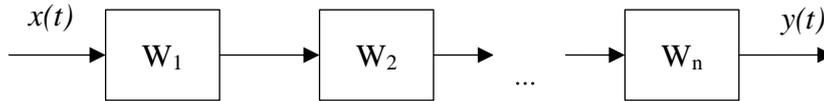


Рис. 3.4. Последовательное соединение звеньев.

Перемножив передаточные функции, получим

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = W_1(p)W_2(p) \dots W_n(p). \quad (3.9)$$

Таким образом, передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций звеньев.

Частотная характеристика последовательно соединенных звеньев

$$W(j\omega) = W_1(j\omega)W_2(j\omega) \dots W_n(j\omega) = |W(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}. \quad (3.10)$$

где  $|W(j\omega)| = |W_1(j\omega)||W_2(j\omega)| \dots |W_n(j\omega)|$ ;

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega).$$

Логарифмическая АЧХ звеньев, соединенных последовательно, согласно (3.8),

$$\Delta(\omega) = \Delta_1(\omega) + \Delta_2(\omega) + \dots + \Delta_n(\omega). \quad (3.11)$$

Следовательно, логарифмическая АЧХ звеньев, соединенных последовательно, равна сумме логарифмических АЧХ отдельных звеньев. Это существенно упрощает построение логарифмических частотных характеристик по сравнению с обычными характеристиками.

• На рис. 3.5 изображено *параллельное соединение* звеньев, на вход которых подается один и тот же сигнал, а выходные сигналы суммируются. Так как

$$Y_1(p) = W_1(p)X(p), \quad Y_2(p) = W_2(p)X(p), \dots, Y_n(p) = W_n(p)X(p),$$

то

$$Y(p) = [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)]X(p).$$

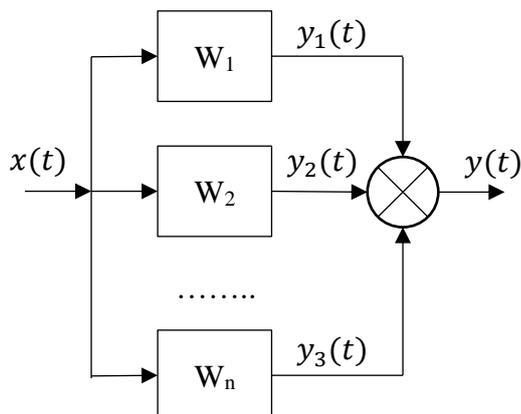


Рис. 3.5. Параллельное соединение звеньев.

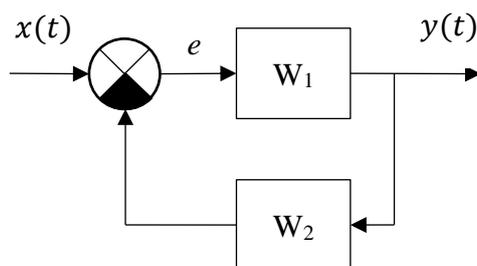


Рис. 3.6. Соединение звеньев по схеме с обратной связью.

Таким образом, передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p). \quad (3.12)$$

Частотная характеристика таких звеньев

$$W(j\omega) = \sum_{i=1}^n W_i(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где  $P(\omega) = \sum_{i=1}^n P_i(\omega)$  - вещественная частотная характеристика звеньев, соединенных параллельно;  $Q(\omega) = \sum_{i=1}^n Q_i(\omega)$  - их мнимая частотная характеристика.

Амплитудная и фазовая частотные характеристики звеньев, соединенных параллельно, определяются по формулам

$$|W(j\omega)| = [P^2(\omega) + Q^2(\omega)]^{1/2};$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

• На рис. 3.6 показано соединение звеньев *по схеме с обратной связью*. На вход звена, охваченного обратной связью, подается сигнал рассогласования, для которого преобразование Лапласа

$$E(p) = X(p) - W_0(p)Y(p).$$

В соответствии с определением передаточной функции

$$Y(p) = W_1(p)E(p).$$

Исключив из последних двух уравнений  $E(p)$ , получим

$$Y(p) = \frac{W_1(p)}{1+W_1(p)W_0(p)} X(p).$$

Следовательно, передаточная функция звеньев, соединенных по схеме с обратной связью,

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)}{1+W_1(p)W_0(p)}. \quad (3.7)$$

Передаточная функция (3.7) найдена для случая отрицательной обратной связи. Если обратная связь положительная, то

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p)W_0(p)}.$$

### ***Передаточные функции обобщенной системы РА***

При анализе и синтезе систем РА, обобщенная структурная схема которых дана на рис. 2.19, используются следующие передаточные функции.

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_p(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}. \quad (3.8)$$

Для системы, структурная схема которой показана на рис. 3.7, передаточная функция (размыкание производится в цепи ОС)

$$W_p(p) = W_1(p)W_2(p).$$

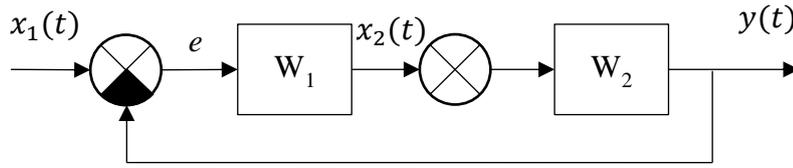


Рис. 3.7. Структурная схема замкнутой системы.

*Передаточная функция замкнутой системы*

$$W_3(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \quad (3.9)$$

Передаточную функцию замкнутой системы можно выразить через передаточную функцию разомкнутой системы с помощью выражения (2.39), в котором передаточную функцию обратной связи считают равной единице. В результате получают

$$W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)}. \quad (3.10)$$

Передаточная функция замкнутой системы зависит от места приложения сигнала. Так, передаточная функция относительно сигнала  $x_1(t)$  – (рис. 3.7) определяется формулой (3.10), а относительно сигнала  $x_2(t)$  – выражением

$$W_{32}(p) = \frac{Y(p)}{X_2(p)} = \frac{W_2(p)}{1+W(p)}. \quad (3.11)$$

*Передаточная функция ошибки*

$$W_e(p) = \frac{E(p)}{X(p)}. \quad (3.12)$$

Из уравнения замыкания системы  $E(p) = X(p) - V(p)$  и выражения (3.9) следует, что  $E(p) = [1 - W_1(p)]x(p)$ .

Таким образом, передаточную функцию ошибки найдем с помощью передаточной функции замкнутой системы:

$$W_e(p) = 1 - W_3(p). \quad (3.13)$$

Подставив в последнее выражение формулу (2.42), получим

$$W_e(p) = \frac{1}{1+W_p(p)}. \quad (3.14)$$

### ***Передаточные функции многоконтурных систем.***

К *многоконтурным* относятся системы РА, в которых помимо замкнутого контура с главной обратной связью имеются контуры, образованные стабилизирующими обратными связями, введенными для придания системе нужных динамических характеристик. Передаточные функции таких систем находятся путем последовательного сведения структурной схемы многоконтурной системы к эквивалентной одноконтурной.

На рис. 3.7 изображена структурная схема двухконтурной системы РА. Для сведения такой системы к эквивалентной одноконтурной находят передающую функцию внутреннего контура, которая в соответствии с выражением (4.5) имеет вид

$$W_{BK}(p) = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}.$$

После этого структурную схему системы можно представить, как одноконтурную (рис. 3.6), для которой

$$W_p(p) = W_3(p)W_{BK}(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_2(p)W_0(p)}.$$

## ГЛАВА 4 ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

### 4.1 Дискриминаторы

*Дискриминаторы* предназначены для формирования сигнала рассогласования и преобразования его в постоянное или переменное напряжение. Различают фазовые, частотные, угловые и временные дискриминаторы.

#### 4.1.1 Фазовые детекторы

*Фазовым детектором* (ФД) называют устройство, предназначенное для преобразования разности фаз двух синусоидальных колебаний одинаковой частоты в напряжение постоянного тока. В системах РА применяются ФД двух типов: *балансные (векторомерные)* и *параметрические*.

В *параметрических* ФД опорное колебание и  $u_1(t) = U_1 \sin \omega t$  управляет (изменяет) коэффициентом передачи линейной цепи (например, усилителя), на вход которой подано колебание  $u_2(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi)$ . В результате на выходе её получим

$$u_d(t) = k u_1(t) u_2(t) = k U_1 U_2 [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)] .$$

Высокочастотная составляющая может быть отфильтрована в последующем ФНЧ, поэтому в качестве выходного напряжения ФД выступает низкочастотная компонента  $u_d(t) = k U_1 U_2 \cos \varphi$ .

Полученное выражение (зависимость выходного напряжения от разности фаз) является дискриминационной характеристикой ФД  $u_{\text{фд}} = F(\varphi)$ , где  $\varphi$  — разность фаз входного и опорного колебаний. Функция  $F$  периодическая. Однако в приведенном выше виде она является четной функцией, что не позволяет различить знак  $\varphi$ .

Для получения *нечетной* дискриминационной характеристики следует использовать опорное колебание в виде  $u_1(t) = U_1 \cos \omega t$ . При этом выходное напряжение ФД (низкочастотная компонента) и,

соответственно, дискриминационная характеристика ФД имеют вид

$$u_d(t) = kU_1U_2\cos\varphi .$$

Таким образом, схема параметрического ФД может быть представлена в виде перемножителя с последующей низкочастотной фильтрацией (рис 4.1).

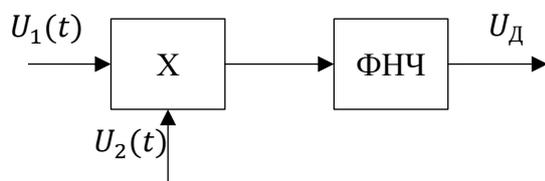


Рис. 4.1. Модель фазового детектора.

Балансные ФД используют наиболее часто, т.к. они эффективно работают в области как самых низких, так и высоких частот. Схема балансного ФД показана на рис. 4.2. В его состав входят 2 амплитудных детектора, включенных встречно, так что выходное напряжение ФД образуется в результате амплитудного детектирования векторной суммы и разности двух колебаний: опорного  $u_1(t) = U_1\sin\omega t$  и сигнала  $u_2(t) = U_2\sin(\omega t + \varphi)$ .

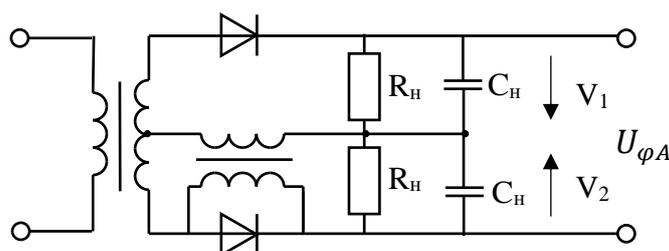


Рис. 4.2. Принципиальная схема балансного фазового детектора.

