

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович  
Должность: И.о. ректора  
Дата подписания: 19.08.2023 03:38:27  
Уникальный программный ключ:  
2a04bb882d7edb7f479cb266eb4aaaaedebeea849



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**  
**ФГБОУ ВО «ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**  
**И ПРИКЛАДНОЙ ИНФОРМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ**

**Абдулгалимов А.М., Ахмедханова С.Т.**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

по дисциплине

**«ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ»**

**для студентов направления подготовки бакалавров**  
**090303 – Прикладная информатика**

**Махачкала – 2020**

**УДК 658.149.3**

**ББК 65.9.А39**

Учебное пособие по дисциплине «Теория систем и системный анализ»: Учебное пособие для студентов направления подготовки бакалавров 090303 – Прикладная информатика. // Махачкала, ИПЦ ДГТУ, 2020 г., 141с.

Рассматриваются основные понятия теории систем и системного анализа, определено их место среди других научных направлений. Особое внимание уделено оценке систем на основе качественных и количественных шкал в детерминированных, вероятностных и неопределенных условиях, управлению в информационных системах. Приведены основные положения системного анализа, моделирования экономических систем с использованием марковских случайных процессов, моделирования систем массового обслуживания, оптимизационные методы и модели в управлении экономическими системами, теории игр и принятии решений. Показано применение математических моделей в управлении экономическими процессами в условиях риска.

**Составители:** **Абдулгалимов А.М.**, д.э.н., профессор, завкафедрой ИТиПИВЭ, ДГТУ,  
**Ахмедханова С.Т.**, к.э.н., доцент кафедры ИТиПИВЭ ДГТУ

**Рецензенты:** **1. Умаров Г.М.-С.**, к.э.н., директор ООО «ДагТурКаспий»;  
**2. Саркаров Т.Э.**, д.т.н., профессор кафедры ТиОЭ ДГТУ

Печатается по решению Ученого совета Дагестанского государственного технического университета от \_\_\_\_\_ 2020

## Введение

Общая теория систем – специально-научная и логико-методологическая концепция исследований объектов, представляющих собой системы. Общая теория систем тесно связана с системным подходом и является конкретизацией и логико-методологическим выражением его принципов и методов. Первый вариант общей теории систем был выдвинут Л. фон Берталанфи, однако у него было много предшественников (в частности, А.А. Богданов). Общая теория систем возникла у Берталанфи в русле защищаемого им «организмического» мировоззрения как обобщение разработанной им в 1930-х гг. «теории открытых систем», в рамках которой живые организмы рассматривались как системы, постоянно обменивающиеся со средой веществом и энергией. По замыслу Берталанфи общая теория систем должна была отразить существенные изменения в понятийной картине мира, которые принес 20 в. Для современной науки характерно: 1) ее предмет – организация; 2) для анализа этого предмета необходимо найти средства решения проблем со многими переменными (классическая наука знала проблемы лишь с двумя, в лучшем случае – с несколькими переменными); 3) место механицизма занимает понимание мира как множества разнородных и несводимых одна к другой сфер реальности, связь между которыми проявляется в изоморфизме действующих в них законов; 4) концепцию физикалистского редукционизма, сводящего всякое знание к физическому, сменяет идея перспективизма – возможность построения единой науки на базе изоморфизма законов в различных областях. В рамках общей теории систем Берталанфи и его сотрудниками разработан специальный аппарат описания «поведения» открытых систем, опирающийся на формализм термодинамики необратимых процессов, в частности на аппарат описания т.н. эквифинальных систем (способных достигать заранее определенного конечного состояния независимо от изменения начальных условий). Поведение таких систем описывается т.н. телеологическими уравнениями, выражающими характеристику поведения системы в каждый момент времени как отклонение от конечного состояния, к которому система как бы «стремится».

# ГЛАВА 1. ПОНЯТИЕ «СЛОЖНАЯ СИСТЕМА». ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА, ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

## 1.1. Понятие сложной системы

Фундаментальным понятием современного системного анализа является понятие «сложной системы». В современной литературе о «сложных системах» существует чрезвычайное множество определений понятия «сложная система». Есть определение «сложной системы» как некоторых классов математических моделей; есть определение через понятие «элемент», «отношение», «целое»; есть определение посредством понятия «вход», «выход», «управление» и т.д. «Система, .– утверждает один из основоположников современной общей теории систем Л. Берталанфи, – есть комплекс элементов, находящихся во взаимодействии». «Система – есть множество элементов вместе с отношениями между ними» - говорит И. Миллер. «Система – это есть сеть взаимосвязанных элементов любого типа, концепций, объектов, людей», - утверждает Р. Акофф. Часто сложными системами называют системы, которые нельзя конкретно описать математически либо потому что в системе имеется очень большое число элементов, неизвестным образом связанных друг с другом, либо неизвестна природа явлений, протекающих в системе.

Перечисленные выше определения являются слишком широкими и абстрактными. Они не дают ясного представления об определяющих признаках сложных систем, выделяющих их среди других системных и несистемных формирований. Поэтому, прежде чем определить понятие «сложная система», введем несколько понятий, связанных с понятием «сложная система».

## 1.2. Основные характеристики сложных систем

**Элемент** – некоторый объект (материальный, энергетический, информационный), обладающий рядом важных для системы свойств, внутреннее строение (содержание) которого безотносительно к цели рассмотрения. Элементы будем обозначать через  $M$ , а всю рассматриваемую совокупность  $\{M_i\}$ .

Под элементом принято понимать простейшую неделимую часть системы. Элемент – это предел членения системы с точки зрения данного аспекта рассмотрения системы, решения системой конкретных задач ради достижения поставленной цели. Систему можно расчленить на элементы различными способами в зависимости от формулировки задач, цели и их уточнения в процессе системного анализа. При необходимости можно изменить принцип расчлене-

ния, выделять другие элементы систем и получать с помощью этого нового расчленения более адекватное представление о рассматриваемой системе.

**Подсистема** - совокупность взаимосвязанных элементов  $V = \{M_i\}$ , способная выполнить относительно независимые функции, подцели, направленные на достижение общей цели системы. Название подсистема подчеркивает, что она обладает некоторыми свойствами системы (в частности, свойством целостности). Расчленяя систему на подсистемы, следует иметь в виду, что так же, как и при расчленении на элементы, выделение подсистем зависит от цели и может меняться по мере ее уточнения и развития представлений об анализируемой системе.

**Связь** (отношение) - важный для функционирования системы обмен между элементами системы веществом, энергией и информацией. Единичным актом связи выступает воздействие. Обозначив все воздействия элемента  $M_1$  на элемент  $M_2$  через  $Y_{12}$ , а элемента  $M_2$  на  $M_1$  через  $Y_{21}$ , можно изобразить связь графически (рис.1.1).

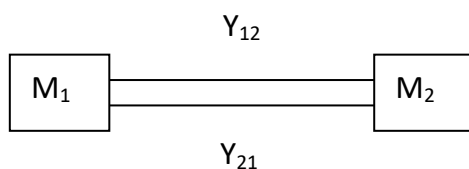


Рис. 1.1.Связь двух элементов

$Y$  – (энергия, вещество, информация).

Связь – это то, что соединяет элементы и свойства в системном процессе в целое. Понятие «связь» входит в любое определение системы и обеспечивает возникновение и сохранение ее целостных свойств. Вместе с тем связь в какой-то мере характеризуется как ограничение степени свободы элементов, входящих в систему, ибо, вступая в связь друг с другом элементы утрачивают часть своих свойств, которыми они потенциально обладали бы в свободном состоянии. Связь можно характеризовать *направлением, силой (мощностью) и характером (видам)*. По направлению связи делят на *направленные* и *ненаправленные*. По силе связи на *сильные (мощные)* и *слабые (маломощные)*. По третьему признаку различают связи *порождения (генетические)*, *равноправные (безразличные)*, *управления*. Связи можно разделить также по месту приложения: *внутренние* и *внешние*; по направленности процессов в системе в целом или в отдельных ее подсистемах: *прямые* и *обратные*.

