МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Учебно-методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Методы оптимизации» для студентов направления бакалавриата 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Махачкала 2020

УДК
Учебно-методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Методы оптимизации» для студентов направления бакалавриата 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Махачкала: ДГТУ, 2020.-27 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ для студентов направления бакалавриата 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Указания содержат описания лабораторных работ по темам:

1.Задача составления рациона

2.Транспортная задача

В учебно-методических указаниях изложены необходимые основы математического аппарата и примеры его использования в современных экономических приложениях. Основной упор сделан на приобретение навыков использования математического аппарата и формирования умений решения, поставленных задач, с помощью доступного программного обеспечения: математические пакеты Maple, Mathcad Prime и среда электронных таблиц MS Excel. Каждый тип задач сопровождается подробным пошаговым описанием составления математической модели задачи и путей решения.

Составители: доцент кафедры ПМиИ, к.т.н. Мирземагомедова М.М.
Зав. кафедрой ПМиИ, доцент, к.ф.-м.н. Исабекова Т.И.

Рецензент:
Доцент кафедры ИТиПИвЭ ДГТУ, к.э.н. Мурадов М.М..
Доцент кафедры ИиИТ ДГУ, к.ф.-м.н. Ахмедова З.Х.

Печатается согласно постановлению
Ученого Совета Дагестанского Государственного Технического Университета.

от «______»_______________2020г.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 «ЗАДАЧА СОСТАВЛЕНИЯ РАЦИОНА»……………………………………………………………….4

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 «ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА»…………19

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА………………………………………...35

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 «ЗАДАЧА СОСТАВЛЕНИЯ РАЦИОНА»

Цель работы: овладеть навыками составления математической модели задачи о диете и ее решения в математических пакетах Maple, Mathcad Prime и в MS Excel.

Требуется:

- изучить теоретический материал;
- выполнить математическую постановку задачи;
- решить задачу в математических пакетах Maple, Mathcad Prime и в среде электронных таблиц MS Excel.

Необходимые теоретические сведения

Другая классическая задача линейного программирования связана с проблемой подбора оптимального набора пищевых продуктов для составления диеты.

Задача имеет следующее экономическое содержание. Рассмотрим условную ситуацию. Дневная диета содержит m видов различных питательных веществ $S_1, S_2, \ldots, S_m$ соответственно не менее $b_1, b_2, \ldots, b_m$ условных единиц. Имеется n различных видов продуктов $P_1, P_2, \ldots, P_n$, каждый из которых содержит m видов питательных веществ, например, жиров, белков, углеводов. Обозначим a_{ij} − содержание в весовых единицах i-го питательного вещества в единице веса j-го продукта, c_j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ − стоимость единицы веса продукта с номером j. Необходимо определить состав и количество продуктов, необходимых для включения в диету. При этом суточные потребности должны быть удовлетворены с минимальными денежными затратами. Сведем данные условия в таблицу 1.1.

Составим экономико-математическую модель задачи.

Введем обозначения:

x_1 – количество потребления продукта вида P_1,

x_2 – количество потребления продукта вида P_2,

$\ldots$

x_n – количество потребления продукта вида P_n в сутки.

В результате потребления x_1 ед. продукта вида P_1 содержание питательного вещества S_1 в суточной норме потребления составит $a_{11}x_1$ усл. единиц. Общее содержание питательного вещества S_1 в рационе определяется выражением $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$. Поскольку содержание питательного вещества S_1 в рационе не должно быть меньше минимальной суточной потребности организма, т.е. величины b_1, то должно выполняться неравенство $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geq b_1$. В общем виде, содержание i-го питательного вещества в рационе не должно быть меньше b_i, поэтому необходимо выполнение неравенства $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \geq b_i$. Выполнение подобных ограничений описывает требование к диете, которое разрешает потреблять каждый вид питательного вещества в объеме не менее минимальной суточной потребности организма.

Таблица 1.1 – Исходная информация задачи о диете

Виды питательных веществ	**Виды продуктов**						**Минимальная суточная потребность в питательном веществе, усл.ед.**
	P_1	P_2	$\ldots$	P_j	$\ldots$	P_n	
S_1	a_{11}	a_{12}	$\ldots$	a_{1j}	$\ldots$	a_{1n}	b_1
S_2	a_{21}	a_{22}	$\ldots$	a_{2j}	$\ldots$	a_{2n}	b_2
$\ldots$	$\ldots$						$\ldots$
S_i	a_{i1}	a_{i2}	$\ldots$	a_{ij}	$\ldots$	a_{in}	b_i
$\ldots$	$\ldots$						$\ldots$
S_m	a_{m1}	a_{m2}	$\ldots$	a_{mj}	$\ldots$	a_{mn}	b_m
Стоимость единицы веса продукта	c_1	c_2	$\ldots$	c_j	$\ldots$	c_n	

Кроме того, $x_1, x_2, ..., x_n \geq 0$, так как количество потребляемых продуктов не может быть отрицательным числом.

Стоимость всего рациона определяет линейная функция $Z(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$.

Итак, экономико-математическая формулировка задачи о диете имеет вид: найти неотрицательные значения переменных $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$, удовлетворяющих условиям

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \geq b_2, \\ \qquad\qquad \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \geq b_m, \end{cases}$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

и минимизирующих функцию

$$Z(X) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \min.$$

Рассмотрим задачу с конкретными данными.

Пример. Пусть имеются 8 видов продуктов содержащих 9 питательных веществ и незаменимых компонент. В 100 граммах продукта содержится известное a_{ij} количество питательного вещества или незаменимого компонента. Кроме того, известны: b_i – ежесуточная минимальная потребность организма в веществах S_i $\left(i = \overline{1,9}\right)$, c_j и e_j – стоимость и энергетическая ценность (в килокалориях) 100 грамм продукта P_j $\left(j = \overline{1,8}\right)$.

Все указанные величины представлены в табл. 1.2.

Требуется рассчитать суточную диету так, чтобы обеспечить необходимое количество питательных веществ и незаменимых компонент при минимальных затратах на продукты. Найти калорийность K полученной оптимальной диеты.

Все указанные величины представлены в табл. 1.2.

Требуется рассчитать суточную диету так, чтобы обеспечить необходимое количество питательных веществ и незаменимых компонент при минимальных затратах на продукты. Найти калорийность K полученной оптимальной диеты.

Решение. Для решения сформулированной задачи составим ее математическую модель.

1. Введем обозначения: x_j – неизвестное пока количество (грамм) продукта P_j $\left(j = \overline{1,8}\right)$, входящего в диету.

2. Составим целевую функцию – стоимость диеты:

$$Z(X) = \frac{1}{100}\sum_{j=1}^{8} c_j x_j =$$

$$= \frac{1}{100}\left(1.6x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 2.6x_4 + 13x_5 + 11x_6 + 3x_7 + 2.5x_8\right) \to \min. \quad (1.1)$$

Таблица 1.2 − Данные к задаче о диете

Питательные вещества	**Мин. суточная потребность, г**	**Содержание питательных веществ в 100 г продукта**							
		Хлеб ржаной	**Масло**	**Творог жирный**	**Крупа гречневая**	**Мясо свиное**	**Колбаса вареная**	**Яблоки**	**Морковь**
Белки	90	6.6	0.5	14	12.6	14.3	12.1	0.4	1.3
Жиры	95	1.2	82.5	18	3.3	33.3	13.5	0.4	0.1
Углеводы	330	34.2	0.8	2.8	62.1	0	0	9.8	7.2
Ретинол (витамин A)	0.00017	0	0.54	0.1	0	0	0	0	0
Каротин (витамин A)	0.0059	0	0.38	0.06	0.01	0	0	0.03	9
Витамин B_1	0.0013	0.18	0	0.05	0.43	0.4	0.06	0.03	0.06
Витамин B_2	0.0017	0.08	0.1	0.3	0.2	0.1	0.13	0.02	0.07
Витамин PP	0.018	0.67	0.05	0.3	4.19	2.2	0	0.3	1
Витамин C	0.08	0	0	0.3	0	0	0	165	5
Стоимость 100 г продукта (руб.)		1.6	10	7	2.6	13	11	3	2.5
Энергетическая ценность 100 г продукта (Ккал.)		181	748	239	335	491	170	45	34

3. Сформулируем ограничения рассматриваемой задачи.

3.1.По минимальным потребностям организма. Это ограничение можно записать в виде:

$$\begin{cases} \frac{1}{100}(6.6x_1 + 0.5x_2 + 14x_3 + 12.6x_4 + 14.3x_5 + 12.1x_6 + 0.4x_7 + 1.3x_8) \geq 90, \\ \frac{1}{100}(1.2x_1 + 82.5x_2 + 18x_3 + 3.3x_4 + 33.3x_5 + 13.5x_6 + 0.4x_7 + 0.1x_8) \geq 95, \\ \frac{1}{100}(34.2x_1 + 0.8x_2 + 2.8x_3 + 62.1x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 9.8x_7 + 7.2x_8) \geq 330, \\ \frac{1}{100}(0x_1 + 0.54x_2 + 0.1x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8) \geq 0.00017, \\ \frac{1}{100}(0x_1 + 0.38x_2 + 0.06x_3 + 0.01x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0.03x_7 + 9x_8) \geq 0.0059, \\ \frac{1}{100}(0.18x_1 + 0x_2 + 0.05x_3 + 0.43x_4 + 0.4x_5 + 0.06x_6 + 0.03x_7 + 0.06x_8) \geq 0.0013, \\ \frac{1}{100}(0.08x_1 + 0.1x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4 + 0.1x_5 + 0.13x_6 + 0.02x_7 + 0.07x_8) \geq 0.0017, \\ \frac{1}{100}(0.67x_1 + 0.05x_2 + 0.3x_3 + 4.19x_4 + 2.2x_5 + 0x_6 + 0.3x_7 + 1x_8) \geq 0.018, \\ \frac{1}{100}(0x_1 + 0x_2 + 0.3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 165x_7 + 5x_8) \geq 0.08. \end{cases} \qquad (1.2)$$

В левой части каждого неравенства записано фактическое суточное потребление питательных веществ и незаменимых компонент.

3.2.Условие неотрицательности:

$$x_j \geq 0\left(j = \overline{1,8}\right). \qquad (1.3)$$

4. После нахождения оптимального решения рассчитаем калорийность полученной диеты:

$$K = \frac{1}{100}\sum_{j=1}^{8} e_j x_j^{опт} = \frac{1}{100}\left(181x_1^{опт} + 748x_2^{опт} + 239x_3^{опт} + \right.$$
$$\left. + 335x_4^{опт} + 491x_5^{опт} + 170x_6^{опт} + 45x_7^{опт} + 34x_8^{опт}\right). \qquad (1.4)$$

Таким образом, целевая функция (1.1) и ограничения (1.2−1.3) и формула (1.4) образуют математическую модель задачи о диете.