К диодам детекторов приложены сумма и разность этих колебаний, которые определяются выражениями

$$u_1(t) + u_2(t) = A_1\sin(\omega t + \psi_1) ;$$

$$u_1(t) - u_2(t) = A_2\sin(\omega t + \psi_2) ,$$

где

$$\begin{aligned}
A_1 &= [U_1^2 + 2U_1U_2\cos\varphi + U_2^2]^{1/2}; \\
A_2 &= [U_1^2 - 2U_1U_2\cos\varphi + U_2^2]^{1/2}; \\
\psi_1 &= \operatorname{arctg} \frac{U_2\sin\varphi}{U_1+U_2\cos\varphi}; \quad \psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{U_2\sin\varphi}{U_1-U_2\cos\varphi}.
\end{aligned}$$

В статическом режиме напряжение на выходе ФД, как это следует из рис. 4.2, определяется выражением

$$u_{\text{фд}} = V_1 - V_2 = k_{\text{д}}(A_1 - A_2) \approx 2k_{\text{д}} \frac{U_1U_2\cos\varphi}{\sqrt{U_1^2+U_2^2}}.$$

где  $k_{\text{д}}$  – коэффициент детектирования.

При  $U_1 > U_2$

$$u_{\text{фд}} = 2k_{\text{д}}U_2\cos\varphi = k\cos\varphi. \quad (4.3)$$

Выражение (4.3) приближенное, оно тем более справедливо, чем больше напряжение  $U_1$  напряжения  $U_2$ .

Если входной сигнал сдвинут по фазе относительно опорного на  $\pi/2$ , то из (3.4) следует, что  $u_{\text{фд}} = -2k_{\text{д}}U_2\sin\varphi$ .

В параметрических ФД, как показано выше, зависимость выходного напряжения от сдвига фаз аналогична выражению (4.3). Таким образом, схема балансного ФД как и схема параметрического ФД может быть представлена моделью в виде перемножителя с последующей низкочастотной фильтрацией (рис 4.1).

#### 4.1.2 Частотные дискриминаторы

*Частотный дискриминатор (ЧД)* - это устройство, выходное напряжение которого зависит от отклонения частоты входного сигнала от некоторого номинального значения, называемого переходной частотой  $u_{\text{чд}} = F(\omega - \omega_0)$ , где  $\omega_0$  - переходная частота ЧД.

По способу задания переходной частоты ЧД подразделяют на две группы. В дискриминаторах первой группы переходная частота определяется настройкой эталонного фильтра (колебательного контура). В ЧД второй группы переходная частота равна частоте

колебаний напряжения с эталонного генератора.

На рис. 4.3 изображена схема наиболее распространенного ЧД первой группы - ЧД с фазовым детектором. В таком ЧД входной сигнал разделяется на две составляющие  $u_1$  и  $u_2$ , сдвиг фаз между которыми при точной настройке контура на переходную частоту равен  $\pi/2$ . При отклонении частоты входного сигнала от переходной, сдвиг фаз изменяется в соответствии с фазовой характеристикой резонансного контура.

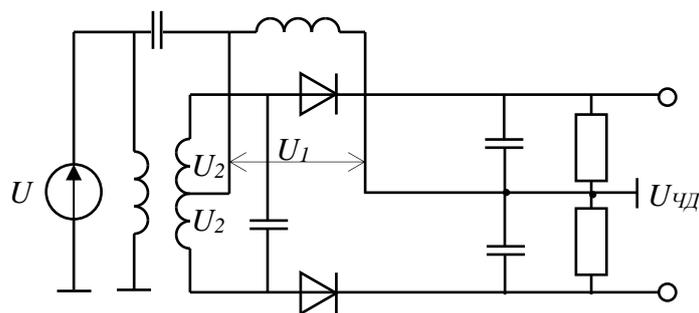


Рис. 4.3. Схема частотного дискриминатора с фазовым детектором.

Одновременно с этим уменьшается амплитуда напряжения  $U_2(t)$ . В результате чего изменяется напряжение на выходе ЧД. Схеме ЧД, показанной на рис. 4.3, соответствует структурная схема ЧД, изображенная на рис. 4.4. где ФВ - фазовращатель, сдвигающий фазу сигнала на  $\pi/2$ ; Ф - резонансный фильтр.

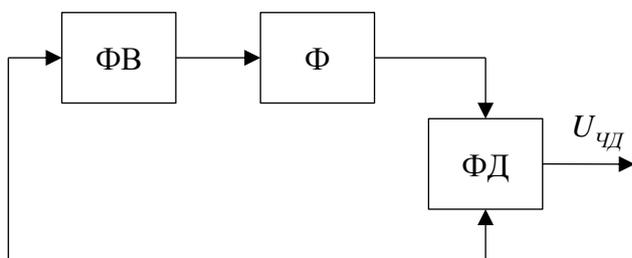


Рис. 4.4. Структурная схема частотного дискриминатора.

Непосредственно из схемы рис. 4.4 следует, что на ФД подаются напряжения

$$u_1(t) = u(t) = U_1 \sin[(\omega_0 + \Delta \omega)t + \varphi] ;$$

$$u_2(t) = U_0 |jW_\phi(j\Delta\omega)| \sin \left[ (\omega_0 + \Delta\omega t) + \varphi + \frac{\pi}{2} + \varphi_\phi(\Delta\omega) \right] ,$$

где  $\Delta\omega$  - отклонение частоты напряжения от переходной частоты;  $\varphi_\phi(\Delta\omega)$  - фазовый сдвиг, создаваемый фильтром в соответствии с его ФЧХ;  $|jW_\phi(j\Delta\omega)|$  - амплитудно-частотная характеристика фильтра.

В соответствии с выражением (4.3) напряжение на выходе ЧД  $u_{\text{чд}} = 2k_d U_0 |jW_\phi(j\Delta\omega)| \sin \varphi_\phi(\Delta\omega) = \varphi_\phi(\Delta\omega) U_0 \text{Im}W_\phi(j\Delta\omega)$  (4.4) где  $\text{Im}W_\phi(j\Delta\omega)$  - мнимая часть комплексной частотной характеристики фильтра.

Выражение (4.4) определяет *дискриминационную характеристику* ЧД  $F(\varphi) = u_{\text{чд}}/u_1 = 2k_d \text{Im}W_\phi(j\Delta\omega)$ . На рис. 3.5 показан вид дискриминационной характеристики ЧД, из которой видно, что при малых значениях расстройки, характеристику можно считать линейной и представить в виде  $F(\varphi) = k_{\text{чд}} \Delta\omega$ , где  $k_{\text{чд}}$  - коэффициент передачи частотного дискриминатора. Из этого выражения следует, что передаточная функция ЧД  $W_{\text{чд}}(p) = k_{\text{чд}}$ .

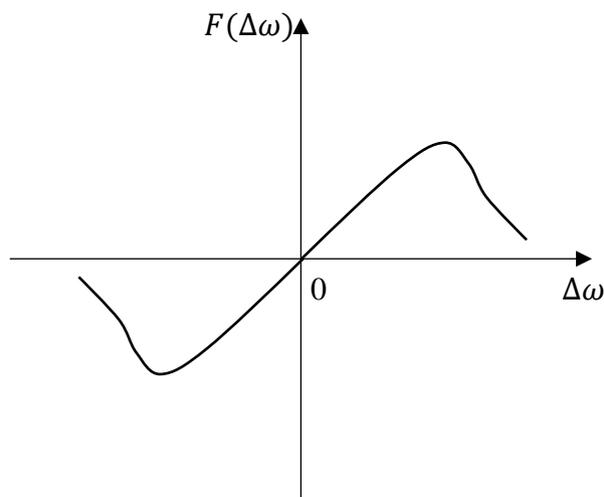


Рис. 4.5. Дискриминационная характеристика частотного дискриминатора.

Выражение для передаточной функции справедливо в том случае, когда полоса пропускания ЧД намного шире спектра его входного сигнала, в противном случае необходимо учитывать инерционность ЧД, которая определяется постоянной времени детектора.

В системах РА используются и ЧД с расстроенными контурами, характеристики которых близки к характеристикам рассмотренного ЧД с фазовым детектором.

### 4.1.3 Дискриминаторы радиолокационных следящих систем

*Угловые дискриминаторы (пеленгаторы)* используются в системах автоматического сопровождения по направлению для измерения рассогласования между продольной осью антенны РЛС и направлением на движущуюся цель и преобразования этого рассогласования в электрическое напряжение. Различают два вида угловых дискриминаторов: с *коническим сканированием диаграммы направленности* (с последовательным сравнением сигналов) и *моноимпульсные* (с мгновенным сравнением сигналов).

В *дискриминаторе с коническим сканированием* антенной РЛС формируется одна сканирующая (вращающаяся) диаграмма направленности, максимум которой смещен от продольной оси антенны (рис. 4.6, *a*). Если направление на цель совпадает с продольной осью  $OX_A$ , то цель облучается импульсами одной и той же мощности, поэтому амплитуда отраженных от нее импульсов будет постоянной. Если направление на цель не совпадает с продольной осью антенны, то отраженные от цели импульсы будут иметь различные амплитуды, т.е. будет осуществляться модуляция отраженного сигнала по амплитуде с частотой сканирования. При небольших отклонениях направления на цель от продольной оси антенны модуляция будет линейной:

$$E(t) = E_0 [1 + k_3 e \cos(\omega_{\text{ск}} t + \varphi)] .$$

где  $E(t)$  - амплитуда импульса, отраженного от цели и принятого в момент времени  $t$ ;  $E_0$  - средняя амплитуда импульсов за период сканирования;  $k$ , - постоянный коэффициент;  $\omega_{ск}$  - частота сканирования;  $e$  - угловое рассогласование. Значение  $e$  характеризует отклонение направления на цель, а  $\varphi$  - знак этого отклонения.

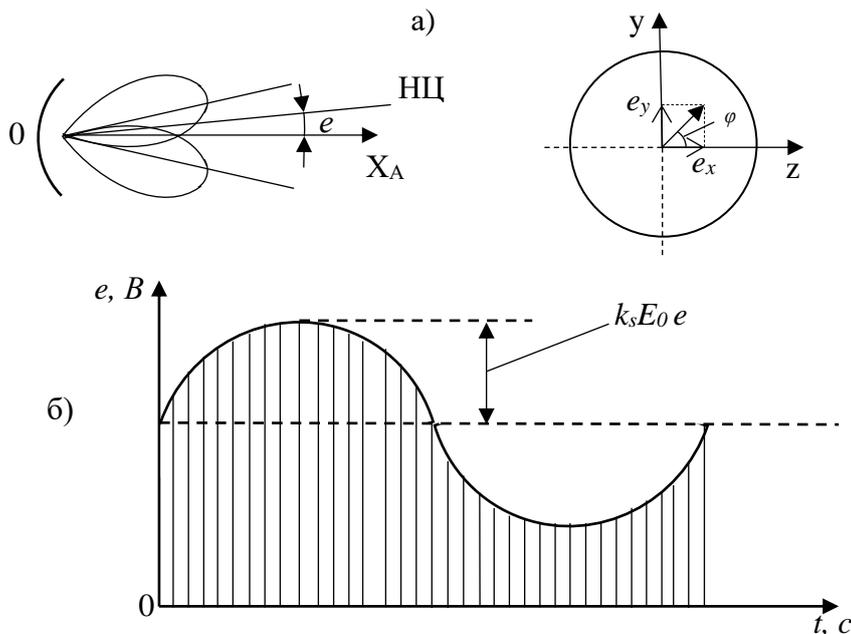


Рис. 4.6. К пояснению принципа конического сканирования: *а* - определение составляющих ошибок; *б* - выделение сигнала ошибок.