Важную роль в функционировании и моделировании систем играет понятие *обратной связи*. Обратная связь может быть *положительной*, когда сохраняется тенденция происходящих в системе изменений того или выходного параметра, и *отрицательной*, когда она противодействует тенденции изменения выходного параметра, т.е., когда связь направлена на сохранение выходного

параметра, т.е. когда связь направлена на сохранение требуемого значения этого параметра. Обратная связь является основой саморегулирования, развития систем, приспособления их к меняющимся условиям существования. Общая классификация связей в системе представлена на рис. 1.2.

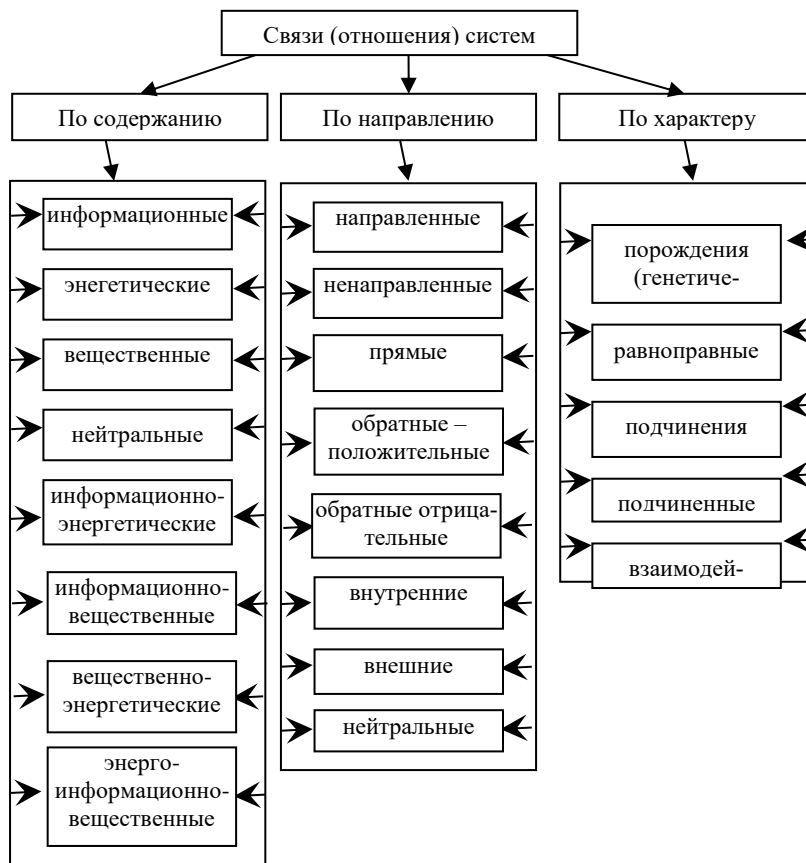
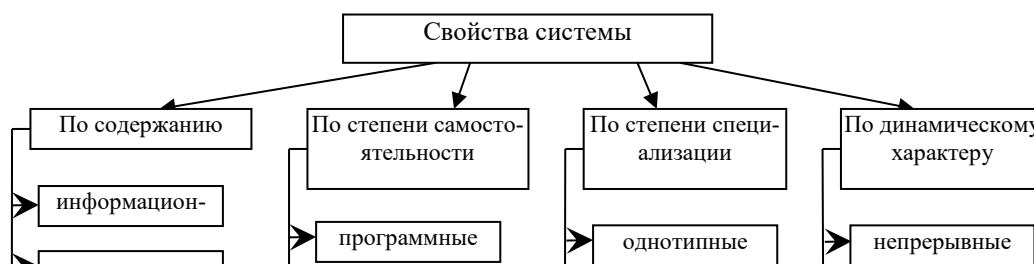


Рис. 1.2. Общая классификация связей сложных систем

**Свойство** – качество, характеризующее параметры элемента и совокупности элементов. Качество есть внешнее проявление внутреннего состояния и архитектуры элемента или совокупности элементов. Кроме того, качество включает в себя также внешнее проявление того способа, с помощью которого получают знание об элементе или совокупности элементов, ведут за ним наблюдение или с помощью элемента вводят в процесс. Свойство дает возможность описывать элементы системы или совокупности элементов системы количественно, выражать их в единицах, имеющих определенную размерность. Общая классификация свойств сложных систем представлена на рис. 1.3.



**Структура системы** – это устойчивая и упорядоченная во времени и пространстве совокупность ее элементов и связей. Порядок вхождения элементов подсистемы, последовательность объединения подсистем в целостную систему вместе с самими элементами образует структуру системы. Структуры систем могут быть самого разного типа и включать различные комбинации взаимосвязанных элементов (рис.1.4).

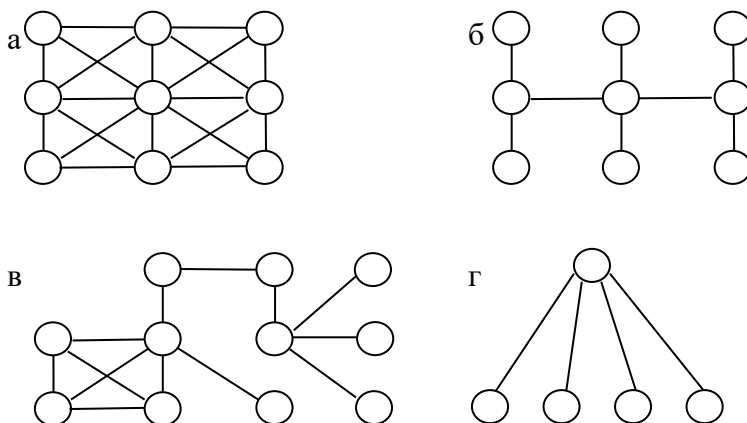


Рис. 4.4. Типы возможных структур сложных систем

Структура отражает определенные взаимосвязи, взаиморасположение составных частей системы, ее устройство (строение). В сложных системах структура отражает лишь наиболее существенные компоненты и связи, которые мало меняются при текущем функционировании системы и обеспечивают существование системы и ее основных свойств, т.е. структура характеризует организованность системы, устойчивую упорядоченность ее элементов и связей. структура может быть представлена в виде графического отображения, матричной

форме, форме теоретико-множественных описаний, с помощью языка топологии, алгебры и других средств моделирования систем.

**Функция** – действие, поведение, деятельность некоторого объекта во времени. Функция элемента возникает как реализация его системоопределяющих свойств при формировании элемента системы и его связей в системе. Функция системы (в многофункциональных системах – совокупность функций) возникает как специфическое для каждой системы порождение всего комплекса функций. Любой элемент обладает большим разнообразием свойств. Одни из них при формировании связей в системе подавляются, другие, напротив, приобретают более отчетливое выражение. Однако степень подавления системнонезначимых свойств элемента не бывает, как правило, полной. В связи с этим при формировании системы возникают не только «полезные» функции, но и дисфункции, негативно влияющие на функционирование системы. Основными системными характеристиками функций являются их взаимосвязанность на элементном уровне, изменчивость (мобильность), интенсивность функции и степень детерминированности.

Функции системы не является простой суммой свойств составляющих ее отдельных элементов, а в первую очередь, определяются наличием специфических вещественно-энергетических, информационно-управленческих и энергоинформационных связей и отношений между элементами и подсистемами, т.е. проявляются интегративные свойства системы как целого. В сложной системе указанные связи и отношения между компонентами, подсистемами должны быть настолько тесными и органичными, что изменение одной из них с необходимостью вызывает то или иное изменение свойств других, а нередко и свойств самой системы в целом. Наличие столь тесного взаимодействия органичной связи между компонентами, подсистемами обуславливает тот факт, что в различного рода процессах, во взаимодействии с внешней средой и с другими системами данная сложная система всегда выступает как единое целостное формирование.