Решение задачи в пакете Maple

1.Подключаем пакет simplex:

>with(simplex):

2. Задаем целевую функцию:

>Z:=1/100*(1.6*x[1]+10*x[2]+7*x[3]+2.6*x[4]+13*x[5]+11*x[6]+3*x[7]+2.5*x[8]):

3. Задаем систему ограничений:

**>C:={1/100*(6.6*x[1]+0.5*x[2]+14*x[3]+12.6*x[4]+14.3*x[5]+12.1*x[6]+0.4*x[7]+13*x[8])>=90,
1/100*(1.2*x[1]+82.5*x[2]+18*x[3]+3.3*x[4]+33.3*x[5]+13.5*x[6]+0.4*x[7]+0.1*x[8])>=95,
1/100*(34.2*x[1]+0.8*x[2]+2.8*x[3]+62.1*x[4]+0*x[5]+0*x[6]+9.8*x[7]+7.2*x[8])>=330,
1/100*(0*x[1]+0.54*x[2]+0.1*x[3]+0*x[4]+0*x[5]+0*x[6]+0*x[7]+0*x[8])>=0.00017,
1/100*(0*x[1]+0.38*x[2]+0.06*x[3]+0.01*x[4]+0*x[5]+0*x[6]+0.03*x[7]+9*x[8])>=0.0059,
1/100*(0.18*x[1]+0*x[2]+0.05*x[3]+0.43*x[4]+0.4*x[5]+0.06*x[6]+0.03*x[7]+0.006*x[8])>=0.0013,
1/100*(0.08*x[1]+0.1*x[2]+0.3*x[3]+0.2*x[4]+0.1*x[5]+0.13*x[6]+0.02*x[7]+0.07*x[8])>=0.0017,
1/100*(0.67*x[1]+0.05*x[2]+0.3*x[3]+4.19*x[4]+2.2*x[5]+0*x[6]+0.3*x[7]+1*x[8])>=0.018,
1/100*(0*x[1]+0*x[2]+0.3*x[3]+0*x[4]+0*x[5]+0*x[6]+165*x[7]+5*x[8])>=0.08}:**

4.Находим оптимальное решение задачи:

>X:=minimize(Z,C,NONNEGATIVE);

$$X := \{x_5 = 0, x_8 = 0, x_2 = 86.71755999, x_1 = 0, x_6 = 0, x_3 = 0, x_4 = 710.8430021, x_7 = .04848487988\}$$

5.Находим минимальное значение функции Z в найденных точках (минимальную стоимость):

>Z[min]:=subs(X,Z);

$$Z_{min} := 27.15512860$$

6.Задаем энергетическую ценность 100 г продукта (Ккал.):

>E:=array([181,748,239,335,491,170,45,34]);

$$E := [181, 748, 239, 335, 491, 170, 45, 34]$$

7.Найденное оптимальное решение записываем в виде вектора:

>xopt:=array([0,86.71755999,0,710.8430021,0,0,0.04848487988,0]);

$$xopt := [0, 86.71755999, 0, 710.8430021, 0, 0, .04848487988, 0]$$

8. Находим энергетическую ценность диеты:

>K:=sum(xopt[i]*E[i],i=1..8)/100;

$$K := 3029.993224$$

Решение задачи в пакете Mathcad Prime

Для решения задачи в пакете Mathcad Prime необходимо:

1.Задать исходные данные.

2.На вкладке «Математика» выбрать «Блок решения».

3.В области «Начальные приближения» присвоить переменным, т.е. вектору X начальные (любые, например, нулевые) значения и определить целевую функцию – стоимость разрабатываемой диеты.

4.В области «Ограничения» ввести все необходимые ограничения.

5.В области «Решатель» найти оптимальное решение с помощью функции minimize, вычислить минимальное значение стоимости полученной диеты и ее энергетическую ценность.

Минимальная суточная потребность, г.

$$B:=\begin{bmatrix}90\\95\\330\\0.00017\\0.0059\\0.0013\\0.0017\\0.018\\0.08\end{bmatrix}$$

Стоимость 100 г продукта (руб.)

$$C:=\begin{bmatrix}1.6\\10\\7\\2.6\\13\\11\\3\\2.5\end{bmatrix}$$

Энергетическая ценность 100 г продукта (Ккал.)

$$E:=\begin{bmatrix}181\\748\\239\\335\\491\\170\\45\\34\end{bmatrix}$$

Содержание питательных веществ в 100 г продукта

$$A:=\begin{bmatrix}6.6 & 0.5 & 14 & 12.6 & 14.3 & 12.1 & 0.4 & 1.3\\ 1.2 & 82.5 & 18 & 3.3 & 33.3 & 13.5 & 0.4 & 0.1\\ 34.2 & 0.8 & 2.8 & 62.1 & 0 & 0 & 9.8 & 7.2\\ 0 & 0.54 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0.38 & 0.06 & 0.01 & 0 & 0 & 0.03 & 9\\ 0.18 & 0 & 0.05 & 0.43 & 0.4 & 0.06 & 0.03 & 0.06\\ 0.08 & 0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.13 & 0.02 & 0.07\\ 0.67 & 0.05 & 0.3 & 4.19 & 2.2 & 0 & 0.3 & 1\\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 165 & 5\end{bmatrix}$$

Начальные приближения

Количество (грамм) продуктов, входящего в диету:

$$X:=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

Целевая функция – стоимость диеты:

$$F(X):=\frac{1}{100}\cdot C\cdot X$$

Ограничения

Ограничения рассматриваемой задачи:

Минимальная потребность организма: $\frac{1}{100}A\cdot X\geq B$

Условие неотрицательности: $X\geq 0$

Решатель

Оптимальное решение задачи: $\mathbf{X}:=\text{minimize}(F,\mathbf{X})=\begin{bmatrix}0\\86.718\\0\\710.843\\0\\0\\0.048\\0\end{bmatrix}$

Минимальная стоимость: $F(\mathbf{X})=27.155$

Энергетическая ценность диеты: $\mathbf{X}\cdot\frac{E}{100}=3029.993$

Решение задачи в среде электронных таблиц MS Excel

1.Идентифицируйте свою работу, переименовав Лист 1 в «Титульный лист» и записав номер лабораторной работы, ее название, кто выполнил и проверил.

2.На следующем листе (см. рис.1.1.), с именем «Задача составления рациона», создайте таблицу для ввода условий задачи и введите исходные данные. Таблицу дополните столбцом «Фактическое суточное потребление».

3.Создайте вторую таблицу, указав в ней продукты диеты и переменные математической модели. В ячейках **D17:K17** поместите нулевые (начальные) значения искомых переменных $x_1, x_2, \ldots, x_8$.

4.В ячейку **D18** введите формулу целевой функции – стоимости рассчитываемой диеты.

Это можно осуществить двумя способами.

1.Способ: введите формулу

=(D12*D17+E12*E17+F12*F17+G12*G17+H12*H17+I12*I17+J12*J17+K12*K17)/100.

Завершите ввод нажатием клавиши Enter, получим в ячейке D18 нулевое значение, т.к. пока равны нулю все переменные $x_1, x_2, \ldots, x_8$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Питательные вещества	Фактическое суточное потребление, г	Мин. суточная потребность, г	Содержание питательных веществ в 100 г продукта							
2				Хлеб ржаной	Масло	Творог жирный	Крупа гречневая	Мясо свиное	Колбаса вареная	Яблоки	Морковь
3	Белки		90	6,6	0,5	14	12,6	14,3	12,1	0,4	1,3
4	Жиры		95	1,2	82,5	18	3,3	33,3	13,5	0,4	0,1
5	Углеводы		330	34,2	0,8	2,8	62,1	0	0	9,8	7,2
6	Ретинол (витамин *A*)		0,00017	0	0,54	0,1	0	0	0	0	0
7	Каротин (витамин *A*)		0,0059	0	0,38	0,06	0,01	0	0	0,03	9
8	Витамин B_1		0,0013	0,18	0	0,05	0,43	0,4	0,06	0,03	0,06
9	Витамин B_2		0,0017	0,08	0,1	0,3	0,2	0,1	0,13	0,02	0,07
10	Витамин *PP*		0,018	0,67	0,05	0,3	4,19	2,2	0	0,3	1
11	Витамин *C*		0,08	0	0	0,3	0	0	0	165	5
12	Стоимость 100 г продукта (руб.)			1,6	10	7	2,6	13	11	3	2,5
13	Энергетическая ценность 100 г продукта (Ккал.)			181	748	239	335	491	170	45	34
14											
15	Продукты, включенные в диету			Хлеб ржаной	Масло	Творог жирный	Крупа гречневая	Мясо свиное	Колбаса вареная	Яблоки	Морковь
16	Переменные математической модели			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
17	Количество продукта, г			0	0	0	0	0	0	0	0
18	Целевая функция (стоимость диеты) Z(X)=										
19	Энергетическая ценность диеты *K*=										
20											

Задача составления рациона / Лист2 / Лист3

Рис. 1.1

2. Способ:

− Установите курсор на D18.

− Нажмите кнопку «Вставить функцию» , в результате появится диалоговое окно «Мастер функций» (см. рис. 1.2). В нем установите категорию «Математические» и выберите функцию «СУММПРОИЗВ». Нажмите «ОК».

− В появившемся окне «Аргументы функции» (см. рис. 1.3) в строку «Массив 1» введите выражение D12:K12, а в строку «Массив 2» − D17:K17. Нажмите «ОК».

Адреса ячеек удобно вводить не с клавиатуры, а протаскивать мышью по ячейкам, чьи адреса следует вводить.

− Установите курсор на D18, и в «Строка формул» (см. рис. 1.4) **=СУММПРОИЗВ(D12:K12;D17:K17)** поделите на 100. Нажмите Enter.