Если  $t = 0$  при  $\varphi = 0$  (рис. 4.6, б), то можно записать, что

$$E(t) = E_0 [1 + k_3 e \cos \varphi \cos \omega_{ск} t + k_3 e \sin \varphi \sin \omega_{ск} t].$$

Сигнал  $E(t)$  подается на два фазовых детектора, опорными напряжениями которых являются два синусоидальных напряжения, сдвинутых относительно друг друга на  $90^\circ$ . Опорные напряжения снимаются с генератора, связанного с устройством вращения диаграммы направленности так, что частота вращения диаграммы направленности и генератора опорных напряжений одна и та же.

На выходе одного из фазовых детекторов возникает напряжение

$$u_{фд1} = k_{фд} k_s \cos \varphi = k_{уд} e_x$$

на выходе другого

$$u_{фд} = k_{фд} k_s \sin \varphi = k_{уд} e_y$$

где  $k_{уд}$  - коэффициент передачи углового дискриминатора.

Зависимость напряжения на выходе фазового детектора от сигнала рассогласования называется *пеленгационной характеристикой дискриминатора*.

В *моноимпульсных угловых дискриминаторах* прием отраженных от цели сигналов осуществляется одновременно четырьмя антеннами, две из которых предназначены для пеленгации цели в одной плоскости, а две другие – в другой. Так как в каждой плоскости используются по два независимых канала, то амплитудные флуктуации отраженного сигнала не влияют на точность измерения угла рассогласования.

В зависимости от способа обработки принятых сигналов моноимпульсные дискриминаторы подразделяются на фазовые, амплитудные и суммарно-разностные.

На рис. 4.7 показана функциональная схема фазового суммарно-разностного моноимпульсного дискриминатора. В таком дискриминаторе направление на цель определяется путем сравнения фаз сигналов, принимаемых одновременно двумя антеннами. Сигналы, принятые антеннами, подаются на волноводный мост (ВМ), с одного из выходов которого снимается суммарный сигнал, с другого - разностный. Эти сигналы поступают на преобразователи частоты, состоящие из смесителей  $СМ_c$ ,  $СМ_p$  и гетеродина  $\Gamma$ .

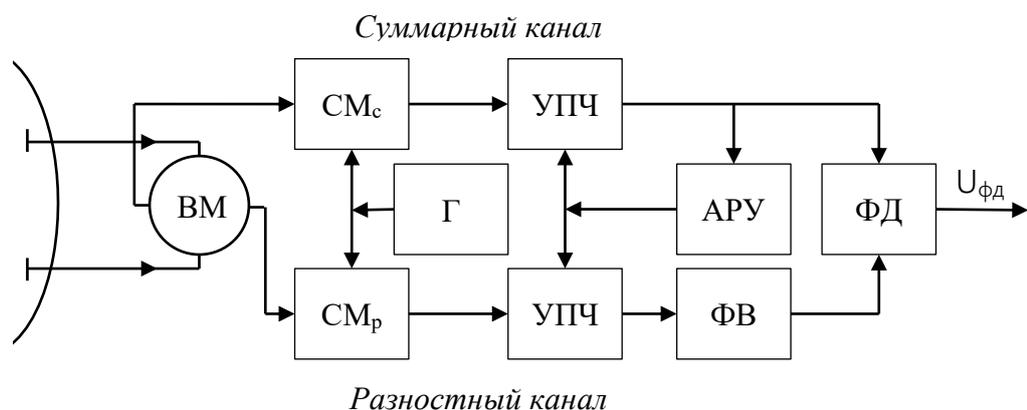


Рис. 4.7. Функциональная схема суммарно-разностного фазового дискриминатора.

На выходах смесителей образуются суммарный и разностный сигналы промежуточной частоты, которые усиливаются усилителями промежуточной частоты УПЧ. Для стабилизации уровней сигналов суммарного и разностного каналов в дискриминатор введено устройство автоматической регулировки усиления АРУ. Разностное напряжение поступает на фазовый детектор ФД, опорным сигналом которого является суммарное напряжение. Для обеспечения нормальной работы ФД в разностный канал включен фазовращатель (ФВ). Напряжение на выходе ФД

$$u_{\text{фд}} = k_{\text{фд}} \frac{k_p}{k_c} \frac{\sin \Delta \varphi}{1 + \cos \Delta \varphi} = k_{\text{фд}} \frac{k_p}{k_c} \operatorname{tg} \frac{\Delta \varphi}{2}, \quad (4.5)$$

где  $k_p, k_c$  - коэффициенты усиления разностного и суммарного каналов.

Выразив разность фаз колебаний, принимаемых разнесенными антеннами через угол прихода сигнала, по (4.5) получим

$$u_{\text{фд}}(e) = k_{\text{фд}} \frac{k_p}{k_c} \operatorname{tg} \frac{\pi d}{\lambda} \sin e. \quad (4.6)$$

*Временные дискриминаторы (ВД)* предназначены для измерения временных рассогласований между отраженными от цели импульсами и зондирующими импульсами и преобразования рассогласования в пропорциональное значение напряжения.

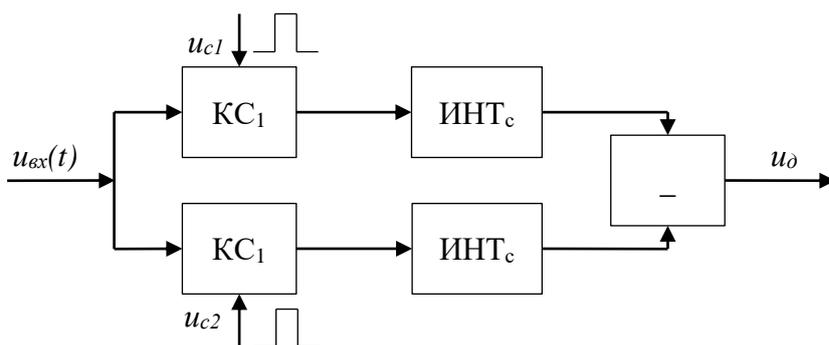


Рис. 4.8. Схема временного дискриминатора.

Один из вариантов схемы ВД представлен на рис. 4.8. Здесь  $КС$  - каскад совпадения,  $ИНТс$  - интегратор (детектор) со сбросом,  $u_{сл}(t)$  - следящие импульсы. Принцип работы временного дискриминатора поясняется эюрами, приведенными ранее (рис. 2.10) при

рассмотрении следящего дальномера, и состоит в следующем.

На выход каждого КС проходит часть входного (отраженного от цели) импульса, совпадающая по времени с соответствующим следящим импульсом. В результате, если временное рассогласование  $\Delta t$  между отраженным и следящими импульсами не равно нулю, то в каналах временного дискриминатора вырабатываются два импульса, длительности которых соответственно

$$\tau_1 = \frac{\tau}{2} - \Delta t, \quad \tau_2 = \frac{\tau}{2} + \Delta t \quad (4.7)$$

где  $\tau$  - длительность входного импульса.

В интеграторах (детекторах импульсов) со сбросом эти напряжения накапливаются (интегрируются) и запоминаются (фиксируются экстраполятором), затем сбрасываются до нуля перед приходом очередного импульса. В результате на выходе временного дискриминатора вырабатывается напряжение, пропорциональное рассогласованию временного положения отраженного импульса относительно оси симметрии следящих импульсов:

$$u = k_d(t_k - t_{и}) = k_d \Delta t, \quad (4.8)$$

где  $\Delta t$  - рассогласование по времени между отраженным и следящими импульсами;  $t_k = 2R/c$  - время задержки следящих импульсов:  $R$  - измеряемая дальность;  $c$  - скорость света.

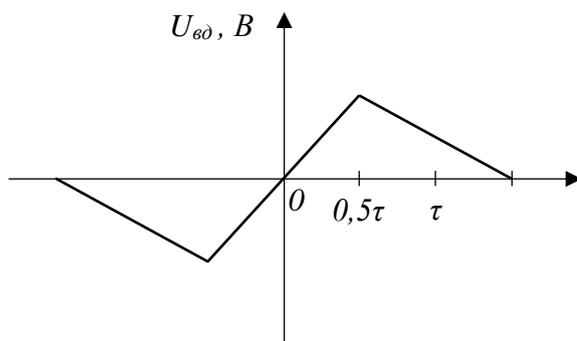


Рис. 4.9. Дискриминационная характеристика временного дискриминатора.

Это соотношение (4.8) описывает дискриминационную характеристику ВД; оно справедливо при условии, что  $|\Delta t| \leq \tau/2$ . При  $|\Delta t| > \tau/2$  напряжение  $u_{RH}$  уменьшается и при  $\Delta t = 1,5\tau$  становится равным нулю. На рис. 4.10 показана дискриминационная характеристика временного дискриминатора.

## 4.2 Типовые динамические звенья

Устройства систем РА, имеющие различное конструктивное исполнение и различные принципы работы, могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями. Такие устройства, классифицируемые по виду передаточных функций, называют *типовыми (основными) звеньями*. Различают семь типовых звеньев. Рассмотрим их основные характеристики.

**Безынерционное звено.** К числу таких звеньев относятся устройства с передаточной функцией  $W(p) = k$ , где  $k$  — коэффициент передачи звена. Амплитудночастотная (АЧХ) и фазочастотная (ФЧХ) характеристики звена:  $|W(j\omega)| = k$ ,  $\varphi(\omega) = 0$ ; переходная функция  $h(t) = k \cdot 1(t)$ .

Примерами таких звеньев являются потенциометр, идеальный усилитель, зубчатая передача и т.п.

**Инерционное звено.** К подобным звеньям относятся устройства передаточной функцией

$$W(p) = \frac{k}{1+pT}. \quad (4.9)$$

Комплексная частотная характеристика инерционного звена

$$W(p) = \frac{k}{1+j\omega T}.$$

Пример инерционного звена – RC-цепочка, изображенная на рис. 4.11. Для такой цепи  $T=RC$ .

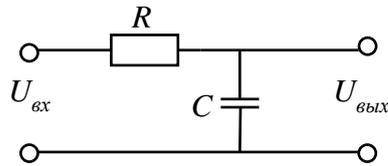


Рис. 4.10. RC-цепочка.

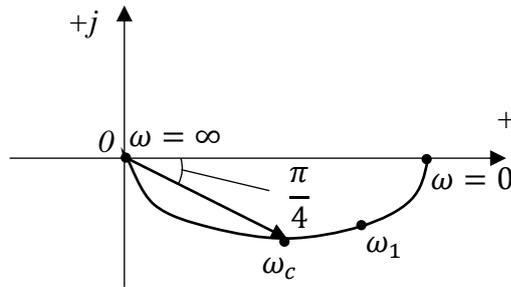


Рис. 4.11. Годограф ЧХ инерционного звена.

Вещественная и мнимая частотные характеристики:

$$p(\omega) = \frac{k}{1+\omega^2 T^2}; \quad Q(\omega) = -\frac{k\omega T}{1+\omega^2 T^2}$$

АЧХ и ФЧХ:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg \omega T. \quad (4.9, a)$$

**Интегрирующее звено.** К числу таких звеньев относятся устройства с передаточной функцией  $W(p) = k/p$ .

Пример интегрирующего звена: усилитель постоянного тока с большим коэффициентом усиления, в цепь обратной связи которого включен конденсатор.

Вещественная и мнимая частотные характеристики:

$$p(\omega) = 0; \quad Q(\omega) = -\frac{k}{\omega}$$

АЧХ и ФЧХ:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\omega}; \quad \varphi(\omega) = -\pi/2. \quad (4.10)$$

**Колебательное звено.** Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{k}{p^2 T^2 + 2\xi p T + 1},$$

где  $\xi$  - относительный коэффициент затухания.