По мнению автора, понятие «сложная система» (так же, как и понятие числа, множества, функции в математике) целесообразно считать начальным понятием, т.е. таким понятием, которое можно описать, но нельзя строго определить, ибо любое строгое определение данного понятия неизбежно приведет нас к замене данного понятия эквивалентным ему понятием. Вместе с тем автору представляется, что существуют некоторые системные свойства, которыми должен обладать объект, чтобы называться сложной системой. Этими свойствами являются следующие пять свойств.



### 1.3. Системные свойства

Первое свойство – **целостность**. Система, прежде всего, целостная совокупность взаимодействующих элементов. Для нее первичным является признак целостности, т.е. она рассматривается как единое целое, состоящее из взаимодействующих частей, отдельных часто разнокачественных, но одновременно совместимых. С одной стороны, система есть целостное образование, а с другой – в ее составе отчетливо могут быть выделены целостные объекты (подсистемы, части).

Второе свойство – **наличие устойчивых связей** (отношений). Оно характеризуется наличием существенных устойчивых связей между элементами, превосходящих по мощности (силе) связи этих элементов с элементами, не входящими в данную систему. Система существует как некоторое целостное образование тогда и только тогда, когда мощность существенных связей между элементами системы больше, чем мощность связей этих же элементов с окружающей средой и др. системами образования.

Мощность вещественных и энергетических связей сравнительно просто можно оценить по интенсивности обменивающегося между элементами потока вещества и энергии. Что же касается информационных связей, то в общем случае при оценке мощности информационных связей элементов системы необходимо учитывать, с одной стороны, ее потенциальную мощность – пропускную способность – и реальную мощность – действительную величину интенсивности потока информации, а с другой – (даже в первую очередь) – качественные характеристики передаваемой информации, например, ценности, полезности, достоверности и надежности передаваемой информации.

Третье свойство – **функциональность**. Это свойство характеризует то обстоятельство, что всякая система имеет и выполняет свои системные функции, т.е. просто функционирует (существует, осуществляет системные функции), может служить областью или средой существования (обитания) другой системы, обслуживает системы более высокого порядка, служит средством или исходным материалом для создания более совершенной системы и т.п. Функциональность системы выполняется, т.е. система успешно осуществляет свои системные функции, в определенных пределах, когда параметры системы и системные процессы ограничены определенными пределами, вне которых система либо разрушается, либо радикально меняет свои качества.

Четвертое свойство – **наличие организованности и устойчивости**. Это свойство характеризуется наличием определенной организации, что определяется в снижении энтропии (меры неопределенности) системы  $H(S)$  по сравнению с неопределенностью системоформирующих факторов  $H(F)$ , определяю-

щих возможность создания системы. К системоформирующим факторам относятся: число элементов системы  $n$ ; число системозначных свойств элемента  $\alpha$ ; число существенных связей  $\gamma$ , которыми может обладать элемент; число системозначных свойств связей  $b$ . Имеет место неравенство  $H(S) < H(F)$ , из которого следует, что возникновение организации в системе есть, по сути, формирование существенных связей элементов, упорядоченное распределение связей и элементов, упорядоченное распределение связей и элементов во времени и пространстве. Организация охватывает только такие свойства элементов, которые связаны с процессами сохранения и развития системы как целостности.

При формировании связей складывается определенная структура системы, а свойства элементов в совокупности трансформируются в функции (действия, поведение), связанные с важнейшим свойством системы – ее интегративными качествами. Свойство организованности функционально зависит от функций, выполняемых системой, которые ограничивают пространство действий системы, количество или число степеней свободы, число взаимодействий. В этом смысле данное свойство является системоформирующим фактором. Варьирование структурой системы или ее частью является решающим фактором в повышении уровня ее организованности.

Наиболее общей характеристикой данного свойства, т.е. наличие организованности и системной устойчивости, является физическая энтропия системы (или ее информационные эквивалент) – характеристика неопределенности, неупорядоченности системы как целого. физическая энтропия системы зависит не только от энергетических, но и от информационных процессов и является мерой организованности и упорядоченности системы.

Благодаря наличию организации (организованности) совокупность взаимосвязанных элементов сохраняет свою структуру, запоминает воздействие окружающей среды и взаимодействует с ней и другими системными образованиями.

**Пятое свойство – наличие интегративных качеств.** Интегративные качества – это такие качества, которые присущи системе в целом, но не свойственны ни одному из элементов. Наличие интегративных качеств позволяет сделать важный вывод:

- система не сводится к простой совокупности элементов;
- расчлняя систему на отдельные подсистемы и части, изучая каждую из них в отдельности нельзя познавать систему в целом, т.е. нельзя познавать свойства системы в целом.

Любой объект, обладающий всеми пятью приведенными свойствами, относится к сложной системе.

## 1.4. Классификация сложных систем

Сложные системы можно классифицировать по следующим признакам:

- происхождению (естественные и искусственные);
- степени объективности существования (материальные и абстрактные);
- содержанию (социальные, физические, экономические, технические и т.п.);
- степени взаимосвязи с окружением (открытые, закрытые, относительно обособленные);
- состоянию во времени (статичные и динамичные);
- обусловленности функционального действия (детерминированные и вероятностные);
- обусловленности процессов управления (управляемые и самоуправляемые);
- уровню сложности структуры (суперсложные, большие и сложные, подсистемы, элементы);
- степени внутренней организации (хорошо организованные, диффузные и самоорганизованные);
- методам формализованного описания объекта в качестве системы (адекватное, теоретико-множественное представление, информационное описание, имитационно-динамическое, структурно-лингвистическое представление и т.п.);
- методам моделированию процесса развития (управляемые, адаптивные, самообучаемые, самовосстанавливающие, самовоспроизводящие и т.п.).

В теории систем принято все исследуемые системы делить на три основных класса: **абстрактные, естественные и искусственные**. Такое деление имеет важное методологическое значение для исследования систем. Первые системы являются основой для эволюции научных теорий познания. Вторые - основой для выявления закономерностей и формулирования законов природы всех явлений. Третьи - для развития отраслевых научных знаний.

**Абстрактные системы** - это системы теоретико-методологического характера, позволяющие описывать общие и специфические свойства организационной структуры элементов, связей и отношений в целостном образовании для познания, изучения и проектирования состояния, поведения и развития исследуемого сложного объекта в качестве системы. Абстрактные системы необходимы для разработки логических моделей представления о материальных системах.

К **естественным системам** принято относить те системы, которые имеют естественно-природное происхождение. Например, природные ресурсы

экономики, человек, как системный объект исследования в социальных и образовательных системах, природные явления, как системный объект в исследовании физических, химических, биологических и других науках. Естественные системы изучаются на основе законов и закономерностей естественных отраслевых наук физики, химии, биологии и т.п. Их формальное описание осуществляется на базе естественно-математических методов моделирования. Естественные системы - это системы, в которых компонентами являются те или иные природные элементы явлений, структур или процессов природного окружения. Любая естественная система всегда является достаточно сложной для ее изучения с точки зрения системного подхода. Это объясняется тем, что в рамках предметного исследования очень сложно выделить число дискретных элементов и описать достаточно адекватно связи между ними. Например, математик Г.Н. Поваров делит все системы в зависимости от числа элементов, в нее входящих, на четыре класса;

- малые ( $10 - 10^3$  элементов);
- сложные ( $10^3 - 10^7$  элементов);
- ультрасложные ( $10^7 - 10^{30}$  элементов);
- суперсложные ( $10^{30} - 10^{200}$  элементов).

**К искусственным системам** относятся все остальные, которые были созданы самим человеком для обеспечения всех потребностей своего существования на Земле. Все существующие общественно-организационные системы можно считать искусственными. Например, такие системы как социально-культурные, образовательные, экономические, технические, технологические и т.д. можно определить в качестве искусственных. Каждая из них имеет специальное целевое назначение для организации общественной жизни человека на Земле.

### **Контрольные вопросы**

1. Что понимается под сложной системой?
2. Назовите основные характеристики сложных систем?
3. Какие различают структуры сложных систем?
4. Какими свойствами обладает сложная система?
5. Как классифицируются сложные системы?