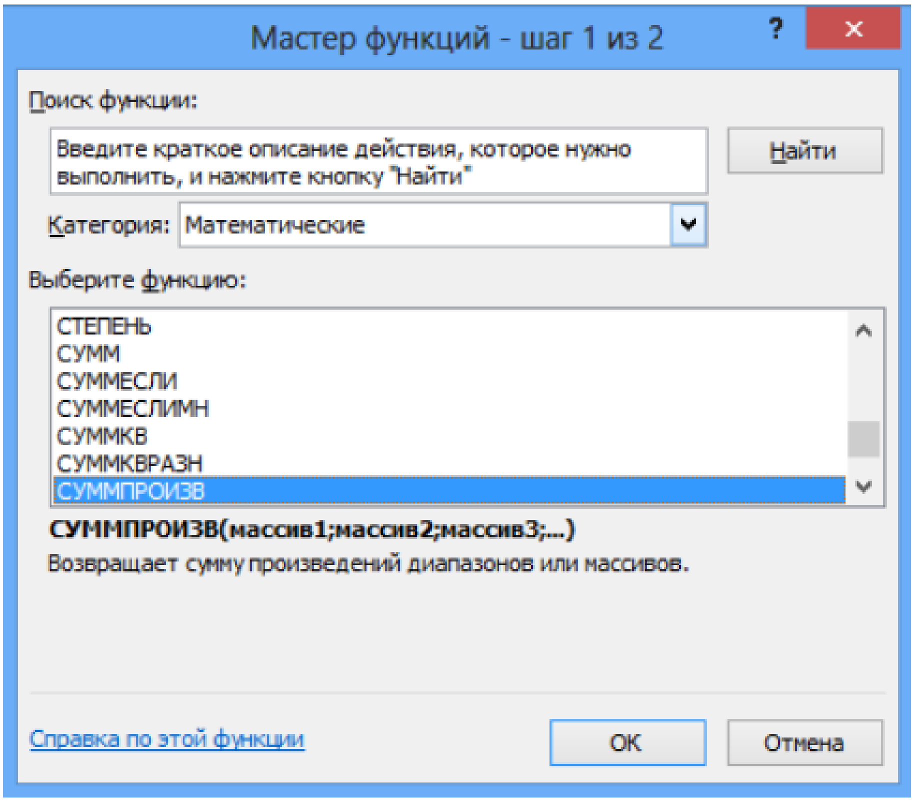


Рис. 1.2

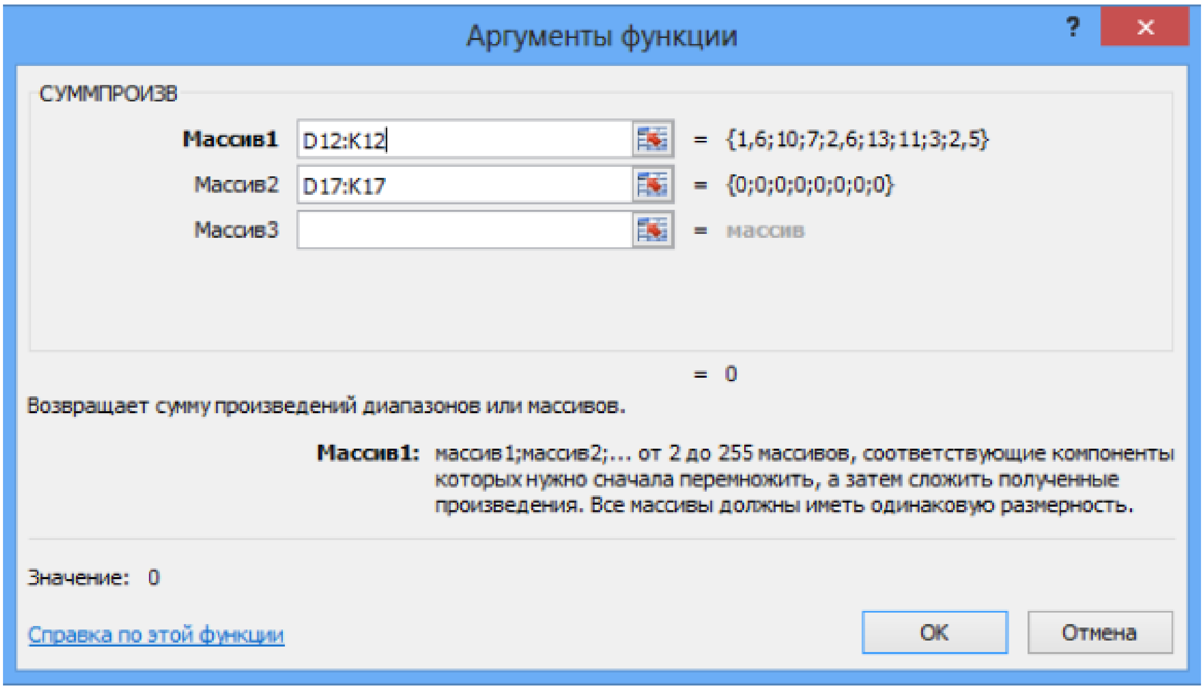


Рис. 1.3

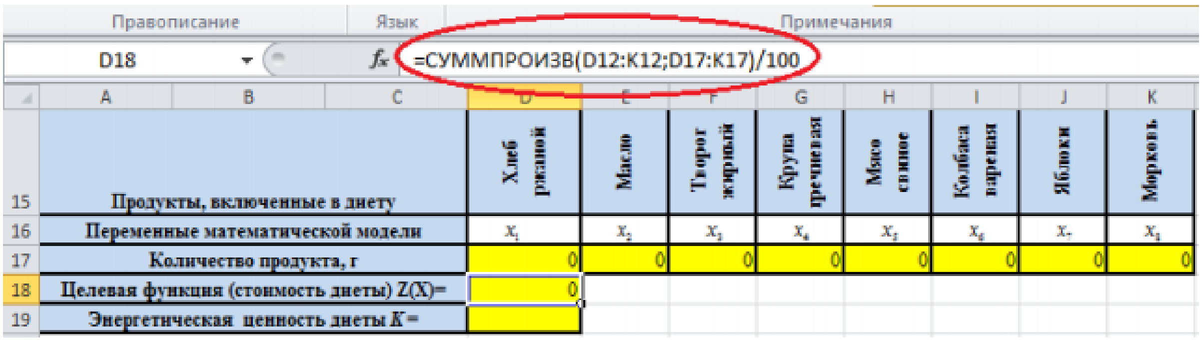


Рис. 1.4

5. В ячейках столбца **B** Excel запишите формулы расчета фактического потребления питательных веществ и незаменимых компонент. Формула для белка имеет вид:

=СУММПРОИЗВ(D3:K3;D$17:K$17)/100

Эту формулу скопируйте автозаполнением в остальные ячейки диапазона B4:B11.

6. В ячейку **D19** запишите формулу для вычисления энергетической ценности полученной диеты:

=СУММПРОИЗВ(D17:K17;D13:K13)/100

7. На вкладке «Данные» выберите пункт «Поиск решения».

8. В появившемся окне «Параметры поиска решения» нужно выполнить необходимые установки (см. рис. 1.5).

– Введите адрес целевой ячейки $D$18 в поле «Оптимизировать целевую функцию» или щёлкните по кнопке , затем по ячейке D18 и снова по кнопке .

– Введите направление целевой функции, щёлкнув левой кнопкой мыши по селекторному полю «Минимум».

– В поле «Изменяя ячейки переменных» впишите адреса $D$17:$K$17 или щёлкните по кнопке , выделите мышью диапазон ячеек D17:K17 и снова щёлкните по кнопке .

– В поле «В соответствии с ограничениями» введите ограничения с помощью кнопки «Добавить».

При этом вызывается диалоговое окно «Добавление ограничения», показанное на рис. 1.6.

В поле «Ссылка на ячейки» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек B3:B11 и снова щёлкните по кнопке , в следующем поле выберите знак >=, нажав , затем в поле «Ограничение» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек C3:C11 и снова щёлкните по кнопке (см. рис. 1.6). Нажмите «ОК».