Примером колебательного звена является контур, состоящий из индуктивной катушки, резистора и конденсатора.

Амплитудно- и фазочастотные характеристики:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(1-\omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}, \quad (4.11)$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2}$$

**Идеальное дифференцирующее звено.** Передаточная функция звена  $W(p) = kp$  не удовлетворяет условиям физической реализуемости, поэтому звено называется идеальным. Частотные характеристики звена  $|W(j\omega)| = k\omega$ ;  $\varphi(\omega) = \pi/2$ .

**Дифференцирующее звено первого порядка.** Передаточная функция звена  $W(p) = k[1 + pT]$ .

Частотные характеристики:  $|W(j\omega)| = k\sqrt{1 + \omega^2 T^2}$ ,  
 $\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \omega T$

**Звено запаздывания.** Это звено не искажает формы входного сигнала, а сдвигает его по времени. Передаточная функция звена

$$W(p) = e^{-pT},$$

где  $T$  - время запаздывания. Частотные характеристики:

$$|W(j\omega)| = 1; \quad \varphi(\omega) = -\omega T$$

**Логарифмические частотные характеристики типовых звеньев**

**Инерционное звено.** Логарифмическая АЧХ звена в соответствии с записанными ранее выражениями и (4.9)

$$\Lambda(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}. \quad (4.12)$$

Предварительно построим приближенную характеристику. С этой целью в диапазоне частот от 0 до сопряженной частоты  $\omega_c = 1/T$  пренебрежем в выражении (4.12) слагаемым, зависящим от частоты, так как оно меньше единицы. В результате получим  $\Lambda_1(\omega) = 20 \lg k$ .

На рис. 4.12,а этому выражению соответствует прямая линия, параллельная оси частот. На частотах больших сопряженной частоты  $\omega_1$ , пренебрежем единицей. Тогда формула (4.12) приобретает вид  $\Lambda_2(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega T$ . Так как частота по оси абсцисс откладывается в логарифмическом масштабе, то этому выражению соответствует прямая линия с наклоном - 20 дБ/дек.

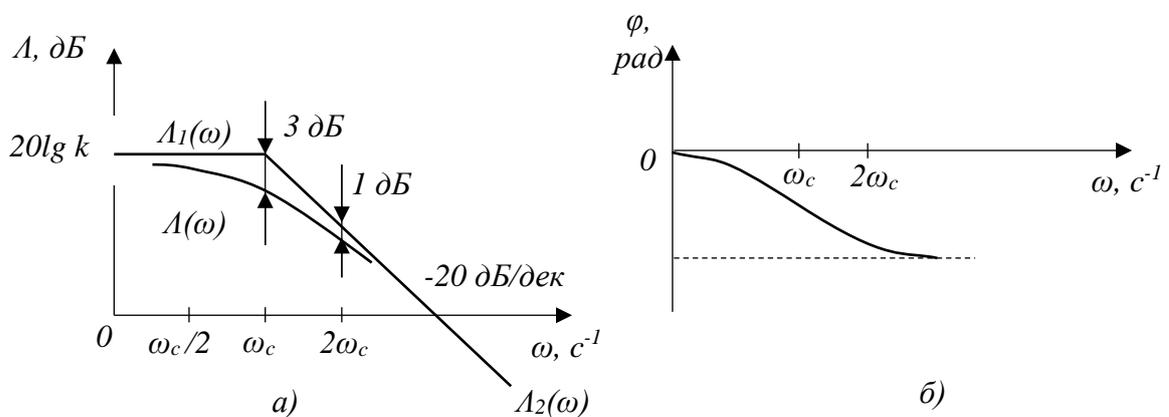


Рис. 4.12. ЛЧХ инерционного звена: а) амплитудная; б) фазовая.

Характеристику, составленную из прямолинейных отрезков  $\Lambda_1(\omega)$  и  $\Lambda_2(\omega)$ , называют *асимптотической*. Наибольшее отклонение асимптотической характеристики от точной получается на сопряженной частоте; оно равно - 3 дБ. На частотах, отличающихся от сопряженной на одну октаву, отклонение составляет - 1 дБ.

Логарифмическую ФЧХ (рис. 4.12,б) инерционного звена строят в соответствии с выражением (4.9, а).

**Интегрирующее звено.** Логарифмическая АЧХ звена с учетом (3.7) и (4.13) определяется выражением

$$\Lambda(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega .$$

На рис. 4.13,а этому уравнению соответствует прямая линия с

наклоном - 20 дБ/дек. Логарифмическая ФЧХ (4.13) не зависит от частоты и равна  $-\pi/2$  (рис. 4.13,б).

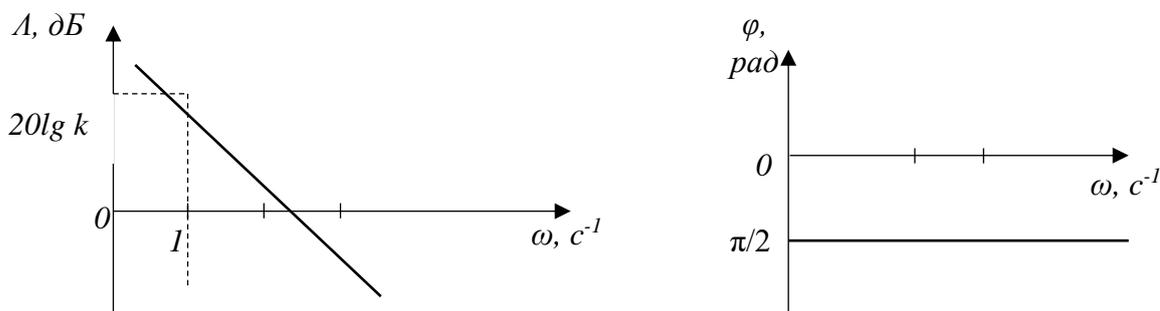


Рис. 4.13. ЛЧХ интегрирующего звена.

**Колебательное звено.** С учетом (4.11) логарифмическая АХ звена

$$\Lambda(\omega) = 20\lg k - 20\lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}.$$

Приближенная характеристика звена состоит из двух участков. На участке до сопряженной частоты  $\Lambda_1(\omega) = 20\lg k$ , в диапазоне частот больше сопряженной  $\Lambda_2(\omega) = 20\lg k - 20\lg \omega T$ . На графике характеристике  $\Lambda_1(\omega)$ , (ю)соответствует прямая линия с наклоном 0дБ/дек, а характеристике  $\Lambda_2(\omega) - \pi$ .

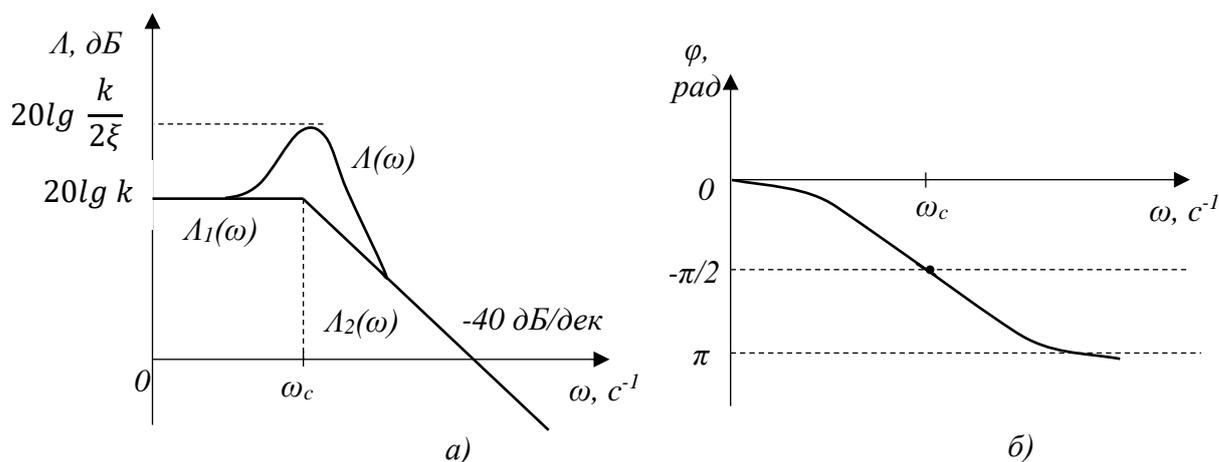


Рис. 4.14. ЛЧХ колебательного звена: а – амплитудная, б - фазовая.

Максимальное отклонение точной характеристики от

приближенной получается на сопряженной частоте. Оно равно  $-20lg\xi$ . Уточнение приближенной характеристики производится расчетным путем.

Логарифмическую ФЧХ строят в соответствии с выражением (3.19). Аналогичным образом строят логарифмические характеристики и других типовых звеньев.

## ГЛАВА 5 АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ РАДИО АВТОМАТИКИ

Основными задачами, которые решаются при исследовании и проектировании систем радиоавтоматики являются:

- исследование устойчивости системы;
- исследование переходных процессов;
- анализ точности работы системы.

### 5.1 Анализ устойчивости

#### 5.1.1 Постановка задачи и основные определения

*Линейная система называется устойчивой, если при выведении её внешним воздействием из состояния равновесия (покоя) она возвращается в него после прекращения этого воздействия.* Устойчивость линейной системы связана с характером её собственных колебаний, т.е. определяется характеристиками только самой системы и не зависит от внешних воздействий.

Рассмотрим дифференциальное уравнение в операторной (символической) форме, описывающее процессы в линейной системе:

$$A(p)y(t) = B(p)x(t)$$

или в более компактной форме с использованием ПФ системы

$$y(t) = W(p)x(t), \quad (5.1)$$

где  $A(p)$ ,  $B(p)$  - степенные полиномы:

$$\begin{aligned} A(p) &= a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0, \\ B(p) &= b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b \end{aligned}$$

$p = d/dt$  - символ дифференцирования;  $x(t)$ ,  $y(t)$  - входной и выходной сигналы системы.

Как известно, решение уравнения (5.1) можно представить в виде

$$y(t) = y_B(t) + y_{II}(t), \quad (5.2)$$

где  $y_B(t)$  - *вынужденное* (установившееся) колебание, определяемое внешним воздействием  $x(t)$ ,  $y_{\Pi}(t)$  — *собственное колебание* (переходная составляющая решения).

Собственные колебания  $y_{\Pi}(t)$  являются решением однородного уравнения

$$A(p)y_{\Pi}(t) = (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0)y_{\Pi}(t) = 0 \quad (5.3)$$

Если собственные колебания  $y_{\Pi}(t)$  в системе затухающие, то она после исчезновения внешнего воздействия ( $x(t)=0$ ) приходит к состоянию равновесия, т.е. является устойчивой.

Как известно, решение уравнения (5.3) (т.е. собственное колебание) может быть записано в виде

$$y_{\Pi}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i t}, \quad (5.4)$$

где  $\lambda_i$  - корни характеристического уравнения (полюсы системы);  $C_i$  - постоянные интегрирования.

Действительному корню характеристического уравнения  $\lambda_i$ , в выражении (5.4) соответствует слагаемое  $y_i(t) = C_i e^{\lambda_i t}$ . Если  $\lambda_i < 0$ , то переходная составляющая с ростом времени стремится к нулю, если  $\lambda_i > 0$ , то эта составляющая неограниченно возрастает.