## **ГЛАВА 2. СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ ИСКУССТВЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ**

### **2.1. Сложные организационно-технические системы (СОТС)**

Среди сложных систем важную роль в прогрессе человечества играют искусственные системы, созданные или создаваемые трудом человека. Существуют различные варианты классификации физических искусственных систем. Рассматриваются технические системы и комплексы (суда, станки, автомобили, самолеты и др.), экологические и природоохранные системы и комплексы, энергетические системы и комплексы с их развитой инфраструктурой, информационные системы промышленности, экономики, экологии, организационные и человеко-машинные системы и т.п. В целях общности для характеристики физических искусственных систем различного функционального назначения введем понятие «сложная организационно-техническая система».

В общем случае понятие СОТС включает в себя организационные, технические, социально-экономические системы, составляющие иерархическую совокупность взаимосвязанных элементов и подсистем, дополняющих друг друга при решении основных задач, для решения которых создавались эти искусственные системы.

Одной из характерных тенденций развития общества и экономики на настоящем этапе является появление чрезвычайно больших СОТС. Это обусловлено:

- непрерывно увеличивающейся сложностью объектов, применяемых в различных отраслях хозяйственной деятельности;
- расширяющейся специализацией и кооперированием предприятий, объектов различного функционального назначения;
- появлением все более сложных автономно действующих систем, роботизированных, автоматизированных комплексов, гибких автоматизированных производств.

При осуществлении структурных преобразований, необходимых на определенных этапах развития общества, некоторые из существующих СОТС могут прекратить свое функционирование, другие - перепрофилироваться и образовать новые СОТС с иными функциональными назначениями; на базе нескольких (многих) существующих СОТС могут появиться принципиально новые типы СОТС с совершенно иными целями и задачами.

## 2.2. Свойства сложных организационно-технических систем

СОТС, являясь одной из разновидностей сложных систем, обладает всеми свойствами, характерными для них. В то же время искусственный характер появления, специфика использования и функционирования СОТС, способствует проявлению у них отличительных свойств, связанных с непосредственным их назначением и применением.

1. *Наличие целей функционирования СОТС* – эти цели определяют основное назначение СОТС и характер ее функционирования. Каждая подсистема СОТС имеет свою специфическую цель (подцель) и в то же время она проектируется таким образом, чтобы работала ради достижения единой цели (целей), стоящей перед СОТС в целом. СОТС создаются для удовлетворения тех или иных потребностей общества, отдельных его групп, слоев. Стремление к наиболее полному удовлетворению этих потребностей является целью СОТС или ее целевым назначением. СОТС являются целенаправленными системами, т.е. обладающими свойством целенаправленности, под которым понимается способность к выбору поведения в зависимости от своей цели (внутренней цели).

2. *Наличие управления* – процесса, который включает получение необходимой информации о самой СОТС, ее подсистемах и элементах, окружающей среде (информация о состоянии), выработку решения (преобразование информации, и принятие решений на ее основе), постановку задач перед СОТС и ее подсистемами и контроль исполнения. Здесь под управлением понимаются процесс целенаправленного формирования поведения СОТС и ее подсистем. Само управление может непосредственно осуществляться человеком с использованием автоматизированных систем.

Функционирование СОТС невозможно без обмена информацией между элементами СОТС, между элементами и подсистемами СОТС с окружающей средой и другими системными образованиями, что приводит к обновлению, пополнению или ее изменению. Именно такие процессы изменения информации, интенсивности и содержания процесса преобразования энергии, свойственные для устойчивого существования и функционирования СОТС, организуются, упорядочиваются процессами управления. Управление исходит из целевого назначения СОТС.

3. *СОТС имеет определенную иерархическую структуру.* Основным признаком иерархического выделения подсистем должно быть их целевое назначение.

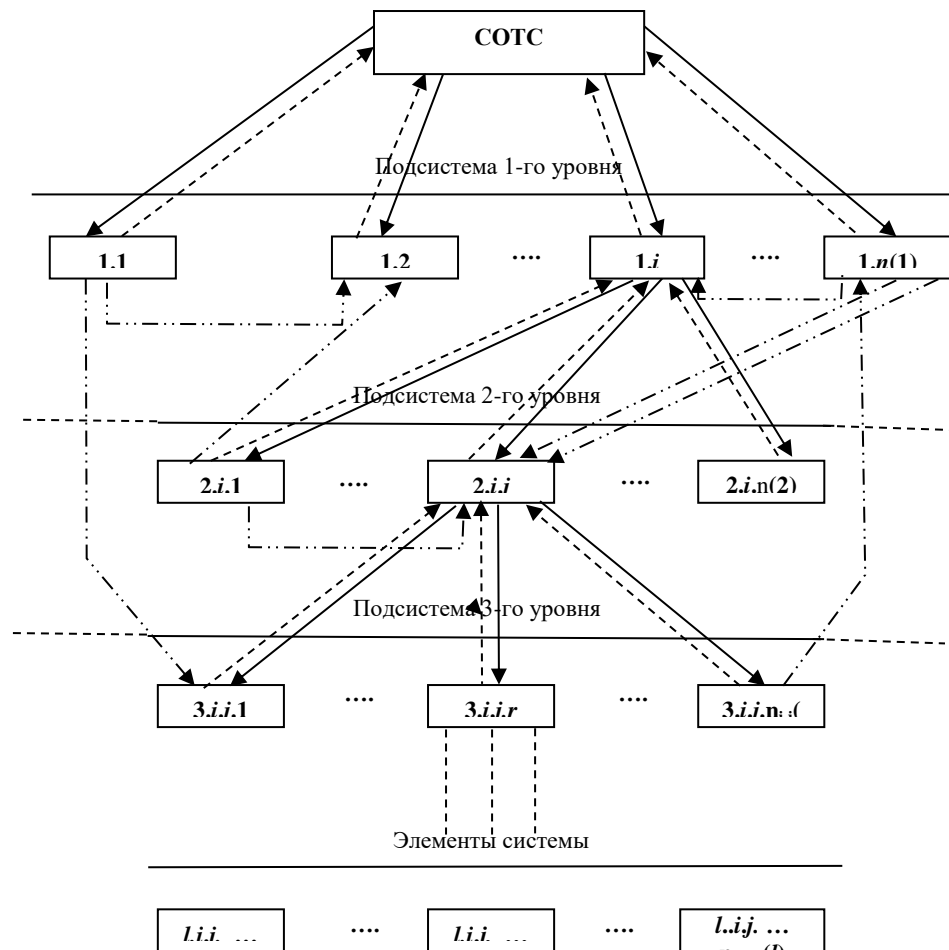


Рис. 2.1. Иерархическая структура управления СОТС

СОТС, ее подсистемы и элементы могут быть представлены в виде иерархической структуры или структурного графа (рис. 2.1). Вершины графа изображают управляющие и исполнительные элементы СОТС, ребра – те виды связей (отношений), которые сложились между элементами СОТС. Управляющий элемент, находящийся на вершине иерархии, будем называть высшим звеном СОТС. Элементы, управляемые высшим звеном – элементы 1-го уровня иерархии:  $1.1., \dots, 1.i, \dots, 1.n(1)$ , где  $n(1)$  – общее число элементов 1-го уровня иерархии. Элементы, управляемые непосредственно элементами 1-го уровня иерархии, будем называть элементами 2-го уровня иерархии для  $1.i$ -й подсистемы 1-го уровня ( $i = \overline{1, n(1)}$ ):  $2.i.1., 2.i.2., \dots, 2.i.j, \dots, 2.i.n_i(2)$ , где  $n_i(2)$  – общее число элементов 2 уровня иерархии, входящих в подсистему  $1.i$ -й подсистемы 1 – го уровня и т.д. Т.о., при представлении системы управления иерархическим структурным графом СОТС можно рассматривать как совокупность всех вершин структурного графа с их связями между собой и окружающей средой;  $i$  – я подсистема  $d$  – го уровня представляет совокупность всех тех вершин структурного графа СОТС, у которого на втором месте стоит индекс  $i$ :  $1.i; 2.i.1; \dots; 2.i.j; \dots; 2.i.n_i(2)$ .