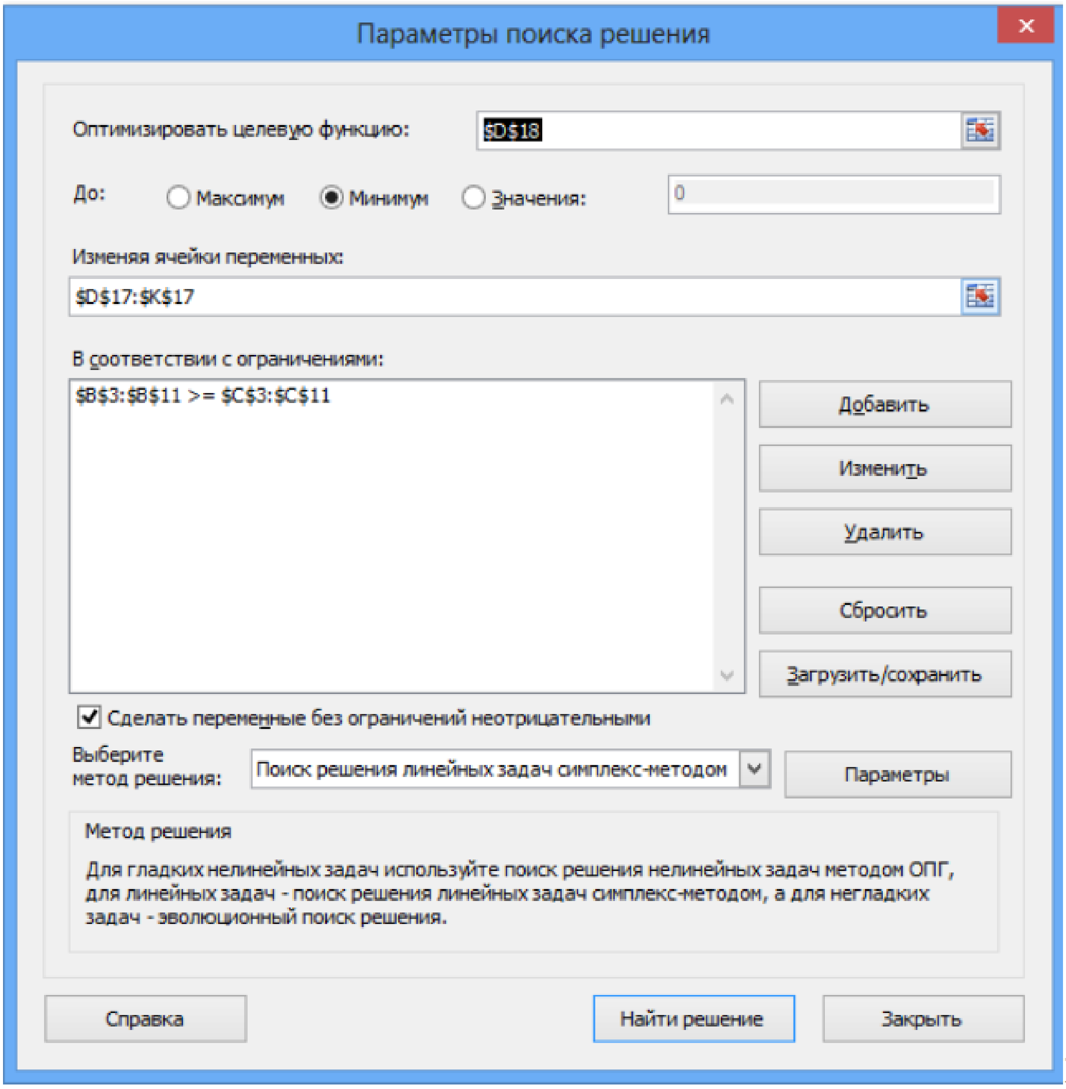


Рис.1.5

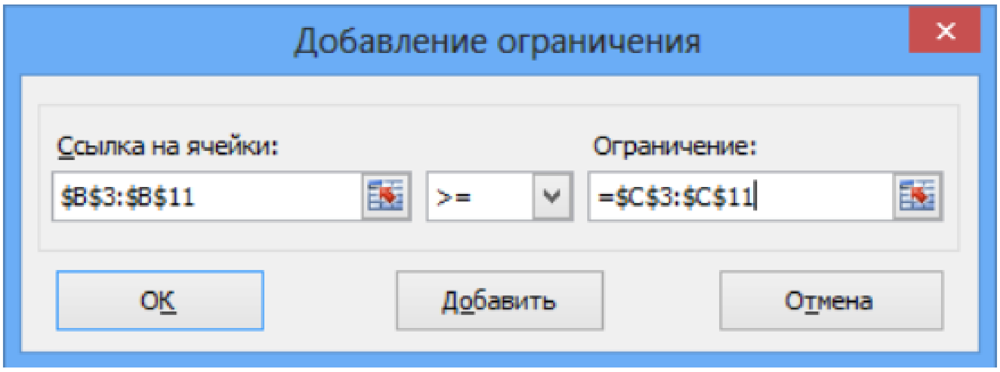


Рис. 1.6

– Установите галочку «Сделать переменные без ограничений неотрицательными».

– Выберите метод решения «Поиск решения линейных задач симплекс-методом»

– Нажмите «Найти решение». В появившемся окне «Результаты поиска решения» нажмите «ОК» (см. рис. 1.7).

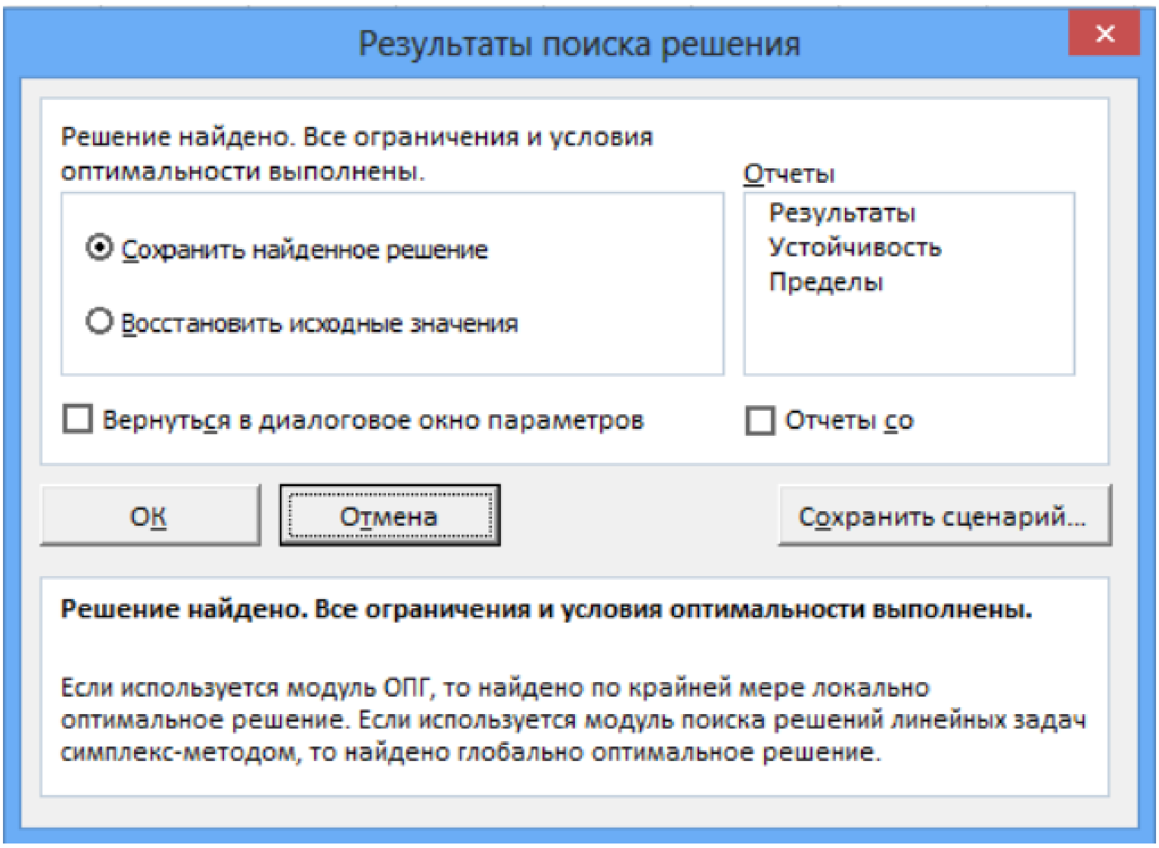


Рис. 1.7

Результат полученных вычислений представлен на рис. 1.8.

Питательные вещества	Фактическое суточное потребление, г	Мин. суточная потребность, г	Содержание питательных веществ в 100 г продукта							
			Хлеб ржаной	Масло	Творог жирный	Крупа гречневая	Мясо свиное	Колбаса вареная	Яблоки	Морковь
Белки	90	90	6,6	0,5	14	12,6	14,3	12,1	0,4	1,3
Жиры	95	95	1,2	82,5	18	3,3	33,3	13,5	0,4	0,1
Углеводы	442,1319963	330	34,2	0,8	2,8	62,1	0	0	9,8	7,2
Ретинол (витамин A)	0,468274824	0,00017	0	0,54	0,1	0	0	0	0	0
Каротин (витамин A)	0,400625574	0,0059	0	0,38	0,06	0,01	0	0	0,03	9
Витамин B_1	3,056639454	0,0013	0,18	0	0,05	0,43	0,4	0,06	0,03	0,06
Витамин B_2	1,508413261	0,0017	0,08	0,1	0,3	0,2	0,1	0,13	0,02	0,07
Витамин PP	29,82782602	0,018	0,67	0,05	0,3	4,19	2,2	0	0,3	1
Витамин C	0,08	0,08	0	0	0,3	0	0	0	165	5
Стоимость 100 г продукта (руб.)			1,6	10	7	2,6	13	11	3	2,5
Энергетическая ценность 100 г продукта (Ккал.)			181	748	239	335	491	170	45	34

Продукты, включенные в диету	Хлеб ржаной	Масло	Творог жирный	Крупа гречневая	Мясо свиное	Колбаса вареная	Яблоки	Морковь
Переменные математической модели	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Количество продукта, г	0	86,71756	0	710,843	0	0	0,048485	0
Целевая функция (стоимость диеты) $Z(X)$=	27,1551286							
Энергетическая ценность диеты K=	3029,99322							

Рис. 1.8

Выводы. Анализ полученного решения показывает, что для обеспечения минимальных суточных потребностей организма в питательных веществах и незаменимых компонентах диета состоит из трех продуктов: масла, гречневой каши и яблок в количествах 86.72, 710.84 и 0.05 грамм соответственно. При этом стоимость диеты составила 27.16 рублей, а питательная ценность – 3030 Ккал.

Исходные данные для лабораторной работы

Известны (табл. 1.3) минимальные суточные потребности человека, в зависимости от пола и возраста, в питательных веществах и незаменимых компонентах. В табл. 1.4 привидены содержание питательных веществ и незаменимых компонентов в 100 г. продукта. Стоимости 100 г. продуктов, включенных в диету, и предельные количества по каждому сформировать самостоятельно. Требуется рассчитать суточную диету (табл. 1.5), чтобы, с одной стороны, обеспечить минимально необходимое количество питательных веществ и незаменимых компонент, а с другой − минимизировать стоимость разработанной диеты. При этом необходимо подсчитать энергетическую ценность полученной диеты.

Таблица 1.3 − Минимальные суточные потребности

Питательные вещества	**Мужчины**			**Женщины**		
	18 – 25 лет	**26 – 39 лет**	**40 - 59 лет**	**18 - 25 лет**	**26 - 39 лет**	**40 - 59 лет**
Белки, г	96	95	90	83	80	78
Жиры, г	106	98	90	90	82	76
Углеводы, г	420	409	389	346	341	323
Ретинол (вит. *A*), мг	0.19	0.18	0.18	0.16	0.15	0.15
Каротин (вит. *A*), мг	6.6	6.3	6.0	5.5	5.1	5.0
Витамин B_1, мг	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2
Витамин B_2, мг	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4
Витамин *PP*, мг	20	19	18	17	16	15
Витамин *C*, мг	95	85	80	80	70	65
Суточная энергетическая потребность, Ккал.	3100	2950	2800	2600	2450	2320

Таблица 1.4 − Содержание питательных веществ и незаменимых компонентов в 100 г. продукта

Питательные вещества	Хлебные изделия		Молочные продукты			Мясо			Крупы		Колбаса		Овощи			Фрукты	
	Хлеб ржаной	Хлеб бородинский	Масло	Творог жирный	Кефир жирный	Свинина	Говядина	Баранина	Гречневая	Рисовая	Диетическая	Чайная	Морковь	Капуста	Кабачки	Яблоки	Апельсины
Белки, г	6.6	6.8	0.5	14	2.8	14.3	20	15.6	12.6	7	12.1	11.7	1.3	1.8	0.6	0.4	0.9
Жиры, г	1.2	1.3	82.5	18	3.2	33.3	9.8	16.3	3.3	1	13.5	2.5	0.1	0.1	0.3	0.4	0.2
Углеводы, г	34.2	35.6	0.8	2.8	4.1	0	0	0	62.1	70.7	0	0	7.2	4.7	4.9	9.8	0
Ретинол, мг	0	0	0.54	0.1	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Каротин,мг	0	0	0.38	0.06	0.01	0	0	0	0.01	0	0	0	9.0	0.02	0.03	0.03	0.05
Витамин B_1, мг	0.18	0.18	0	0.05	0.03	0.4	0.07	0.08	0.43	0.08	0.06	0.1	0.06	0.03	0.03	0.03	0.04
Витамин B_2, мг	0.08	0.08	0.1	0.3	0.17	0.1	0.18	0.14	0.2	0.04	0.13	0.16	0.07	0.04	0.03	0.02	0.03
Витамин *PP*, мг	0.67	1	0.05	0.3	0.14	2.2	5	3.8	4.19	1.6	0	0	1.0	0.74	0.6	0.3	0.2
Витамин *C*, мг	0	0	0	0.3	0.7	0	0		0	0	3.8	2.3	5.0	45.0	5.0	1.65	60
Энергетическая ценность 100 г, Ккал.	181	207	748	239	56	491	168	209	335	330	170	216	34	27	23	45	40