Паре комплексно-сопряженных корней уравнения (5.3) соответствует слагаемое

$$y_{\Pi i}(t) = A_i e^{\gamma_i t} \sin(\beta_i t + \psi_i).$$

где  $\gamma_i \pm j\beta_i$  - корни характеристического уравнения;  $A_i$ ,  $\psi_i$  - постоянные интегрирования, определяемые через  $C_i$ .

При этом переходная составляющая стремится к нулю, если вещественные части корней отрицательны, в противном случае амплитуда колебаний переходной составляющей непрерывно возрастает.

Пара мнимых корней характеристического уравнения позволяет получить переходную составляющую в виде колебаний с постоянной амплитудой:

$$y_{\Pi i}(t) = A_i \sin(\beta_i t + \psi_i).$$

Таким образом, для устойчивости системы РА необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные знаки, т. е. эти корни на плоскости комплексного

*переменного были расположены слева от мнимой оси.* Только при этом все слагаемые в выражении (5.4) будут стремиться к нулю.

Если корни характеристического уравнения расположены на мнимой оси, то система РА находится на *границе устойчивости*. При этом возможны два случая: корень в начале координат и пара мнимых корней. Нулевой корень появляется, когда свободный член характеристического уравнения равен нулю. Если остальные корни этого уравнения отрицательные, то система РА устойчива не относительно выходного сигнала, а относительно его производной, выходной сигнал в установившемся режиме имеет произвольное значение. Такие системы называют *нейтрально устойчивыми*. В том случае, когда характеристическое уравнение имеет пару мнимых корней, границу устойчивости называют *колебательной*.

*Характеристическое уравнение* (5.3) получается приравниванием полинома  $A(p)$  (т.е. знаменателя передаточной функции системы) нулю и заменой в нём оператора дифференцирования  $p = d/dl$  на комплексную переменную  $s$ . (Замечание. Для упрощения часто комплексную переменную обозначают также символом " $p$ ").

Для замкнутой следящей системы характеристическое уравнение получается приравниванием нулю знаменателя передаточной функции замкнутой системы, который выражается через ПФ разомкнутой системы  $W_p(p)$ ;  $1 + W_p(p) = 0$ . Причём можно воспользоваться любой из ПФ замкнутой системы, т.к. знаменатели всех этих ПФ одинаковы (независимо от места подачи воздействия и съёма выходного процесса). Т.е. безразлично, в какой точке системы проводится анализ устойчивости: убывание колебаний, если система устойчива, в равной степени происходит во всех звеньях данной системы.

## 5.1.2 Критерии устойчивости

Во многих случаях корни характеристического уравнения системы вычислить затруднительно, поэтому были разработаны *правила (критерии)*, позволяющие судить о расположении корней на плоскости комплексного переменного без их расчета. Прежде чем воспользоваться для оценки устойчивости тем или иным критерием, следует проверить выполнение *необходимого условия устойчивости*, в соответствии с которым все коэффициенты характеристического уравнения (5.3) должны быть больше нуля. Для доказательства этого положения представим уравнение (5.3) в виде

$$a_0(p - \lambda_1)(p - \lambda_2) \dots (p - \lambda_n) = 0. \quad (5.5)$$

Если система устойчива, т.е. все корни  $\lambda_i$ , отрицательные, то, раскрыв скобки в (5.5), получим уравнение с положительными коэффициентами. Если система неустойчива, т.е. хотя бы один из корней положительный, то, перемножив сомножители в (5.5), получим уравнение с несколькими отрицательными коэффициентами.

*Критерий устойчивости Гурвица.* Для оценки устойчивости системы РА по критерию Гурвица необходимо из коэффициентов характеристического уравнения (5.3) составить матрицу Гурвица. С этой целью уравнение (5.3) запишем в виде

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0.$$

Матрица Гурвица имеет вид

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Порядок составления матрицы Гурвица следующий. В левом верхнем углу матрицы записывается коэффициент  $a_{n-1}$ , по главной диагонали располагаются коэффициенты характеристического уравнения с младшими индексами, над элементами главной диагонали записываются коэффициенты с убывающими индексами, под

элементами - с возрастающими.

Для оценки устойчивости системы РА необходимо вычислить определители Гурвица, которые получают из матрицы (5.6) путем отчеркивания равного числа строк и столбцов в левом верхнем углу матрицы.

Например, первый определитель  $\Delta_1 = a_{n-1}$ ,

$$\text{второй } \Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix},$$

$$\text{третий } \Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}.$$

Система РА устойчива, если при  $a_n > 0$

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0, \dots, \Delta_n > 0. \quad (5.7)$$

Раскрыв  $\Delta_n$  по последнему столбцу, получим

$$\Delta_n = a_0 \Delta_{n-1}. \quad (5.8)$$

Так как  $a_0 > 0$ , то для проверки устойчивости системы достаточно уточнить знаки только до  $\Delta_{n-1}$ , определителя.

Если определитель  $\Delta_n = 0$ , то система РА находится на границе устойчивости. Возможны два случая: 1) свободный член характеристического уравнения равен нулю, что соответствует нейтрально устойчивой системе; 2) определить  $\Delta_n = 0$ , что соответствует колебательной границе устойчивости. Из условия  $\Delta_n = 0$  можно определить параметры, при которых система РА находится на границе устойчивости. Например, можно вычислить критический коэффициент усиления  $K_{кр}$ , соответствующий границе устойчивости.

Отношение

$$\alpha = K_{кр}/K \quad (5.9)$$

называют *запасом устойчивости по усилению*. Для нормального функционирования системы необходимо, чтобы  $\alpha \geq 2$ .

**Частотные критерии устойчивости.** Существует несколько частотных критериев устойчивости, из которых наибольшее распространение нашел критерий Найквиста, позволяющий судить об устойчивости системы по частотным характеристикам разомкнутой системы.

Критерий Найквиста основан на построении годографа комплексной частотной характеристики разомкнутой системы и формулируется следующим образом.

*Система РА, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива и в замкнутом состоянии, если годограф частотной характеристики разомкнутой системы  $W_p(j\omega)$  не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ .*

*В том случае, когда годограф частотной характеристики охватывает эту точку, система неустойчива.*

Если годограф частотной характеристики разомкнутой системы проходит через точку  $(-1, j0)$ , то система в замкнутом состоянии находится на границе устойчивости.

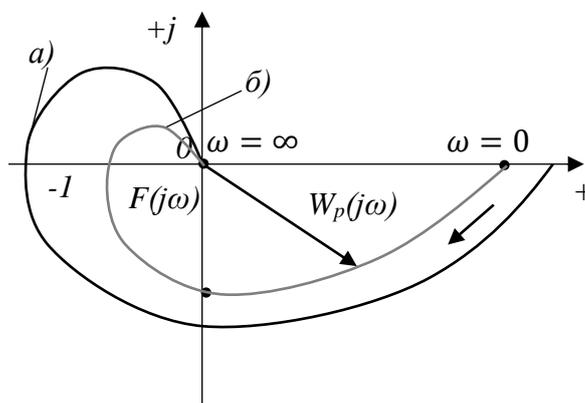


Рис. 5.1. Критерий устойчивости Найквиста: а - годограф  $W_p(j\omega)$  устойчивой системы; б - годограф  $W_p(j\omega)$  неустойчивой системы.

Если система РА содержит  $\nu$  интегрирующих звеньев, то начальное значение фазочастотной характеристики равно  $-\nu \frac{\pi}{2}$ , а амплитудно-частотной - бесконечности, система в разомкнутом состоянии нейтральна. В таких астатических системах для удобства оценки устойчивости годограф дополняют дугой бесконечного радиуса (рис. 5.6). Формулировка критерия устойчивости при этом не изменяется.

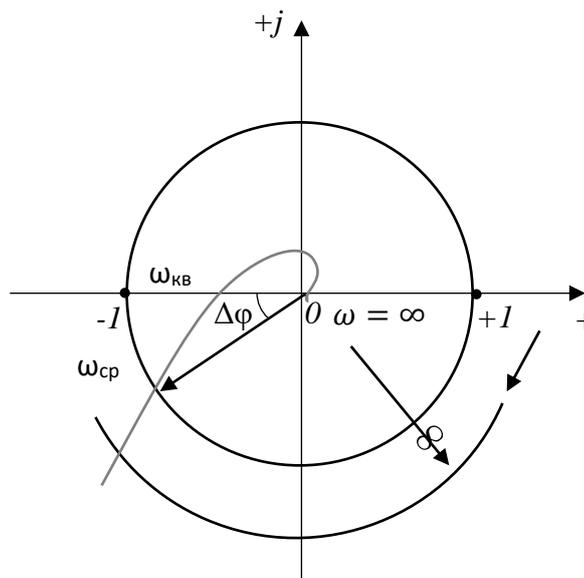


Рис. 5.2. Годограф  $W_p(j\omega)$  астатической системы.

### 5.1.3 Запасы устойчивости

В процессе эксплуатации системы РА ее параметры (коэффициенты усиления, постоянные времени) из-за изменения внешних условий, колебаний напряжений источников энергии и других причин отличаются от расчетных значений. Если не принять определенных мер, то система РА может стать неустойчивой. Для исключения этого явления при проектировании следует обеспечить определенные запасы устойчивости системы, которые характеризуют близость годографа частотной характеристики разомкнутой системы к

точке с координатами  $(-1, j0)$ . Запасы устойчивости определяются на двух частотах: *частоте среза* и *критической частоте*. На частоте среза АЧХ разомкнутой системы равна единице, на критической частоте ФЧХ принимает значение, равное  $-\pi$ .

Различают запас устойчивости по фазе и усилению. *Запас устойчивости по фазе* показывает, на какое значение ФЧХ разомкнутой системы на частоте среза отличается от  $-\pi$  (рис. 5.6):

$$\Delta\varphi = \pi - \varphi_p(\omega_{cp})$$

*Запас устойчивости по усилению* определяет, во сколько раз нужно увеличить коэффициент усиления, чтобы система оказалась на границе устойчивости. Так как фазочастотная характеристика разомкнутой системы, но зависит от коэффициента усиления, то при его изменении меняется только масштаб годографа, поэтому запас устойчивости по усилению вычисляется по формуле

$$\alpha = \frac{1}{|W_p(j\omega_{kp})|}.$$

Системы РА, годографы частотных характеристик которых пересекают вещественную ось только справа от *точки с координатами*  $(-1, j0)$  (рис. 5.6), называют *абсолютно устойчивыми*. В таких системах неустойчивость может наступать только при увеличении коэффициента усиления.

Если годограф частотной характеристики разомкнутой системы пересекает вещественную ось и слева от *точки с координатами*  $(-1, j0)$ , то систему называют *условно устойчивой* (рис. 5.7). Неустойчивой такая система может быть как при увеличении, так и при уменьшении коэффициента усиления.

Для нормальной работы системы РА необходимо, чтобы запас устойчивости по усилению, как указывалось ранее, был не менее двух, а запас устойчивости по фазе -  $0,5 - 1$  рад.

## 5.2 Переходные процессы

Переходные процессы в системах РА определяются обычно при ступенчатом входном воздействии  $x(t)=A*I(t)$ , где  $I(t)$  - единичная функция. При этом качество переходного процесса можно оценивать, как по выходном процессе  $y(t)$ , так и по ошибке слежения.