Основа для построения структурного графа СОТС заключается в определении тех связей (отношений), которые существуют между управляющими и исполнительными элементами СОТС. Рассматривая СОТС как иерархическую систему управления, следует выделить три основных вида связей:

- отношение подчинения – сплошная стрелка на структурном графе;
- отношение подчиненности – штриховая линия на структурном графе;
- отношение взаимодействия – штрихпунктирная стрелка на структурном графе.

Отношение подчинения характеризуется тем, что управляющий элемент может воздействовать путем различного рода управлений на нижестоящий элемент и целенаправленно изменить его состояние.

Отношение подчиненности характеризуется тем, что данный элемент «поддается» управлению со стороны того элемента, куда направлена пунктирная стрелка.

Отношение взаимодействия характеризуется тем, что между двумя элементами (по направлению штрихпунктирной стрелки) осуществляется определенный обмен вещественными, энергетическими или информационными потоками либо одновременно всеми ими, либо их сочетаниями.

*4. Непрерывное изменение состояния элементов и подсистем без изменения структурного состояния СОТС.*

Перечисленные выше основные свойства СОТС следует рассматривать в их диалектической связи. Попытка расчленения этих признаков и рассмотрения каждого из них отдельно без связи с другими приведет к тому, что проблема исследования и проектирования СОТС будет рассматриваться подробно лишь с какой-либо одной позиции, что может привести к односторонности результатов исследования и проектирования СОТС, а тем самым – к созданию СОТС, которые не будут в состоянии оптимальным образом решать поставленные перед ними задачи.

*3. Таким образом, СОТС является искусственным образованием, которое представляет собой локализованную в пространстве совокупность самостоятельных динамических объектов, находящихся между собой в жестком вещественно-энергетическом и информационно-управленческом взаимодействии, выступающих в процессе своего функционирования по отношению к другим системным формированиям и окружающей среде как единая динамическое целое, функционирующая в пространстве и времени ради достижения общесистемных целей и получения качественных общесистемных результатов.*

Пример. Определим сложность иерархической системы как число уровней иерархии. Увеличение сложности при этом требует больших ресурсов для достижения цели. Определим сложность линейной структуры как количество подсистем системы. Определим сложность сетевой структуры как максимальную из сложностей всех линейных структур, соот-



ветствующих различным стратегиям достижения цели (путей, ведущих от начальной подсистемы к конечной). Сложность системы с матричной структурой можно определить количеством подсистем системы. Усложнение некоторой подсистемы системы приведет к усложнению всей системы в случае линейной структуры, и, возможно, в случае иерархической, сетевой и матричной структур.

Пример. Поведение ряда различных реальных систем (например, соединенных между собой проводников с сопротивлениями  $x_1, x_2, \dots, x_n$  или химических соединений с концентрациями  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , участвующих в реакции химических реагентов) описывается системой линейных алгебраических уравнений, записываемых в матричном виде:  $X=AX+B$ .

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_n \end{pmatrix}$$

Заполнение матрицы  $A$  (ее структура) будет отражать сложность описываемой системы. Если, например, матрица  $A$  - верхнетреугольная матрица (элемент, расположенный на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца всегда равен 0 при  $i > j$ ), то независимо от  $n$  (размерности системы) она легко исследуется на разрешимость. Для этого достаточно выполнить обратный ход метода Гаусса. Если же матрица  $A$  - общего вида (не является ни симметричной, ни ленточной, ни разреженной и т.д.), то систему сложнее исследовать (так как при этом необходимо выполнить более сложную вычислительно и динамически процедуру прямого хода метода Гаусса). Следовательно, система будет обладать структурной сложностью (которая уже может повлечь за собой и вычислительную сложность, например, при нахождении решения). Если число  $n$  достаточно велико, то неразрешимость задачи хранения матрицы  $A$  верхнетреугольного вида в оперативной памяти компьютера может стать причиной вычислительной и динамической сложности исходной задачи. Попытка использовать эти данные путем считывания с диска приведет к многократному увеличению времени счета (увеличит динамическую сложность - добавятся факторы работы с диском).

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение сложной организационно-технической системе?
2. Какими свойствами обладает СОТС?
3. Расскажите об иерархической структуре СОТС?
4. Приведите пример иерархической СОТС?

5. Какие существуют отношения в иерархической структуре СОТС?

## ГЛАВА 3. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

### 3.1. Введение в понятие системного анализа

Опыт проектирования и создания СОТС убеждает, что традиционный подход, основанный на выделении отдельно взятых подсистем, независимо изучаемых и проектируемых, порождает многочисленные и трудноразрешимые проблемы. Между участниками процесса проектирования, занятыми независимой разработкой отдельных подсистем по своим локальным критериям, зачастую возникают противоречия. Слабая стыкуемость и недостаточная проработка математических моделей, используемых на отдельных стадиях проектирования, узкоспециальный подход к проблемам использования систем без учета всех фаз или этапов их «жизненного» цикла могут привести к неправильной оценке технико-экономико-экологической эффективности СОТС, к неправильному формированию их оптимального облика.

В отличие от традиционной практики проектирования при разработке СОТС и их подсистем чаще всего возникают проблемы, меньше связанные с рассмотрением свойств и законов функционирования элементов и подсистем, больше – с выбором наилучшей структуры, оптимальных организации взаимодействия элементов, определением оптимальных режимов функционирования в условиях активного влияния внешней среды и активного взаимодействия элементов с другими СОТС.

Главный вопрос системного анализа в задачах проектирования и синтеза СОТС лежит в области внешнего проектирования СОТС и касается как приемов формирования критериев оптимальности и путей поиска оптимальных решений, так и обоснования оптимального состава и структуры СОТС, организации и создания рациональных методов автоматизированного проектирования. Эффективность системной методологии проектирования СОТС определяется полнотой и обоснованностью формулируемых заданий и требований, а также совершенством разработанных методов выбора эффективных проектных решений.

*Современный системный анализ* – методология решения проблем, основанная на структуризации систем и количественном сравнении альтернатив, т.е., системный анализ есть научное направление системных исследований, занимающееся проблемами анализа, исследования и синтеза СОТС различного

функционального назначения, а также рациональной организации процессов их эффективного функционирования. Иначе говоря, системным анализом называется логически связанная совокупность теоретических и эмпирических положений из области математики, естественных наук и опыта разработки сложных систем, обеспечивающая повышение обоснованности решения конкретной проблемы.

В системном анализе используются как математический аппарат общей теории систем, так и другие качественные и количественные методы из области математической логики, теории принятия решений, теории эффективности, теории информации, структурной лингвистики, теории нечетких множеств, методов искусственного интеллекта, методов моделирования.

Системный анализ представляет собой определенный тип научно-технической деятельности, направленный на исследование и конструирование сложных объектов различного функционального назначения. Он характеризуется как методология решения крупных проблем, основанных на концепции системы как целостного образования. Теоретическая или практическая невозможность построения аналитических решений таких, например, проблем как борьба с загрязнением окружающей среды, обеспечение населения мира достаточным количеством продовольствия, моделирование процессов глобального развития, рациональная организация эффективной инновационной деятельности, проектирование и организация производства сложных технических комплексов и т.п., приводит к тому, что эти проблемы рассматриваются как сложные системы, для анализа которых необходимо воспользоваться всем арсеналом существующих способов системных исследований, включая различного рода эвристические методы и приемы.

В таком понимании системный анализ – это особый тип искусства, приводящий в руках творческой личности к значительным результатам, и практически бесполезного при его чисто механическом, нетворческом применении.

Главными задачами системного анализа при проектировании и синтезе СОТС в области внешнего (исследовательского) проектирования являются:

1. формирование критериев оптимальности и путей поиска оптимальных решений,
2. обоснование оптимального состава и структуры СОТС,
3. организация и создание рациональных методов автоматизированного проектирования.