Таблица 1.5 − Варианты заданий

№ варианта	Пол	Возраст	Продукты
1	м	18 – 25 лет	Хлеб ржаной, масло, творог жирный, свинина, крупа гречневая, колбаса диетическая, колбаса чайная, морковь, кабачки, яблоки.
2	ж	26 – 39 лет	Хлеб бородинский, масло, кефир жирный, говядина, крупа рисовая, колбаса чайная, морковь, капуста, яблоки, апельсины.
3	м	40 – 59 лет	Хлеб ржаной, масло, творог жирный, баранина, крупа гречневая, колбаса диетическая, морковь, капуста, яблоки, апельсины.
4	ж	18 – 25 лет	Хлеб бородинский, масло, кефир жирный, свинина, крупа рисовая, колбаса чайная, морковь, кабачки, яблоки, апельсины.
5	м	26 – 39 лет	Хлеб ржаной, масло, творог жирный, говядина, крупа гречневая, колбаса диетическая, колбаса чайная, морковь, капуста, яблоки, апельсины.
6	ж	40 – 59 лет	Хлеб бородинский, масло, кефир жирный, баранина, крупа рисовая, колбаса чайная, морковь, кабачки, апельсины.
7	м	18 – 25 лет	Хлеб ржаной, масло, творог жирный, свинина, крупа гречневая, колбаса диетическая, колбаса чайная, морковь, капуста, яблоки.
8	ж	26 – 39 лет	Хлеб бородинский, масло, кефир жирный, говядина, крупа рисовая, морковь, кабачки, яблоки, апельсины.
9	м	40 – 59 лет	Хлеб ржаной, масло, творог жирный, баранина, крупа гречневая, колбаса диетическая, колбаса чайная, морковь, капуста, Яблоки, Апельсины.
10	ж	26 – 39 лет	Хлеб бородинский, Масло, Кефир жирный, Свинина, Рисовая, Чайная, Морковь, Кабачки, Яблоки, Апельсины.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 «ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА»

Цель работы: овладеть навыками составления математической модели транспортной задачи и ее решения в математических пакетах Maple, Mathcad Prime и в MS Excel.

Требуется:

− изучить теоретический материал;

− выполнить математическую постановку задачи;

− решить задачу в математических пакетах Maple, Mathcad Prime и в среде электронных таблиц MS Excel.

Необходимые теоретические сведения

Транспортная задача (ТЗ) − одна из распространенных задач линейного программирования. Ее цель − разработка наиболее рациональных путей и способов транспортирования товаров, устранение чрезмерно дальних, встречных, повторных перевозок. Все это сокращает время продвижения товаров, уменьшает затраты предприятий, фирм, связанные с осуществлением процессов снабжения сырьем, материалами, топливом, оборудованием и т.д.

Имеются *m* пунктов отправления груза (поставщики) и объемы отправления по каждому пункту $a_1, a_2, ..., a_m$. Известна потребность в грузах $b_1, b_2, ..., b_n$ по каждому из *n* пунктов назначения (потребители). Задана матрица стоимостей доставки по каждому варианту c_{ij}, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$. Требуется составить план перевозок груза так, чтобы максимально удовлетворить всех потребителей, вывезти груз от поставщиков и чтобы общие затраты на перевозки были минимальными. Все данные располагают в таблице 2.1, которую называют распределительной таблицей.

Составим экономико-математическую модель задачи.

Введем обозначение: x_{ij} − количество груза, которое нужно перевезти из *i*-го пункта отправления в *j*-й пункт назначения.

Так как нужно перевезти весь груз из каждого пункта отправления A_i, то должны выполняться равенства

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+\ldots+x_{1n}=a_1, \\ x_{21}+x_{22}+\ldots+x_{2n}=a_2, \\ \ldots \\ x_{m1}+x_{m2}+\ldots+x_{mn}=a_m. \end{cases}$$

В каждый пункт назначения B_j должен быть завезен весь требуемый груз, потому

$$\begin{cases} x_{11}+x_{21}+\ldots+x_{m1}=b_1, \\ x_{12}+x_{22}+\ldots+x_{m2}=b_2, \\ \ldots \\ x_{1n}+x_{2n}+\ldots+x_{mn}=b_n. \end{cases}$$

Размер поставок должен выражаться неотрицательным числом:

$$x_{ij}\ge 0,\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Стоимость всех запланированных перевозок должна быть минимальной:

$$F=c_{11}x_{11}+c_{12}x_{12}+\ldots+c_{mn}x_{mn}\to \min .$$

Таблица 2.1 – Исходная информация транспортной задачи

Поставщики	**Потребители**				**Запасы поставщиков**
	B_1	B_2	…	B_n	
A_1	x_{11} c_{11}	x_{12} c_{12}		x_{1n} c_{1n}	a_1
A_2	x_{21} c_{21}	x_{22} c_{22}		x_{2n} c_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
A_m	x_{m1} c_{m1}	x_{m2} c_{m2}		x_{mn} c_{mn}	a_m
Спрос потребителей	b_1	b_2		b_n	

Математическая модель транспортной задачи (ТЗ) в общем случае имеет вид:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min, \qquad (2.1)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \ i = \overline{1,m}, \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \ j = \overline{1,n}, \end{cases} \qquad (2.2)$$

$$x_{ij} \geq 0, \ i = \overline{1,m}; \ j = \overline{1,n}. \qquad (2.3)$$

Таким образом, математически ТЗ формируется по следующей схеме. Заданы система ограничений (2.2) при условии (2.3) и целевая функция (2.1); требуется среди множества решений системы (2.2) найти такое неотрицательное решение, которое минимизирует функцию (2.1).

В рассмотренной модели ТЗ предполагается, что суммарные запасы поставщиков равны суммарным запросам потребителей, т. е.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j. \qquad (2.4)$$

Такая задача называется **задачей с правильным балансом (сбалансированной задачей)**, ее модель – **закрытой**.

Для того чтобы ТЗ линейного программирования имела решение, необходимо и достаточно выполнение равенства (2.4).

В случае если $\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$, то транспортная задача линейного программирования называется **открытой.**

Если $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$, то это **несбалансированная задача с дефицитом** и в этом случае вводят фиктивного поставщика с объемом $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$. В таблице появляется дополнительная строка. Тарифы в клетках этой строки выбираются одинаковыми, равными нулю.

Если $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$, то это **несбалансированная задача с избытком** и в этом случае вводят фиктивного потребителя с объемом

$b_{n+1}=\sum_{i=1}^{m}a_i-\sum_{j=1}^{n}b_j$. В таблице появляется дополнительный столбец. Тарифы в клетках этого столбца выбираются аналогично предыдущему правилу.

Всякое неотрицательное решение системы линейных уравнений (2.2), определяемое матрицей $X=\left(x_{ij}\right)_{m\times n}=\begin{pmatrix} x_{11}\ x_{12}\ \dots x_{1n} \\ x_{21}\ x_{22}\ \dots x_{2n} \\ \dots \\ x_{m1}\ x_{m2}\ \dots x_{mn}\end{pmatrix}$ называется **планом ТЗ**.

План $X^*=\left(x_{ij}^*\right)_{m\times n}$, при котором целевая функция (2.1) принимает свое минимальное значение, называется **оптимальным планом** ТЗ.

Матрица $C=\left(c_{ij}\right)_{m\times n}=\begin{pmatrix} c_{11}\ c_{12}\ \dots c_{1n} \\ c_{21}\ c_{22}\ \dots c_{2n} \\ \dots \\ c_{m1}\ c_{m2}\ \dots c_{mn}\end{pmatrix}$ называется **матрицей тарифов** (издержек или транспортных расходов).

Пример. На складах A_1, A_2, A_3 хранится $a_1=100$, $a_2=200$, $a_3=120$ единиц одного и того же груза, соответственно. Требуется доставить его трем потребителям B_1, B_2, B_3, заказы которых составляют $b_1=190$, $b_2=120$, $b_3=60$ единиц груза, соответственно. Стоимости перевозки c_{ij} единицы груза с i-го склада j-му потребителю указаны в транспортной таблице:

	$b_1=190$	$b_2=120$	$b_3=60$
$a_1=100$	4	2	6
$a_2=200$	7	5	3
$a_3=120$	1	7	6

Установить является ли модель транспортной задачи, заданная таблицей, открытой или закрытой. Если модель является открытой, то ее необходимо закрыть.

Составить план перевозок, обеспечивающий минимальную стоимость перевозок.

Найти минимальную стоимость перевозок.

Решение. Суммарные запасы груза 100+200+120=420, а суммарные потребности 190+120+60=370. Следовательно, задача является задачей открытого типа и ее необходимо закрыть, вводя фиктивного потребителя с потребностями 420-370=50 единиц груза, при нулевых стоимостях перевозок.

	$b_1 = 190$	$b_2 = 120$	$b_3 = 60$	$b_4 = 50$
$a_1 = 100$	4	2	6	0
$a_2 = 200$	7	5	3	0
$a_3 = 120$	1	7	6	0

Для решения задачи составим ее математическую модель:

1. Введем обозначения: $x_{ij} \geq 0$ $(i = \overline{1,3};\ j = \overline{1,4})$ – количество единиц груза, которое планируется доставить от i-ого склада к j-му потребителю.

2. Составим целевую функцию – минимальную стоимость перевозок:

$$Z = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} c_{ij}x_{ij} =$$
$$= 4x_{11} + 2x_{12} + 6x_{13} + 7x_{21} + 5x_{22} + 3x_{23} + 1x_{31} + 7x_{32} + 6x_{33} \to \min. \quad (2.5)$$

3. Сформулируем ограничения рассматриваемой задачи.