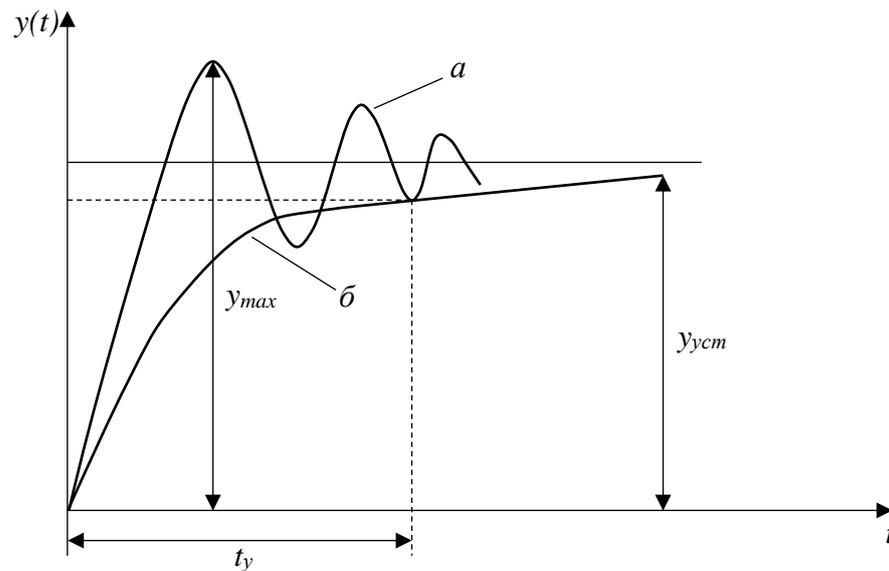


Рис. 5.3. Переходные процессы: а - колебательный; б - апериодический.

В зависимости от характера собственных колебаний системы переходной процесс в ней может быть колебательным или апериодическим (рис.5.7). Расчет кривой переходного процесса удобно выполнить операторным методом. Однако характер его можно оценить и по виду характеристического уравнения системы.

*Если корни характеристического уравнения системы действительны, то собственные колебания систем и переходной процесс в ней апериодические.*

*В случае комплексно-сопряжённых корней характеристического уравнения собственные колебания системы являются затухающими гармоническими и переходной процесс - колебательный.*

Переходные процессы характеризуются следующими

параметрами (показателями качества):

- *длительность переходного процесса (время установления)  $t_y$*  - это интервал времени, по истечении которого отклонение выходного процесса от его установившегося значения  $y(t) - y_{уст} = 0,1y_{уст}$ ;

- *величина перерегулирования  $\Delta = (y_{max} - y_{уст})/y_{уст}$* .

Показатели качества переходного процесса связаны с параметрами устойчивости системы и позволяют их оценивать. Так, при малом запасе устойчивости системы её собственные колебания затухают медленно и перерегулирование получается значительным. Таким образом, величина перерегулирования может служить мерой запаса устойчивости. Для многих систем запас устойчивости считается достаточным, если перерегулирование  $\Delta \leq 20...30\%$ .

Время установления  $t_v$  связано с частотой среза  $\omega_{ср}$ , которая определяется при анализе устойчивости частотным методом:

$$t_y \approx 2\pi/\omega_{ср}.$$

С помощью этого соотношения можно оценить быстродействие системы по её АЧХ.

*Переходной функцией (характеристикой)  $g(t)$*  системы называется переходный процесс на выходе системы, вызванный входным сигналом в виде единичной функции  $x(t) = 1(t)$ . Так как изображение по Лапласу единичной функции  $L[1(t)] = 1/p$ , то в соответствии с (5.10) изображение переходной функции

$$G(p) = W(p) 1/p, \quad (5.10)$$

откуда  $g(t) = L^{-1} [W(p) / p]$ .

*Импульсной характеристикой  $h(t)$*  называется переходной процесс, возникающий в системе при действии на её входе единичного дельта - импульса  $\delta(t)$  (единичной дельта - функции). Так как преобразование Лапласа для  $\delta$  - функции равно 1, то имеем:

$$h(t) = L^{-1} [W(p) / p].$$

Связь между импульсной  $h(t)$  и переходной  $g(t)$  характеристиками системы устанавливается соотношением  $h(t) = dg(t)/dt$ .

### 5.3 Анализ точности слежения

Ошибка слежения в системах управления определяется как типом фильтра (т.е. ПФ системы), так и характером воздействия  $x(t)$ . *Динамическая ошибка* - ошибка в установившемся режиме (после окончания переходного процесса) при действии на неё нестационарного входного сигнала. В достаточно общем случае такое воздействие удобно представить в виде полинома степени  $m$ :

$$x(t) = (a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_m t^m) 1(t) \quad (5.11)$$

где  $1(t)$  - единичная функция (указывает на включение воздействия в момент  $t = 0$ ).

Из такого представления как частные случаи можно получить различные виды типовых воздействий: ступенчатое, линейное, квадратичное и др. Ошибки, определяемые при таких типовых воздействиях, часто называют терминами из радиолокационной практики: при ступенчатом - *ошибка по положению (дальности)*, при линейном - *ошибка по скорости*, при квадратичном - *ошибка по ускорению*.

При воздействии в виде степенного полинома ошибка слежения может быть представлена выражением [1, 2]:

$$e(t) = C_0 x(t) + C_1 x'(t) + \frac{1}{2C_2 x''(t)} + \dots + (C_m/m!) x^{(m)}(t), \quad (5.12)$$

где  $C_0, C_1, \dots, C_m$  - коэффициенты ошибки;

$x^{(m)}(t)$  - производная порядка  $m$  от воздействия.

В инженерных расчетах коэффициенты  $C_i$ , ошибки (5.12) в общем случае удобно рассчитывать через передаточную функцию разомкнутой системы. Формулы для расчета  $C_i$ , приведены в [2].

*Астатические следящие системы.* В зависимости от величины ошибки слежения в установившемся режиме следящие системы делятся на *статические* и *астатические*. АСТАТИЗМ - это свойство следящей системы, связанное с характером установившегося процесса в ней. В *статических* системах ошибка в установившемся режиме не равна нулю; в *астатических* системах при определенных условиях

ошибка будет равна нулю.

*Порядок астатизма* определяется числом интеграторов, содержащихся в контуре следящей системы. Он может быть найден по передаточной функции ошибки системы: *передаточная функция ошибки слежения системы*  $W_e(p)$  с астатизмом порядка  $\nu$  содержит множитель  $p^\nu$ . Причем, т. к. передаточная функция зависит от точки приложения воздействия, то и порядок астатизма равен числу интеграторов, включенных в контур обратной связи между точкой приложения воздействия и точкой наблюдения ошибки слежения (напомним - передаточная функция интегрирующего звена  $W(p)_{\text{инт}} = 1/p$ ).

*Характерная особенность астатических систем:* если система имеет порядок астатизма равный  $\nu$ , то  $\nu$  первых коэффициентов ошибки равны нулю ( $C_0 = C_1 = \dots = C_{\nu-1} = 0$ ). В частности, *если степень полинома воздействия (1.7)  $m = \nu$ , то ошибка  $x_{уст}$  в установившемся режиме постоянна и отлична от нуля; если же  $m < \nu$ , то  $x_{уст} = 0$ .*

В инженерных расчетах коэффициенты  $C_i$  ошибки в общем случае удобно рассчитывать через передаточную функцию разомкнутой системы  $Wp(p)$ , которая при  $\nu$  интеграторах может быть представлена в виде

$$Wp(p) = K_0 D(p) / (B(p) p^\nu).$$

Формулы для расчета  $C_i$  приведены в [2].

В статических системах (т.е. при  $\nu = 0$ ) ошибка слежения при любых воздействиях не равна 0 и может быть найдена через коэффициенты ошибок  $C_i$ .

#### **5.4 Системы радиоавтоматики при случайных воздействиях**

Случайные процессы, действующие в системах радиоавтоматики одновременно с детерминированным входным возмущением, порождаются в общем случае следующими причинами:

- случайной составляющей входного воздействия;
- внутренними возмущениями, действующими в самой системе

(нестабильности параметров её элементов);

- флуктуационной составляющей напряжения на выходе дискриминатора, обусловленной флуктуациями радиосигнала и шумами приёмника (*помеха, приведённая к выходу дискриминатора*).

Случайные составляющие, обусловленные первыми двумя причинами, обычно подчиняются нормальному закону распределения. Флуктуации радиосигнала на входе приёмника и шумы приёмника, как правило, являются широкополосными и поэтому эффективно нормализуются узкополосным фильтром следящей системы. Таким образом, *закон распределения* случайных процессов в следящих радиотехнических системах можно считать *нормальным (гауссовским)*.

При малом уровне воздействий и помех системы радиоавтоматики работают в линейном режиме, поэтому детерминированные и случайные составляющие процессов в таких системах можно анализировать отдельно в силу *принципа независимости действия (суперпозиции)*.

Поскольку случайный процесс с нормальным законом полностью определяется его корреляционной функцией (энергетическим спектром), то обычно анализ линеаризованной следящей системы при случайных воздействиях сводится к нахождению корреляционной функции (или энергетического спектра) наблюдаемого процесса, либо связанной с ней более частной характеристики - дисперсии этого процесса. При случайных воздействиях ошибка слежения также будет случайной величиной. Её значение оценивают среднеквадратическим отклонением  $\sigma$ , которое равно корню квадратному из *дисперсии*  $\sigma^2$  случайного процесса. Поэтому анализ следящей системы при случайных воздействиях часто ограничивают определением дисперсии ошибки слежения.

Помехи, действующие в следящих радиотехнических системах, часто можно считать *белым шумом*, спектральная плотность  $S_n(0)$ , которого в пределах полосы пропускания системы постоянна. При этом дисперсия случайного процесса (например, ошибки слежения)

может быть выражена через эквивалентную шумовую полосу пропускания системы  $\Delta F_3$ , простым соотношением

$$\sigma^2 = S(0)2\Delta F_3 W(0)^2.$$

Эквивалентной шумовой (эффективной) полосой пропускания системы  $\Delta F_3$ , называется величина, равная полосе пропускания эквивалентной системы, которая имеет прямоугольную АЧХ, одинаковый с исходной системой комплексный коэффициент передачи на нулевой частоте  $W(0)$  и одинаковую дисперсию выходного процесса при действии белого шума. Выражения для вычисления  $\Delta F_3$ , через параметры передаточной функции для наиболее распространённых случаев приведены в [2].

При совместном воздействии на следящую систему детерминированного колебания и шумового возмущения результирующая ошибка слежения определяется как её эффективное значение:

$$e_{\text{эф}} = \sqrt{e_{\text{дин}}^2 + \sigma^2}.$$

Соотношения для определения дисперсии ошибки слежения в обобщенной следящей системе с некоторыми распространёнными типами фильтров, получены в [1] при следующих предположениях:

- на систему действует флуктуационное напряжение с постоянной спектральной плотностью ("белый шум");
- дискриминатор имеет линейную характеристику с крутизной  $S_\delta$ .

Анализируя эти выражения можно сравнить влияние параметров системы  $S_\delta$  и коэффициент передачи (усиления)  $K_o$  на динамическую  $e_{\text{дин}}$  и флуктуационную  $\sigma_x^2$  составляющие ошибки [1].