### **3.2. Основные подходы к оптимальному проектированию сложных организационно-технических систем**

Системный анализ применительно к проектированию СОТС выдвигает ряд подходов, применение которых в комплексе и взаимосвязи дает верное направление при оптимальном проектировании СОТС. Этими подходами являются следующие:

**Системно – компонентный подход** отражает исследование СОТС для выделения ее основных элементов и подсистем, взаимодействие которых обеспечивает присущие только СОТС новые качественные особенности. Принципы выделения основных элементов и подсистем определяются самой структурой СОТС и задачей исследования и проектирования, а также охватом учитываемых факторов.

**Системно – структурный подход**, который предполагает изучение внутренних связей и взаимодействий элементов и подсистем СОТС. Определение связей элементов СОТС и их изучение являются одним из центральных вопросов при проектировании СОТС, так как на этой основе определяются технические решения по системной увязке элементов и подсистем. Это обеспечивает устойчивость структуры самой системы и ее устойчивого функционирования во времени и в пространстве.

**3. Системно – функциональный подход**, предусматривает изучение функциональных зависимостей между элементами и подсистемами СОТС, представляющих собой интегрированный результат функционирования образующих СОТС компонентов. Функциональная зависимость может иметь место между подсистемами системы, между подсистемами и самой системой, между подсистемами и окружающей внешней средой, между СОТС и другими системами.

Современный системный анализ, являясь методологией научного познания и социальной практики, в основе которой лежит рассмотрение объектов как целостных формирований, исходит из того положения, что каждая сложная система всегда есть компонент другой, более высокого уровня сложности системы; сама, в свою очередь, образована из компонентов, подсистем более низкого уровня.

### **3.3. Основные принципы системного анализа**

Имеющийся опыт системных исследований показывает, что кроме перечисленных основных подходов системного анализа существует ряд фундаментальных системных принципов, которые дополняют методологию системного анализа.

1. **Принцип физичности**
2. **Принцип моделируемости**
3. **Принцип целенаправленности**

Рассмотрим каждый из этих принципов:

1. **Принцип физичности** – всякой СОТС присущи физические законы, определяющие внутренние причинно-следственные связи существования и функционирования СОТС. Одним из основных постулатов принципа физичности является **постулат целостности**. Его сущность заключается в раскрытии и накоплении сведений о системных свойствах СОТС и их подсистем на всех этапах исследования и проектирования, обобщение их в понятия, а затем в применении этих понятий к подсистемам при исследовании и проектировании их порознь после декомпозиции. При этом потеря каких-либо понятий или существующих связей не допускается не при композиции, т.е. объединении подсистем в СОТС, ни при декомпозиции, членение СОТС на подсистемы.

2. **Принцип моделируемости** – любая СОТС может быть представлена конечным множеством моделей, каждая из которых отражает определенную грань (сторону) ее сущности.

Под моделированием понимается процесс исследования реальной системы, включающий построение модели, изучение ее свойств и перенос полученных сведений на моделируемую систему.

Общими функциями моделирования являются описание, объяснение и прогнозирование поведения реальной системы. Целями моделирования являются: поиск оптимальных или близких к оптимальным решений, оценка эффективности решений, определение свойств системы, установление взаимосвязей между характеристиками системы, перенос информации во времени.

Модель – это объект, который имеет сходство в некоторых отношениях с прототипом и служит средством описания или объяснения, а также прогнозирования поведения прототипа.

Принцип моделирования опирается на **постулаты дополненности и действия**. СОТС, находясь в различных ситуациях, может проявлять различные системные свойства, в том числе альтернативные, т.е. несовместимые ни с одной из ситуаций в отдельности. В системном анализе постулат дополненности позволяет искать в разных ситуациях соответствующие им проявления сущности СОТС, т.е. СОТС во взаимодействии со средой или другими СОТС могут проявлять различные свойства в различных ситуациях, несовместимые ни с одной из них. Постулат действия характеризует то обстоятельство, что реакция системы на внешние воздействия имеет пороговый характер. Прирост воздействия, превосходящий некоторое пороговое значение, ведет за собой изменение поведения СОТС.

**3. Принцип целенаправленности** – в системном анализе понятие целенаправленность понимается как функциональная тенденция, направленная на достижение СОТС некоторой конечной цели, некоторого состояния, либо на усиление или сохранение некоторого процесса. (при этом СОТС должна оказаться способной противостоять внешнему воздействию: активному или пассивному).

Следствием принципа целенаправленности является **постулат выбора**. СОТС обладает способностью к выбору поведения, и, следовательно, однозначно предсказать способ действия и экстраполировать их состояние невозможно ни при каком априорном знании свойств СОТС и ситуаций, в которых она действует. СОТС строит свое поведение в существенной связи с ситуацией, т.е. СОТС обладает областью выбора и способностью выбирать поведение, реакцию на внешнее воздействие в никакое априорное знание не позволит ни подсистеме ни самой СОТС однозначно предсказать выбор.

### 3.4. Методы системного анализа

В учебной литературе существуют разнообразные подходы к классификации методов системного анализа. Такое разнообразие объясняется наличием многообразия целей использования методов системного анализа. Чаще всего классификация имеет научно-предметную направленность. Например, методы, используемые в технике, экономике, психологии, лингвистике и т.п. Тем не менее, считаем, что классификация, сделанная в работе Ю.И. Черняка наиболее универсально разделяет методы на четыре основные группы по принципу их применения в системных исследованиях: неформальные, графические, количественные и моделирования.

Такая классификация соответствует логике самого системного исследования – от описания идеи (гипотезы) до ее реализации различными формализованными способами, включая разработку математических и имитационных моделей.

В учебнике «Основы теории систем и системного анализа» авторов В.Н. Волковой и А.А. Денисова вводится термин «методы формализованного представления систем» (МФПС), которые позволяют представить единую систему методов системного анализа.

**Аналитические методы**, которые позволяют описать ряд свойств многомерной и многосвязной системы отображаемой в виде одной единственной точки, совершающей движение в  $n$ -мерном пространстве. Это отображение осуществляется с помощью функции  $f(s)$  или посредством оператора (функционала)  $F(S)$ . Также возможно отобразить точками две или более систем или их части и рассматривать взаимодействие этих точек. Каждая из этих точек со-

вершает движение и имеет свое поведение в  $n$ -мерном пространстве. Это поведение точек в пространстве и их взаимодействие описывается аналитическими закономерностями, и может быть представлено в виде величин, функций, уравнений или системы уравнений. Аналитические методы являются основой классической математики (методы интегрального и дифференциального исчисления, поиска экстремума функции, вариационного исчисления и многие другие) и математического программирования (методы теории алгоритмов, теории игр и т.п.) Аналитические методы применяются лишь в том случае, когда свойства системы могут быть представлены в детерминированных параметрах или зависимостях между ними. Для сложных многокомпонентных, многокритериальных систем получение таких аналитических зависимостей не всегда возможно, поэтому требуется предварительное установление степени адекватности описания такой системы аналитическими методами. Поэтому, в данном случае необходимо создавать промежуточные, абстрактные модели, которые в определенной степени могут быть исследованы аналитическими методами или разрабатывать новые методы системного анализа.

**Статистические методы** позволяют отобразить систему с помощью случайных (стохастических) событий, процессов, которые описываются соответствующими вероятностными (статистическими) характеристиками и статистическими закономерностями. В данном случае система представляется в виде «размытой» точки (области) в  $n$ -мерном пространстве, в которую переводится система, с учетом ее свойств, посредством оператора  $\Phi[S_x]$ .

Статистические методы являются основой следующих теорий: вероятности, математической статистики, исследования операций, статистического имитационного моделирования. Применяются статистические методы для исследования сложных недетерминированных (саморазвивающихся, самообучающихся) систем. Статистические методы применяются в прикладной информатике для создания программ моделирования различных систем. Это - прежде всего методы теорий: распознавания образов, стохастического программирования, массового обслуживания и статистического анализа.