3.1. Груз из всех складов должен быть перевезен. Это ограничение можно записать в виде:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 200, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 120. \end{cases} \quad (2.6)$$

3.2. Необходимо удовлетворить потребности всех потребителей в грузе. Это ограничение можно записать так:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 190, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 120, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 60, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 50. \end{cases} \quad (2.7)$$

3.3. Введем граничные условия, которые определяют предельно допустимые значения искомых переменных. Для нашей задачи их можно представить в виде:

$$x_{ij} \geq 0, \ \left(i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,4}\right). \qquad (2.8)$$

Таким образом, целевая функция (2.5) и ограничения (2.6−2.8) образуют математическую модель транспортной задачи.

Решение задачи в пакете Maple

1.Подключаем пакеты linalg и simplex:

```
>with(linalg):with(simplex):
```

2.Вычисляем суммарные запасы груза и суммарные потребности:

```
>a:=array(1..3,[100,200,120]);
b:=array(1..3,[190,120,60]);
```

$$a := [100, 200, 120]$$

$$b := [190, 120, 60]$$

```
>S[a]:=0:  for  k  to  3  do  S[a]:=S[a]+a[k]  od:
S[a];
```

$$420$$

```
>S[b]:=0:  for  k  to  3  do  S[b]:=S[b]+b[k]  od:
S[b];
```

$$370$$

```
>S[a]-S[b];
```

$$50$$

3.Задаем матрицу перевозок, матрицу стоимостей и целевую функцию:

```
>x:=matrix(3,4);
```

$$x := \mathrm{array}(1..3, 1..4, [\ ])$$

```
>C:=matrix(3,4,[[4,2,6,0],[7,5,3,0],[1,7,6,0]]);
```

$$C := \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 & 0 \\ 7 & 5 & 3 & 0 \\ 1 & 7 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

```
>Z:=sum(sum(C[i,j]*x[i,j],i=1..3),j=1..4);
```

$$Z := 4\,x_{1,\,1} + 7\,x_{2,\,1} + x_{3,\,1} + 2\,x_{1,\,2} + 5\,x_{2,\,2} + 7\,x_{3,\,2} + 6\,x_{1,\,3} + 3\,x_{2,\,3} + 6\,x_{3,\,3}$$

4.Решаем задачу линейного программирования, т.е. находим оптимальный план ТЗ:

```
>minimize(Z, {sum(x[1,j],j=1..4)=100,
sum(x[2,j],j=1..4)=200, sum(x[3,j],j=1..4)=120,
sum(x[i,1],i=1..3)=190, sum(x[i,2],i=1..3)=120,
sum(x[i,3], i=1..3)=60, sum(x[i,4],i=1..3)=50},
NONNEGATIVE);
```

$$\{x_{2,1}=0, x_{3,2}=0, x_{3,4}=0, x_{3,3}=0, x_{3,1}=120, x_{2,3}=60,$$
$$x_{1,2}=30, x_{2,2}=90, x_{2,4}=50, x_{1,1}=70, x_{1,4}=0, x_{1,3}=0\}$$

5. Представляем полученное решение в матричном виде:

```
>v:=matrix([[70,30,0,0],[0,90,60,50],[120,0,0,0]]);
```

$$v := \begin{bmatrix} 70 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 90 & 60 & 50 \\ 120 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6.Определяем минимальную стоимость перевозок:

```
>sum(sum(C[i,j]*v[i,j], i=1..3), j=1..4);
```

$$1090$$

Если убрать требование перехода к задаче закрытого типа, то решение будет иметь вид:

```
>restart:with(simplex):with(linalg):
>x:=matrix(3,3);
```

$$x := \mathrm{array}(1\,..\,3, 1\,..\,3, [\ ])$$

```
>C:=matrix([[4,2,6], [7,5,3], [1,7,6]]);
```

$$C := \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 7 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

```
>Z:=sum(sum(C[i,j]*x[i,j], i=1..3), j=1..3);
```

$$Z := 4\,x_{1,1}+7\,x_{2,1}+x_{3,1}+2\,x_{1,2}+5\,x_{2,2}+7\,x_{3,2}+6\,x_{1,3}+3\,x_{2,3}+6\,x_{3,3}$$

```
>minimize(Z, {sum(x[1,j],j=1..3)<=100,
sum(x[2,j],j=1..3)<=200, sum(x[3,j],j=1..3)<=120,
sum(x[i,1],i=1..3)=190, sum(x[i,2],i=1..3)=120,
sum(x[i, 3],i=1..3)=60}, NONNEGATIVE);
```

$$\{x_{3,2}=0, x_{3,3}=0, x_{3,1}=120, x_{2,3}=60, x_{1,3}=0, x_{1,2}=100, x_{2,2}=20,$$
$$x_{2,1}=70, x_{1,1}=0\}$$

```
>v:=matrix([[0,100,0],[70,20,60],[120,0,0]]);
```