Коэффициент передачи (усиления)  $K_o$  по разному влияет на  $e_{\text{дин}}$  и  $\sigma_x^2$ : с ростом  $K_o$  динамическая ошибка убывает, а флуктуационная - возрастает. Это объясняется тем, что  $K_o$  определяет инерционность (т.е. полосу пропускания) замкнутой системы: увеличение  $K_o$  приводит к уменьшению инерционности (т.е. расширению полосы пропускания) системы. Поэтому при большом  $K_o$  малы динамические ошибки, но одновременно хорошо "проходит" и помеха (при равномерном спектре мощность шума на выходе системы пропорциональна полосе

пропускания).

Крутизна дискриминационной характеристики  $S_\delta$ , одинаково влияет на обе составляющие ошибки: увеличение  $S_\delta$  приводит к уменьшению ошибки. Это объясняется тем, что с ростом крутизны  $S_\delta$  увеличивается чувствительность дискриминатора к результирующей ошибке рассогласования.

## ГЛАВА 6 НЕЛИНЕЙНЫЕ И ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ РА

### 6.1 Нелинейные системы

Характеристики некоторых реальных устройств, входящих в следящую систему, нелинейны и не всегда могут быть линеаризованы.

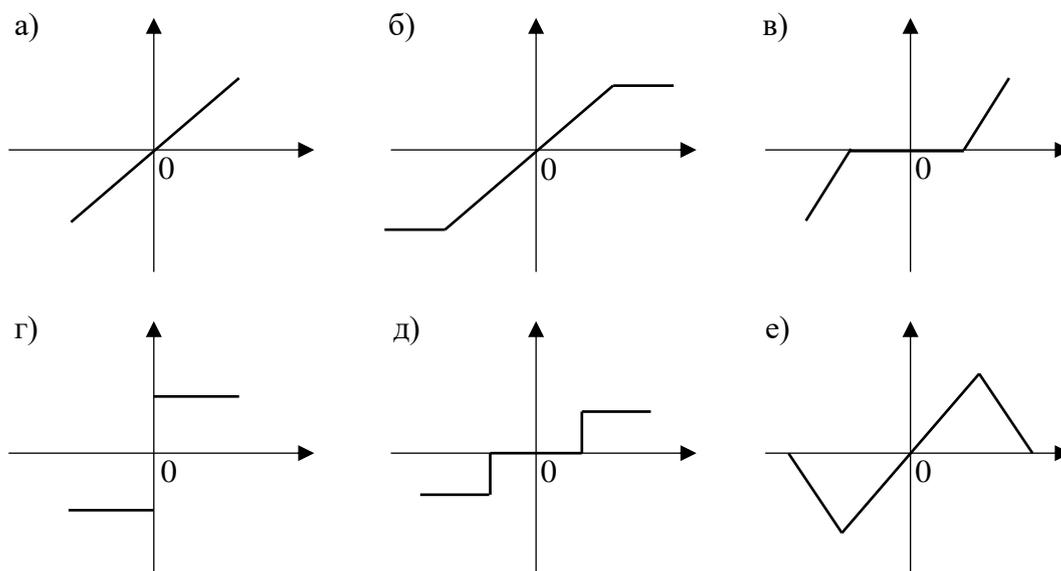


Рис. 6.1. Типовые статические характеристики нелинейных звеньев: б - характеристика звена с насыщением; в- характеристика звена с зоной нечувствительности; г - характеристика звена релейного действия; д — характеристика звена релейного действия с зоной нечувствительности; е — типовая дискриминационная характеристика.

На рис. 6.1 представлены типовые статические характеристики нелинейных звеньев.

Кроме того, при больших отклонениях входного сигнала от установившегося значения приходится учитывать нелинейные свойства и тех элементов, которые допускают линеаризацию при малых входных воздействиях (например, дискриминатор). Поэтому реальные системы в общем случае описываются нелинейными

дифференциальными уравнениями, что усложняет их исследование. С целью упрощения анализа обычно следящую систему представляют в виде двух частей: 1 - безынерционное нелинейное устройство, для которого зависимость выходного сигнала от входного описывается функцией  $y = F(x)$ ; 2 - инерционное линейное устройство, описываемое передаточной функцией.

В нелинейных системах возникает дополнительно ряд специфических проблем, нуждающихся в исследовании. Одна из них - срыв слежения.

*Срыв слежения* - явление, заключающееся в том, что ошибка слежения  $e(t)$  выходит за пределы аперттуры дискриминационной характеристики. Это приводит к тому, что напряжение на выходе дискриминатора  $U_o=0$  и кольцо авторегулирования размыкается, т.е. система перестаёт отслеживать входное воздействие.

Срыв слежения часто обусловлен действием помех и носит в этом случае случайный характер. Через некоторое время под действием флуктуации ошибка слежения может вновь оказаться в пределах аперттуры дискриминатора. Однако такое возвращение носит случайный характер, а продолжительность выходов может быть значительной.

Показателем качества работы (надёжности) системы в смысле срыва слежения под действием помех является *вероятность срыва слежения* за определенное время (время наблюдения)  $P_{ср}$ . В некоторых случаях надёжность режима слежения при наличии помех оценивают не вероятностью срыва слежения за время наблюдения, а *средним временем до срыва слежения*  $T_{ср}$ .

Другая проблема, нуждающаяся в исследовании в нелинейных системах - обеспечение полосы захвата и полосы удержания.

*Полосой захвата*  $\Pi_z$  называется диапазон первоначальных расстроек отслеживаемого параметра, в пределах которого при включении системы обеспечивается переход к режиму слежения.

*Полосой удержания*  $\Pi_y$  называется диапазон расстроек отслеживаемого параметра, в пределах которого при медленном изменении входного возмущения режим слежения сохраняется, если

система в этот режим уже была введена. В общем случае  $P_z \leq P_y$ . Значения величин  $P_z$  и  $P_y$  зависят как от нелинейности дискриминационной характеристики, так и от инерционности линейной части системы.

*Методы анализа нелинейных систем.* В настоящее время отсутствует общая теория анализа нелинейных систем автоматики. Разработано несколько методов, каждый из которых позволяет решать лишь отдельные нелинейные задачи. Основные из них [1]:

1. Метод фазовой плоскости;
2. Метод кусочно-линейной аппроксимации;
3. Метод гармонической линеаризации;
4. Метод статистической линеаризации;
5. Метод моделирования на ЭВМ.

## 6.2 Дискретные системы

*Импульсные следящие системы.* В некоторых радиотехнических следящих системах сигнал на входе имеет прерывистый характер и образует последовательность импульсов с длительностью  $t_u$  и периодом повторения  $T_o$ . Это может быть обусловлено, например, импульсным излучением передатчика, сканированием диаграммы направленности антенны в пространстве и др. В таких следящих системах целесообразно на время пауз между входными импульсами размыкать контур слежения с помощью ключа на выходе дискриминатора (рис. 6.2). Это препятствует прохождению на вход объекта управления флуктуационного напряжения с выхода дискриминатора во время отсутствия информации (пауз), тем самым повышает точность слежения. Для того, чтобы управление объектом не прекращалось на время прерывания сигнала, ключ часто дополняют фиксатором (экстраполятором нулевого порядка), запоминающим значение напряжения на время паузы ( $T_o - t_u$ ).

Иногда экстраполяция может производиться по более сложному

закону. Например, экстраполятор первого порядка обеспечивает линейную экстраполяцию на интервале  $nT_o < t < (n+1) T_o$ .

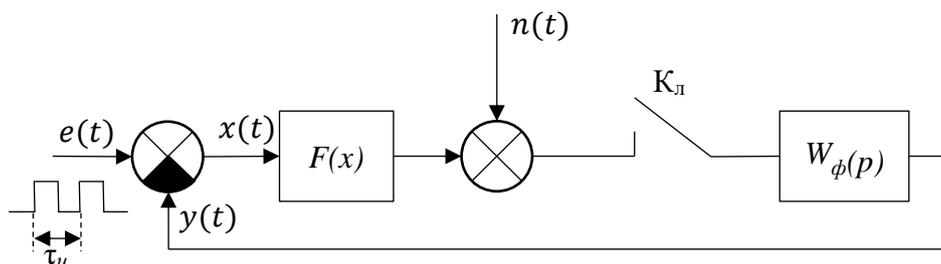


Рис. 6.2. Структурная схема импульсной следящей системы.

Анализ таких импульсных систем оказывается громоздким и трудоёмким. В тех случаях, когда длительность замыкания ключа невелика и изменение ошибки за это время незначительно, можно существенно упростить анализ, используя модель в виде *дискретной следящей системы*. Напомним, что дискретными называются системы, процессы в которых подвергаются дискретизации по времени; дискретный режим работы - это математическая абстракция, когда ключ с конечным временем замыкания заменяют так называемым *импульсным элементом (дискретизатором)*.

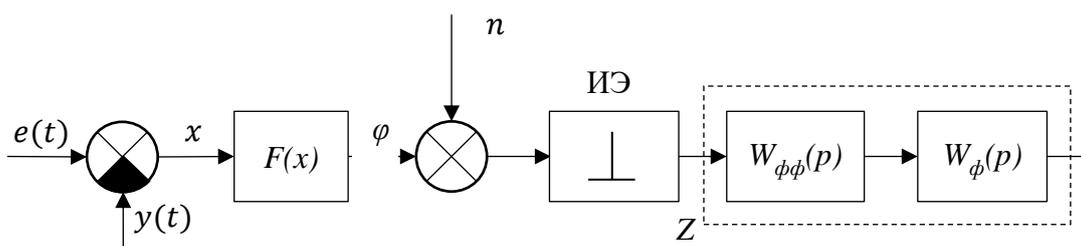


Рис. 6.3. Структурная схема дискретной следящей системы.

**Структурная схема дискретной системы.** Обобщенная структурная схема дискретной следящей системы представлена на рис.3.1. Она отличается от непрерывной системы наличием двух дополнительных звеньев: безинерционного импульсного элемента

(ИЭ) и формирующего фильтра с передаточной функцией  $W_{\text{фф}}(p)$ .

*Импульсный элемент (дискретизатор)* имеет коэффициент передачи  $k_{\text{иэ}}(t)$ , описываемый последовательностью дельта-функций

$$k_{\text{иэ}}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT_o).$$

При подаче на вход ИЭ непрерывной по времени функции  $u(t)$  на его выходе образуется последовательность модулированных по площади дельта-функций:

$$u^*(t) = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT_o) \right\} \cdot u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(nT_o) \cdot \delta(t - nT_o),$$

где  $u(nT_o)$  - дискретная функция.

Дискретная функция  $u(nT_o)$  отлична от нуля лишь для дискретных значений времени  $t=nT_o$  и совпадает в эти моменты времени с непрерывной функцией  $u(t)$ . Таким образом, наличие в составе следящей системы импульсного элемента превращает её в дискретную.