**Теоретико-множественные методы** представления систем являются основой построения общей теории систем по М. Месаровичу. Методы, которые позволяют описывать систему в универсальных общих понятиях «множество», «элемент множества» и «отношения на множествах». Множества могут задаваться двумя способами: перечислением элементов ( $a^1, a^2, \dots, a^n$ ) и названия характеристического свойства (имя, отражающее это свойство) - например А, В. При использовании таких методов допускается введение любых отношений между элементами, на основе математической логики. Математическая логика является формальным языком описания отношений между элементами, отно-

сящими к разным множествам. Теоретико-множественные методы позволяют описывать сложные системы в формальном языке моделирования. Эти методы используются в том случае, когда большая и сложная система не может быть представлена лишь методами одной предметной области, а требует взаимопонимание между специалистами разных наук. Теоретико-множественные методы системного анализа становятся основой развития новых языков программирования и автоматизации проектирования систем, которые применяются в прикладной информатике.

**Логические методы** являются языком описания систем в понятиях алгебры логики, которая лежит в основе функционирования микроэлементов любого компьютера. Наибольшее распространение логические методы получили под названием Булевой алгебры как бинарного представления о состоянии элементарных схем ЭВМ. Основными понятиями алгебры логики являются такие как: *высказывания, предикат, логические операции* (функции сочетания, логического сложения, вычитания, умножения, отрицания и т.п.). Логические методы позволяют описывать систему в виде более простых структур на основе законов математической логики. Каждое состояние элемента рассматривается в качестве 1 или 0. На базе таких методов развиваются новые теории формального описания систем в теориях логического анализа, теории автоматов. Все эти методы расширяют возможность применения системного анализа и синтеза в прикладной информатике. Эти методы используются для создания моделей сложных систем, адекватных законом математической логики построения устойчивых структур.

**Лингвистические, семиотические методы** предназначены для создания специальных языков описания систем в виде понятий *тезауруса* множества смысловыражающих элементов языка с заданными смысловыми отношениями и связями. Лингвистические методы используются в прикладной информатике для формального представления правил (грамматики) соединения понятий в содержание смысловых выражений. Семиотика базируется на понятиях символ (знак), знаковая система, знаковая ситуация, т.е. для символического описания содержания в вычислительной технике. В прикладной информатике выделяются такие области работы в знаковой системе, как:

- *прагматика* - это оценка и сравнение различных языков программирования, программ и систем по критериям полезности, выгоды и эффективности их использования;
- *семантика* как составная часть науки об языке (лингвистика), изучающая вопросы соотношения между элементами языка и их смысловым значением, определяет смысловые конструкции языка программирования;



- синтактика раздел семиотики, изучающей внутреннюю знаковую структуру сочетания знаков и законы образования и преобразования организованных текстов;

- *синтаксис* грамматические правила расстановки знаков в тексте. Лингвистические и семиотические методы стали широко применяться в том, случае, когда для первого этапа исследования невозможно формализовать принятие решений в плохо формализуемых ситуациях и нельзя использовать аналитические и статистические методы. Эти методы являются основой развития языков программирования, моделирования, автоматизации проектирования систем разной сложности.

**Графические методы** позволяют наглядно отображать объект в виде образа системы, ее структуры и связей в обобщенном виде. Графические методы могут быть линейно – плоскостными и объемными. Наиболее употребляемые методы изображения системы в виде графики Ганта, диаграмм, гистограмм, рисунков и структурных схем. Графические представления наиболее наглядно позволяют описать ситуацию или процесс для принятия решения в динамично меняющихся условиях. Такие методы применяются для структурно-функционального анализа сложных систем и происходящих в них процессах, особенно при моделировании информационно – управляющих систем. В таких системах необходимо учитывать взаимодействие человека и структурных организаций, технических устройств. Графические методы широко применяются на практике для получения управляющих решений на основе сетевого планирования.

В системном исследовании, как правило, используются все типы методов. На каждом этапе исследования автор выбирает те или иные методы, которые при наилучшем сочетании позволяют создать аргументированную и доказательную платформу исследования. Поэтому применение тех или иных методов системного анализа является делом научного творчества для новых научных открытий.

### **Контрольные вопросы**

1. Раскройте содержание понятия системного анализа?
2. Раскройте содержание основных подходов системного анализа?
3. Назовите основные принципы системного анализа?
4. Какие постулаты влечет за собой каждый принцип?
5. Какие методы системного анализа различают в современной учебной литературе?

## ГЛАВА 4. ОЦЕНКА СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 4.1. Основные типы шкал измерения. Понятие шкалы

Шкалой называется кортеж из трех элементов  $\langle X, \varphi, Y \rangle$ , где  $X$  – это реальный объект,  $Y$  – это шкала,  $\varphi$  – гомоморфное отображение  $X$  на  $Y$ .

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n, R_x\}$  – эмпирическая система с отношением, включающая множество свойств  $x_i$ , на которых в соответствии с целями измерения задано некоторое отношение  $R_x$ . В процессе измерения необходимо каждому свойству  $x_i \in X$  поставить в соответствие признак или число, его характеризующее.

$Y = \{\varphi(x_1), \varphi(x_2), \dots, \varphi(x_i), \dots, \varphi(x_n), R_y\}$  – знаковая система с отношением, являющаяся отображением эмпирической системы в виде некоторой образной или числовой системы, соответствующей измеряемой эмпирической системе.

$\varphi \in \Phi$  – гомоморфное отображение  $X$  на  $Y$ , устанавливающее соответствие между  $X$  на  $Y$  так, что  $\{\varphi(x_1), \varphi(x_2), \dots, \varphi(x_i), \dots, \varphi(x_n) \in R_y\}$  только тогда, когда  $\{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n \in R_x\}$ .

Тип шкалы определяется по  $\Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}$  множеству допустимых преобразований  $x_i \rightarrow y_i$ .

### 4.2. Качественные шкалы: номинальная шкала, шкала порядка

Различают следующие типы качественных шкал:

**1. Шкала наименований или номинальная шкала** – это шкала, по которой объектам  $x_i$  или их группам присваивается некоторый признак. Основным свойством этих шкал является сохранение неизменными отношений равенства между элементами эмпирической системы в эквивалентных шкалах. Шкалы номинального типа задаются множеством взаимно однозначных допустимых преобразований шкальных значений. Примерами измерений в номинальном типе шкал являются номера автомашин, телефонов, коды городов и т.д.

**2. Шкала порядка или ранговая шкала** – есть множество  $\Phi$ , которое состоит из всех монотонно возрастающих допустимых преобразований шкальных значений. Монотонно возрастающими называются такие преобразования  $\varphi(x)$ , которое удовлетворяет условию: если  $x_1 > x_2$ , то и  $\varphi(x_1) > \varphi(x_2)$  для любых

шкальных значений  $x_1 > x_2$  из области определения  $\varphi(x)$ . Порядковый тип шкал допускает не только различие объектов, как номинальный тип, но и позволяет упорядочить объекты по измеряемым свойствам. Примерами шкалы порядка являются шкала твердости минералов, предложенная в 1811 г. Немецким ученым Ф.Моосом, или шкала силы ветра, силы землетрясения, сортности товаров и т.д.

### 4.3. Количественные шкалы: шкалы порядка, шкалы интервалов, шкалы отношений, шкалы разностей, абсолютные шкалы

Различают следующие типы количественных шкал:

1. **Шкалы интервалов** – один из наиболее важных типов шкал. Представляют собой шкалы, единственные с точностью до множества положительных линейных допустимых преобразований вида  $\varphi(x) = ax + b$ , где  $x \in Y$  – шкальные значения из области определения  $Y$ ;  $a > 0$ ;  $b$  любое значение. Основным свойством этих шкал является сохранение неизменными отношений интервалов в эквивалентных шкалах:

$$\frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} = \frac{\varphi(x_1) - \varphi(x_2)}{\varphi(x_3) - \varphi(x_4)} = const.$$

Примером шкал интервалов служат шкалы температур. Переход от одной шкалы к эквивалентной, например, от шкалы Цельсия к шкале Фаренгейта, задается линейным преобразованием шкальных значений:  $t^{\circ F} = 1,8t^{\circ C} + 32$ . Другим примером является Грегорианский и Мусульманский календари – две конкретизации шкал интервалов. Т.о., при переходе к эквивалентным шкалам с помощью линейных преобразований происходит изменение как начала отсчета, так и масштаба измерений.