$$v := \begin{bmatrix} 0 & 100 & 0 \\ 70 & 20 & 60 \\ 120 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
>sum(sum(C[i,j]*v[i,j], i=1..3), j=1..3);
```

$$1090$$

Решение задачи в пакете Mathcad Prime

Для решения задачи в пакете Mathcad Prime необходимо:

1.Задать исходные данные.

2.На вкладке «Математика» выбрать «Блок решения».

3.В области «Начальные приближения» присвоить переменным, т.е. матрице X начальные (любые, например, единичные) значения и задать целевую функцию – минимальную стоимость перевозок.

4.В области «Ограничения» ввести все необходимые ограничения.

5.В области «Решатель» найти оптимальное решение с помощью функции minimize и вычислить минимальную стоимость перевозок.

Запас груза на складах

$$A := \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 120 \end{bmatrix}$$

Объемы потребителей

$$B := \begin{bmatrix} 190 \\ 120 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix}$$

Стоимости перевозки единицы груза с *i*-го склада *j*-му потребителю

$$C := \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 & 0 \\ 7 & 5 & 3 & 0 \\ 1 & 7 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Начальные приближения

Количество единиц груза, которое планируется доставить от *i*-ого склада к *j*-му потребителю:

$$X := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Целевая функция – минимальная стоимость перевозок:

$$F(X) := \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{3} C_{i,j} \cdot X_{i,j} \qquad \text{или} \qquad F(X) := \mathrm{tr}\left(C \cdot X^{\mathrm{T}}\right)$$

Ограничения

Ограничения рассматриваемой задачи:

Груз из всех складов должен быть перевезен: $X \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = A$

Необходимо удовлетворить потребности всех потребителей в грузе: $X^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = B$

Граничные условия, которые определяют предельно допустимые значения искомых переменных: $X \geq 0$

Решатель

Оптимальный план ТЗ:

$$\mathbf{X} := \mathrm{minimize}(F, \mathbf{X}) = \begin{bmatrix} 20 & 80 & 0 & 0 \\ 50 & 40 & 60 & 50 \\ 120 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Минимальная стоимость перевозок: $F(\mathbf{X}) = 1090$

Решение задачи в среде электронных таблиц MS Excel

1.Идентифицируйте свою работу, переименовав Лист1 в «Титульный лист» и записав номер лабораторной работы, ее название, кто выполнил и проверил.

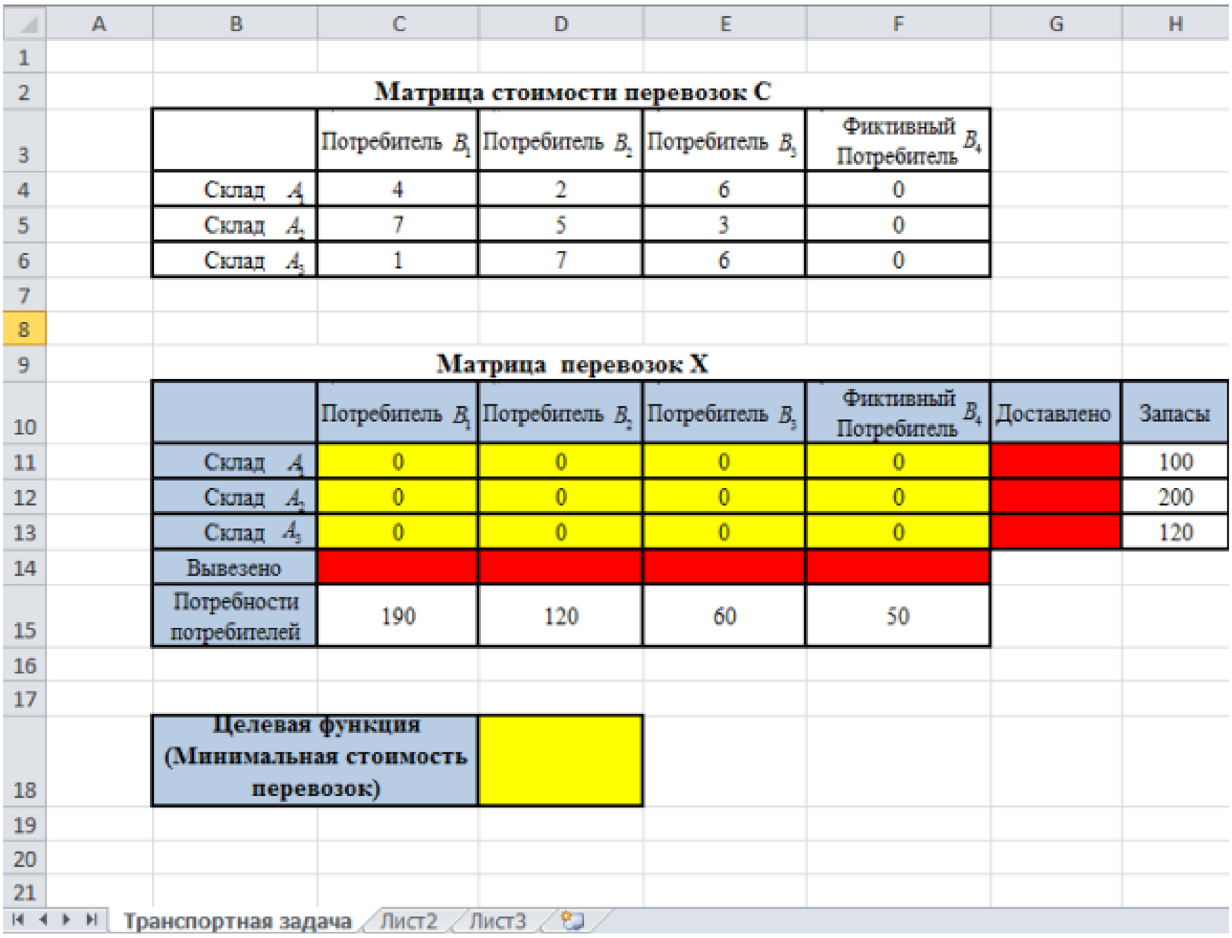
2.На следующем листе (см. рис. 2.1), с именем «Транспортная задача», создайте таблицу для ввода условий задачи и введите исходные данные.

3.Матрицу перевозок заполните пока нулевыми значениями.

4.Матрицу перевозок дополните двумя столбцами справа и двумя строками снизу.

5.В ячейку **D18** введите формулу целевой функции – стоимость перевозок:

=СУММПРОИЗВ(C4:F6;C11:F13).



Матрица стоимости перевозок C

	Потребитель B_1	Потребитель B_2	Потребитель B_3	Фиктивный Потребитель B_4
Склад A_1	4	2	6	0
Склад A_2	7	5	3	0
Склад A_3	1	7	6	0

Матрица перевозок X

	Потребитель B_1	Потребитель B_2	Потребитель B_3	Фиктивный Потребитель B_4	Доставлено	Запасы
Склад A_1	0	0	0	0		100
Склад A_2	0	0	0	0		200
Склад A_3	0	0	0	0		120
Вывезено						
Потребности потребителей	190	120	60	50		

Целевая функция (Минимальная стоимость перевозок)	

Рис. 2.1

6. В ячейку **G11** запишите формулу: **=СУММ(C11:F11)**.

Эту формулу скопируйте автозаполнением в остальные ячейки диапазона G12:G13.

7. В ячейку **C14** запишите формулу: **=СУММ(C11:C13)**.

Эту формулу скопируйте автозаполнением в остальные ячейки диапазона D14:F14.

8. На вкладке «Данные» выберите пункт «Поиск решения».

9. В появившемся окне «Параметры поиска решения» нужно выполнить необходимые установки (см. рис. 2.2):

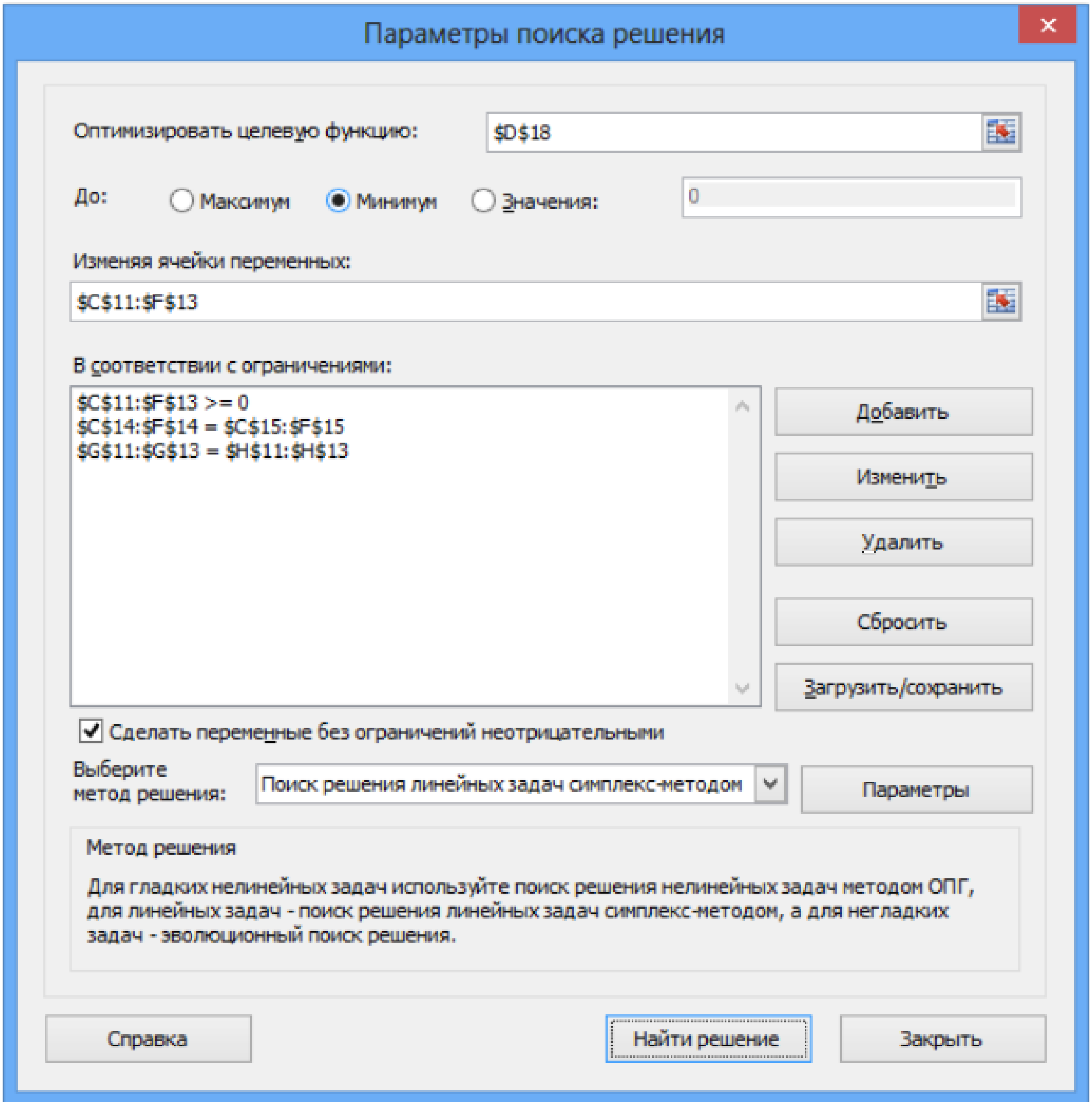
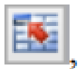


Рис. 2.2

− Ввести абсолютный адрес целевой ячейки $D$18 в поле «Оптимизировать целевую функцию» или щёлкните по кнопке , затем по ячейке D18 и снова по кнопке .

− Введите направление целевой функции, щёлкнув левой кнопкой мыши по селекторному полю «Минимум».

− В поле «Изменяя ячейки переменных» впишите абсолютный адрес диапазона ячеек $C$11:$F$13 или щёлкните по кнопке , выделите мышью диапазон ячеек C11:F13 и снова щёлкните по кнопке .

– В поле «В соответствии с ограничениями» введите ограничения с помощью кнопки «Добавить».

При этом вызывается диалоговое окно «Добавление ограничения», показанное на рис. 2.3.

Введите систему ограничений (2.6). В поле «Ссылка на ячейки» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек G11:G13 и снова щёлкните по кнопке , в следующем поле установите знак =, нажав , затем в поле «Ограничение» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек H11:H13 и снова щёлкните по кнопке (см. рис. 2.3). Нажмите «ОК».

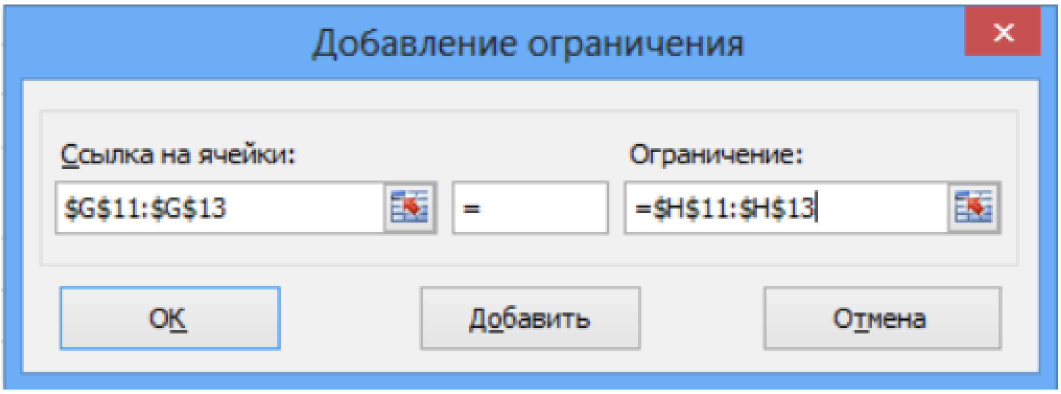


Рис. 2.3

Аналогично введите систему ограничений (2.7). В поле «Ссылка на ячейки» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек C14:F14 и снова щёлкните по кнопке , в следующем поле установите знак =, нажав , затем в поле «Ограничение» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек C15:F15 и снова щёлкните по кнопке (см. рис. 2.4). Нажмите «ОК».

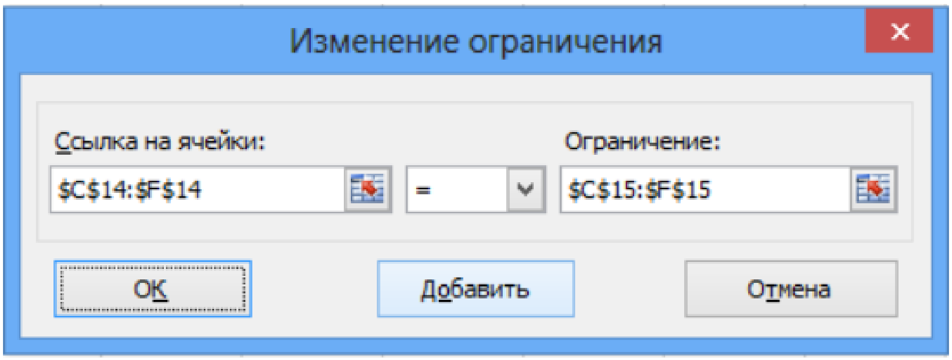


Рис. 2.4

Введите ограничение (2.8). В поле «Ссылка на ячейки» щёлкните по кнопке , затем выделите мышью диапазон ячеек C11:F13 и снова щёлкните по кнопке , в следующем поле установите знак >=, нажав , затем в поле «Ограничение» введите 0 (см. рис. 2.5). Нажмите «ОК».

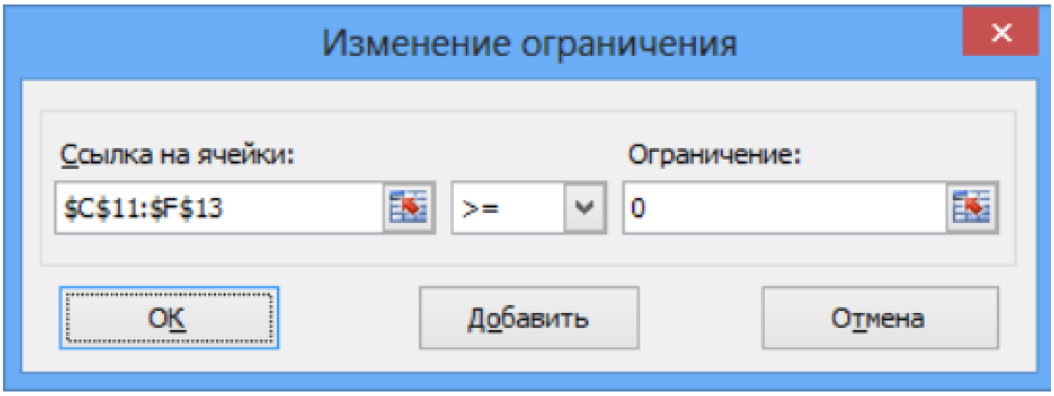