*Формирующий фильтр (ФФ)* необходим для того, чтобы из 5-импульсов на выходе ИЭ сформировать импульсы конечной длительности, имеющие место в реальных системах. Форма импульсов на выходе ФФ при подаче на его вход  $\delta$  - импульса, как известно, описывается импульсной характеристикой фильтра  $h_{\text{фф}}(t)$ . Отсюда передаточная функция ФФ  $W_{\text{фф}}(p) = L[h_{\text{фф}}(t)]$ . Так, если должны формироваться прямоугольные импульсы длительностью  $\tau_u$  то передаточная функция ФФ:

$$W_{\text{фф}}^*(p) = (1 - e^{-ptu})/p.$$

При наличии в реальной системе фиксатора (экстраполятора) он оказывается включённым в дискретной модели последовательно с ФФ. Обычно при анализе их объединяют в одно звено - *обобщённый формирующий фильтр*, передаточная функция которого

$$W_{\text{фф}}(p) = W_{\text{фф}}^*(p) \cdot W_{\text{з}}(p) = \left[ \frac{1 - e^{-ptu}}{p} \right] \left[ \frac{1 - e^{-pT_o}}{p} \right] \approx \frac{1 - e^{-pT_o}}{p}$$

(последнее равенство выполняется при  $\tau_u \ll T_o$ ).

Инерционное звено системы с коэффициентом передачи  $W_{\text{ф}}(p)$  и формирующий фильтр с коэффициентом  $W_{\text{фф}}(p)$  образуют приведённую непрерывную часть системы (пунктир на рис.6.3).

Коэффициент передачи приведённой непрерывной части

$$W_{nh}(p) = W_{\phi\phi}(p) * W_{\phi}(p).$$

*Математическое описание дискретных систем.* Для анализа процессов в дискретных системах наиболее широкое распространение получило  $Z$  - преобразование.

Функция (преобразование) вида

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot z^{-n}, \quad \text{где } z = e^{pT}$$

называется  $Z$  - преобразованием ( $Z$  - изображением) сигнала  $x(t)$  и сокращённо обозначается  $Z[x(nT)]$ , либо  $Z[x(t)]$ . Существует также обратное преобразование, которое позволяет по  $Z$ -преобразованию определить оригинал.

*Использование  $Z$ -преобразования для анализа дискретных (импульсных) систем во многом аналогично использованию преобразования Лапласа для анализа непрерывных систем.*

Существуют таблицы взаимно-однозначных соответствий  $Z$ -изображений  $U(z)$  и их оригиналов  $u(t)$ . С помощью таблиц по заданному воздействию  $u(t)$  находится его изображение  $U(z)$ . Затем находится передаточная функция  $W(z)$  дискретной системы, после чего определяется изображение  $V(z)$  искомого процесса  $v(t)$  по соотношению

$$V(z) = W(z)U(z).$$

Обратное преобразование, т. е. определение искомого процесса  $v(t)$ , производится с помощью таблиц. Свойства  $Z$  - преобразования подобны свойствам преобразования Лапласа.

**ЗАМЕЧАНИЕ.** Иногда оперируют с  $Z$  - преобразованием для изображения по Лапласу  $X(p)$  непрерывного процесса  $x(t)$  и записывают его в виде  $Z[X(p)]$ . По определению  $Z[X(p)]$  совпадает с  $Z$  - преобразованием самого процесса  $x(t)$ , т. е.  $Z[X(p)] = Z[x(t)]$ .

*Передаточная функция дискретной системы (дискретная ПФ)  $W(z)$  определяется как отношение  $Z$ - изображений выходного  $v(t)$  и входного  $u(t)$  процессов*

$$W(z) = V(z)/U(z).$$

Аналогично тому, как ПФ непрерывной системы  $W(p)$  является преобразованием Лапласа от импульсной характеристики  $h(t)$

системы, дискретная ПФ  $W(z)$  является  $Z$ -преобразованием от импульсной характеристики дискретной системы:

$$W(z) = Z[h(t)] = Z[W(p)],$$

где последнее равенство записано в силу приведённого выше замечания.

Однако существует важная особенность дискретной ПФ  $W(z)$  по сравнению с  $W(p)$ ; при последовательном соединении звеньев результирующая ПФ всей системы  $W(z)$  в общем случае не равна произведению ПФ отдельных звеньев. Эта особенность ограничивает возможность непосредственного отыскания  $K(z)$  системы на основе дискретных ПФ элементарных звеньев.

Выражения для дискретной ПФ замкнутой следящей системы (рис. 6.3) через дискретные ПФ отдельных звеньев получены в [1].

*Разностное уравнение*, связывающее дискретные процессы на входе и выходе системы, является ещё одним методом описания дискретных систем. Его можно получить по ПФ дискретной системы. Представим для этого ПФ  $W(z)$  системы в виде дробно-рациональной функции переменной  $z^{-1}$ :

$$W(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}) / (1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n})$$

Подставив это выражение в уравнение  $V(z) = W(z) U(z)$ , запишем:

$$(1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}) V(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}) U(z).$$

Перейдём от  $Z$ -преобразования к оригиналам в обеих частях этого уравнения (выполнив обратное  $Z$ -преобразование). Учитывая при этом теорему сдвига для  $Z$ -изображений, получим

$$v_k + a_1 v_{k-1} + \dots + a_n v_{k-n} = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \dots + b_m u_{k-m},$$

где введены обозначения  $v_k = v(kT_0)$ ,  $u_k = u(kT_0)$ .

Решив это уравнение относительно  $u_k$ , получим разностное уравнение:

$$u_k = \sum_{i=0}^m b_i u_{ki} - \sum_{i=0}^m a_i v_{ki}$$

Таким образом, разностное уравнение связывает значения выходного процесса  $v(kT)$  с его значениями в предшествующих тактовых точках и значениями воздействия в моменты времени

$$t = kT_0, (k-1)T_0, \dots, (k-m)T_0.$$

В тех случаях, когда исходным описанием системы является разностное уравнение, по нему можно найти передаточную функцию  $W(z)$ . Для этого необходимо выполнить с использованием теоремы сдвига  $Z$ - преобразование обеих частей разностного уравнения и определить отношение  $V(z)/U(z)$ .

**Устойчивость дискретных следящих систем.** Устойчивость дискретной системы, так же как и непрерывной, связана с определённым расположением полюсов её передаточной функции на комплексной плоскости: *полюсы  $z$ , её передаточной функции  $W(z) = B(z)/A(z)$  должны находиться внутри единичного радиуса на плоскости комплексной переменной  $z$ , т.е. удовлетворять условиям  $z_i < 1$* . Полюсы  $z$ , являются корнями характеристического уравнения системы

$$A(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0 = 0.$$

*Алгебраический критерий* устойчивости, подобный критерию Гурвица, удобно использовать для анализа устойчивости при  $n < 5$ . При этом проверяется выполнение системы неравенств для коэффициентов характеристического уравнения.

Так, система первого порядка ( $n = 1$ ) устойчива, если

$$a_1 + a_0 > 0, \quad a_1 - a_0 > 0.$$

При  $n = 2$ :

$$a_2 + a_1 + a_0 > 0; \quad a_2 - a_1 + a_0 > 0; \quad a_2 - a_0 > 0.$$

Устойчивость дискретных систем можно проанализировать также с помощью частотных критериев, например критерия Найквиста.

Дискретные системы радиоавтоматики по сравнению с непрерывными при прочих равных условиях менее устойчивы. Так, непрерывные системы первого и второго порядков являются всегда устойчивыми и не требуют соблюдения каких-либо дополнительных соотношений между коэффициентами характеристического уравнения (только  $a_i > 0$ ). А дискретная система даже первого порядка может быть неустойчивой. Это объясняется тем, что регулирование (т.е. приведение системы в состояние покоя) осуществляется здесь только в тактовые моменты времени. В паузах может происходить "накопление" ошибки. Поэтому, чем больше период дискретизации  $T_0$ ,

тем менее устойчива система в общем случае, тем меньше допустимое значение коэффициента усиления  $K$  контура регулирования.

**Динамические ошибки в установившемся режиме.** Реакцию дискретной системы на детерминированное воздействие можно найти методом  $Z$  - преобразования. При этом, если начальные условия в системе нулевые, то путём перемножения  $Z$  - изображения  $E(z)$  воздействия  $e(t)$  и передаточной функции  $W_{ev}(z)$  определяется  $Z$ -изображение  $V(z)$  выходного процесса:  $V(z) = W_{ev}(z) E(z)$ . Затем по  $V(z)$  отыскивается сам дискретный выходной процесс  $v(nT)$ .

Если достаточно знать значение выходного процесса только в установившемся режиме, то для определения его в устойчивой системе удобно применить теорему о конечном значении оригинала

Дискретные следящие системы, также, как и непрерывные, в зависимости от ошибки слежения в установившемся режиме подразделяются на статические и астатические. Если ПФ разомкнутой системы имеет в точке  $z = 1$  полюс кратности  $\nu$ , говорят, что порядок астатизма системы равен  $\nu$ . В этом случае динамическая ошибка, определяемая при нестационарном входном воздействии общего вида  $e(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_m t^m$  в установившемся режиме будет равна нулю при условии  $m < \nu$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный материал подтверждает необходимость всестороннего (системного) рассмотрения всей совокупности проблем, возникающих при разработке любой радиотехнической автоматической системы.

Для такого подхода разработчик должен четко представлять назначение и условия эксплуатации проектируемой системы, определяющих выбор принципа действия, тактико-технических характеристик и структуры автоматической системы. При разработке системы необходимо учитывать исторический опыт и перспективы развития систем не только рассматриваемого класса, но и других (альтернативных) систем, о которых разработчик должен иметь достаточно глубокое представление. Особенно важно это при создании комплексных автоматических систем, включающих разнородные системы радиоавтоматики.

Рациональный выбор принципа действия и структуры автоматической системы не может быть сделан без глубокого знания современной элементной базы и перспектив её развития. Разработчик автоматических систем должен внимательно следить за результатами фундаментальных исследований и учитывать их при проектировании. Использование современной цифровой элементной базы позволило существенно улучшить характеристики радиотехнических автоматических систем.

Радиоинженер должен уметь применять методы оптимизации систем радиоавтоматики так же, как и методы проектирования таких систем от эвристических оценок и физического эксперимента до математического моделирования и автоматизированного проектирования. Методы и средства, используемые при создании радиотехнических автоматических систем, непрерывно расширяются.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Профессия, 2003. – 747 с.
2. Коновалов, Г.Ф. Радиоавтоматика / Г.Ф. Коновалов. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.
3. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления / А.А. Ерофеев. – СПб.: Политехника, 1998. – 294 с.
4. Бесекерский, В.А. Радиоавтоматика / под ред. В.А. Бесекерского. – М.: Высш. шк., 1985. – 271 с.
5. Коломиец, А.П. Автоматика / А.П. Коломиец, А.В. Шавров. – М.: Колос, 2000. – 262 с.
6. Радиотехнические системы / Ю.М. Казаринов. – М.: Высш. шк., 1990. – 496 с.
7. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / ред. В.Н. Харисов, А.И. Перов. – М.: ИПРЖР, 1999. – 400 с.
8. Рыжков, А.В. Синтезаторы частот в технике радиосвязи / А.В. Рыжков, В.Н. Попов. – М.: Радио и связь, 1991. – 264 с.

## **ДЛЯ ЗАМЕТОК**

**Исмаилов Тагир Абдурашидович  
Гаджиев Хаджимурат Магомедович  
Шкурко Артем Сергеевич  
Магомедсаидова Сарат Загидовна**

**РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ  
В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ  
СИСТЕМАХ ДИАГНОСТИКИ**

**научное издание**

**Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.  
Печать ризограф. Усл. п. л. 3,0.  
Тираж 100 экз. Заказ №**

---

**Отпечатано в ИИЦ ДГТУ.  
367015, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70**