Рис. 2.5

− Установите галочку «Сделать переменные без ограничений неотрицательными».

− Выберете метод решения «Поиск решения линейных задач симплекс-методом»

− Нажмите «Найти решение». В появившемся окне «Результаты поиска решения» нажмите «ОК».

Результат полученных вычислений представлен на рис. 2.6.

Выводы. Анализ полученного решения показывает, что минимальная стоимость перевозок составляет 1090 при двух разных оптимальных перевозках:

$$X_1^{опт} = \begin{pmatrix} 70 & 30 & 0 \\ 0 & 90 & 60 \\ 120 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X_2^{опт} = \begin{pmatrix} 0 & 100 & 0 \\ 70 & 20 & 60 \\ 120 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

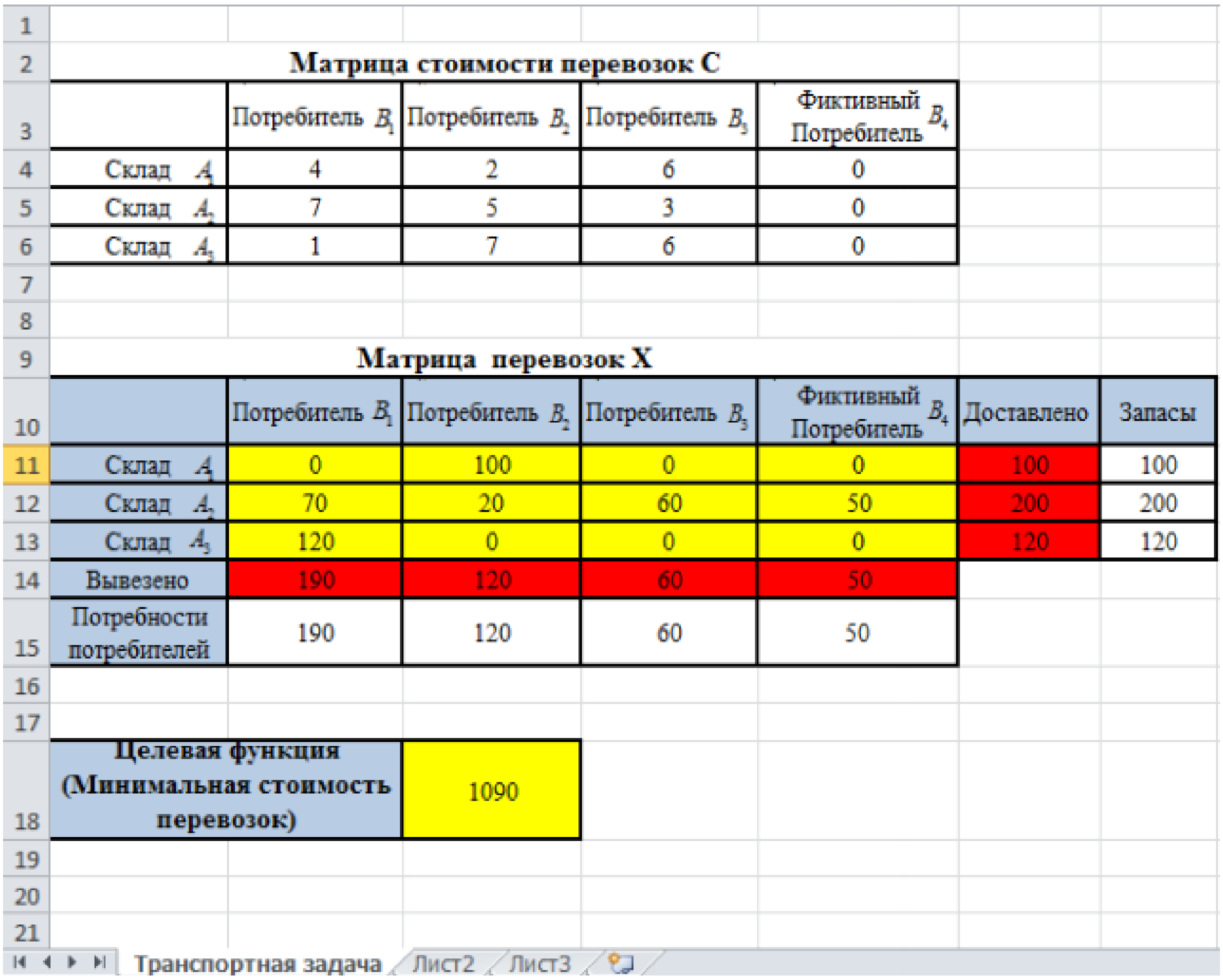
Исходные данные для лабораторной работы

Продукция определенного вида производится в городах A_1, A_2, A_3 и потребляется в городах B_1, B_2, B_3 и B_4.

В таблице указаны: объем производства, спрос, стоимость перевозки единицы продукции.

Составить оптимальный план перевозки продукции, при котором стоимость всех перевозок будет минимальна.

Предварительно следует проверить, сбалансирована ли данная транспортная задача. Если задача не сбалансирована, то нужно ввести фиктивных потребителей или производителей, добавляя к исходной таблице столбцы или строки.



Матрица стоимости перевозок C

	Потребитель B_1	Потребитель B_2	Потребитель B_3	Фиктивный Потребитель B_4
Склад A_1	4	2	6	0
Склад A_2	7	5	3	0
Склад A_3	1	7	6	0

Матрица перевозок X

	Потребитель B_1	Потребитель B_2	Потребитель B_3	Фиктивный Потребитель B_4	Доставлено	Запасы
Склад A_1	0	100	0	0	100	100
Склад A_2	70	20	60	50	200	200
Склад A_3	120	0	0	0	120	120
Вывезено	190	120	60	50		
Потребности потребителей	190	120	60	50		

Целевая функция (Минимальная стоимость перевозок)	1090

Транспортная задача / Лист2 / Лист3

Рис.2.6

№1

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	26	47	25	20	48
A_2	10	40	43	6	28
A_3	9	34	46	15	71
Спрос	47	81	25	44	

№2

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	47	25	20	47	41
A_2	23	47	28	17	41
A_3	7	43	39	10	79
Спрос	40	46	88	37	

№3

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	25	20	47	30	32
A_2	40	43	6	36	49
A_3	22	47	29	16	46
Спрос	13	50	46	28	

№4

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	20	47	30	14	22
A_2	47	28	17	46	58
A_3	34	46	15	29	78
Спрос	43	42	50	18	

№5

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	47	30	14	45	10
A_2	43	6	36	45	61
A_3	43	39	10	40	60
Спрос	44	23	48	6	

№6

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	30	14	45	35	10
A_2	28	17	46	33	44
A_3	47	29	16	46	41
Спрос	15	43	41	6	

№7

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	14	45	35	7	22
A_2	6	36	45	13	83
A_3	46	15	29	47	56
Спрос	39	24	30	18	

№8

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	45	35	7	43	83
A_2	17	46	33	10	18
A_3	39	10	40	43	82
Спрос	47	42	15	29	

№9

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	5	6	10	530
A_2	8	6	3	8	405
A_3	7	10	4	11	540
Спрос	425	415	335	400	

№10

Производители	Потребители				Объем производства
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	7	4	8	513
A_2	9	6	4	4	448
A_3	6	10	5	8	522
Спрос	437	417	333	396	

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учебное пособие. 3-е изд., стер. / И.Л. Акулич. − СПб.: Издательство «Лань», 2011. − 352с.

2. Аладьев, В.З. Программирование и разработка приложений в Maple / В.З. Аладьев, В.К. Бойко, Е.А. Ровба. − Таллинн: Межд. Акад. Ноосферы, 2007.− 458 с.

3. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: учеб. Пособие. 5-е изд., стер. / Е.С. Вентцель. − М.: КНОРУС, 2010. − 192с.

4. Воробьев, Н.Н. Лекции по теории игр для экономистовкибернетиков. / Н.Н. Воробьев − Л.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1974.

5. Дубина, И. Н. Основы теории игр и ее приложения в экономике и менеджменте: учебное пособие. 3-е изд., перераб. и доп. / И. Н.Дубина. −Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. − 312 с.

6. Дьяконов, В.П. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании /. В.П. Дьяконов. −М.: ДМК Пресс, СОЛОН-ПРЕСС, 2011. − 752 с.

7. Есипов, Б. А. Методы исследования операций: учеб. Пособие. 2-е изд., испр. и доп. / Б. А. Есипов. – СПб.: Лань, 2013. – 304 с.

8. Исследование операций в экономике: учеб. пособие / под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. − М.: Юрайт, 2011. − 430с.

9. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчетов в среде EXCEL / Практикум: Учебное пособие для вузов. − М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000. − 136 с.

10. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: Учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – 2-е изд., исправл. – М.: Высш. Шк., 2005. – 544 с. Попов, А.М.

11. Экономико-математические методы и модели: учебник для бакалавров / А.П. Попов, В.Н. Сотников; под ред. А.М.Попова. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2012. – 479с.

12. Сдвижков, О.А. Математика на компьютере: Maple 8/ О.А. Сдвижков. – М.: СОЛОН-Пресс, 2003. – 176с.

13. Таха, Т. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. / Т. Таха.− М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912с.

14. Экономико-математические методы и модели: Задачник / Под ред. С.И. Макарова, С.А. Севастьяновой. − М.: КноРус, 2009. − 208с.

Мирземагомедова Мадина Миязуллаховна
Исабекова Тамила Илахидиновна

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Редактор

Подписано в печать
Формат Бумага
Печать
Тираж Заказ №

ИПЦ ДГТУ
367015 Махачкала, пр. Шамиля, 70