$\frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} = K$  означает, что расстояние между  $x_1$  и  $x_2$  в  $K$  раз больше расстояния между  $x_3$  и  $x_4$  и в любой эквивалентной шкале это соотношение сохраняется. При этом отношение самих оценок не сохраняется.

2. **Шкалы отношений (подобия)** – называется шкала, если  $A$  состоит из преобразований подобия  $\varphi(x) = ax$ ,  $a > 0$ , где  $x \in Y$  – шкальные значения из области определения  $Y$ ;  $a$  – действительные числа. В шкалах отношений остаются неизменными отношения численных оценок объектов. Пусть в одной шкале объектам  $a_1$  и  $a_2$  соответствуют шкальные значения  $x_1$  и  $x_2$ , а в другой  $\varphi(x_1) = ax_1$  и  $\varphi(x_2) = ax_2$ , где  $a > 0$  – произвольные действительные числа. Тогда мы имеем соотношение:  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\varphi(x_1)}{\varphi(x_2)} = \frac{ax_1}{ax_2}$ .

Примерами измерений в шкалах отношений являются измерения массы и длины объектов. Например, измерение в кг дает одно численное значение, в фунтах – другое и т.д. Однако, в какой-бы системе единиц не производилось измерение массы, отношение масс любых объектов одинаково и при переходе от одной числовой системы к другой, эквивалентной, не меняется. Т.о., шкалы отношений отражают отношения свойств объектов, т.е., во сколько раз свойство одного объекта превосходит это же свойство другого объекта.

**3 Шкалы разностей** – определяется как шкалы, единственные с точностью до преобразований сдвига  $\varphi(x) = x + b$ , где  $x \in Y$  - шкальные значения из области определения  $Y$ ;  $b$  - действительные числа. Это означает, что при переходе от одной числовой системы к другой меняется лишь начало отсчета. Шкалы разностей применяются в тех случаях, когда необходимо измерить, насколько один объект превосходит по определенному свойству другой объект. В шкалах разностей неизменными остаются разности численных оценок свойств. Если  $x_1$  и  $x_2$  оценки объектов  $a_1$  и  $a_2$  в одной шкале, а  $\varphi(x_1) = x_1 + b$  и  $\varphi(x_2) = x_2 + b$  в другой шкале, то имеем:  $\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = (x_1 + b) - (x_2 + b) = x_1 - x_2$ . Примерами измерений в шкалах разностей является измерения прироста продукции предприятий (в абсолютных единицах) в текущем году по сравнению с прошлым и т.д.

**4. Абсолютными называют шкалы**, в которых единственными допустимыми преобразованиями являются тождественные преобразования  $\varphi(x) = \{e\}$ , где  $e(x) = x$ . Это означает, что существует только одно отображение эмпирических объектов в числовую систему. В качестве шкальных значений при измерении количества объектов используются натуральные числа. Примерами являются измерение количества объектов, предметов, событий, решений и т.п.

### Контрольные вопросы

1. Что понимается под шкалами?
2. Какие различают качественные шкалы?
3. Какие различают количественные шкалы?
4. Дайте определение шкалам наименований и порядка?
5. Дайте определение шкалам порядка, интервалов, отношений, разностей, абсолютным шкалам?

# ГЛАВА 5. СОДЕРЖАНИЕ ГЛАВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

## 5.1. Понятие цели и квантификация цели

Цель – это ситуация или область ситуаций, которая должна быть достигнута при функционировании системы за определенный промежуток времени. Цель может задаваться требованиями к показателям результативности, ресурсоемкости, оперативности функционирования системы либо к траектории достижения заданного результата.

В системном анализе выделяют два типа целей:

- качественной называют цель, достижение которой выражается в номинальной шкале или в шкале порядка;
- количественной называют цель, достижение которой выражается в количественных шкалах.

Разбиение общей цели СОТС на ряд более частных, но и более простых и конкретных подцелей называется **квантификацией цели**. Последовательно осуществляя квантификацию, получим многоуровневое иерархическое дерево целей.

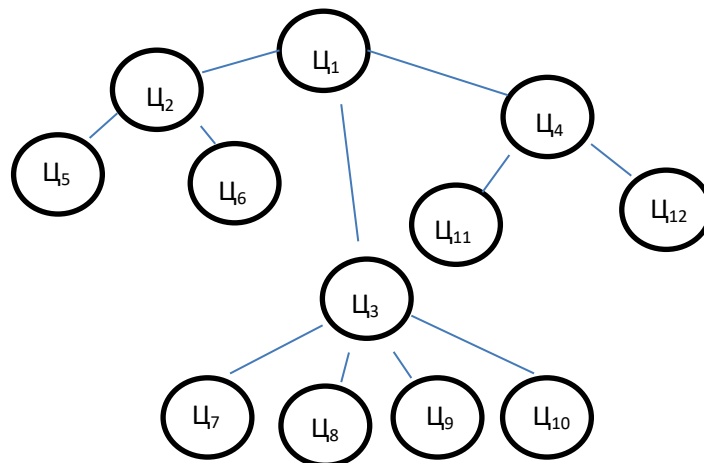


Рис. 1. Дерево целей в задаче проектирования двигателей

В качестве примера рассмотрим следующую цель: разработать более современный, чем существующие, автомобильный двигатель с заданной мощностью  $N_{зад}$ . Эту цель обозначим через  $Ц_1$ . Приведенная формулировка цели  $Ц_1$  носит общий характер и не позволяет судить об основных направлениях, в ко-

торых следует вести работы по проектированию более совершенного двигателя. Поэтому проведем первый этап квантификации. Выполнив ее, получим примерный набор целей  $\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4$ , конкретизирующих исходную цель  $\mathcal{C}_1$ . Пусть  $\mathcal{C}_2$  – повышение экономичности двигателя,  $\mathcal{C}_3$  – обеспечить большие удобства эксплуатации,  $\mathcal{C}_4$  – уменьшить содержание вредных компонентов в выхлопных газах. Выполненная квантификация также не позволяет с достаточной степенью уверенности выбирать конкретные направления проектирования нового типа двигателя. Поэтому проведем второй этап квантификации.

На втором этапе квантифицируются цели  $\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4$ . Предположим, что  $\mathcal{C}_2 = \{\mathcal{C}_5, \mathcal{C}_6\}$ ,  $\mathcal{C}_3 = \{\mathcal{C}_7, \mathcal{C}_8, \mathcal{C}_9, \mathcal{C}_{10}\}$ ,  $\mathcal{C}_4 = \{\mathcal{C}_{11}, \mathcal{C}_{12}\}$ , где  $\mathcal{C}_6$  – уменьшить стоимость горючесмазочных материалов;  $\mathcal{C}_7$  – увеличить наработку двигателя на отказ;  $\mathcal{C}_8$  – повысить долговечность двигателя;  $\mathcal{C}_9$  – увеличить интервалы между планово-предупредительными обслуживаниями;  $\mathcal{C}_{10}$  – уменьшить число ручных регулировок;  $\mathcal{C}_{11}, \mathcal{C}_{12}$  – уменьшить процентное содержание окиси углерода и свинца в выхлопных газах. Поскольку цели  $\mathcal{C}_5$  –  $\mathcal{C}_{12}$  количественно измеримы и исходную цель  $\mathcal{C}_1$  конкретизируют, то процесс квантификации можно считать завершенным.

## 5.2. Основное свойство цели – измеримость

Для сравнения различных типов СОТС необходимо, чтобы цели функционирования СОТС были измеримыми. Только измеримые цели позволяют сравнивать СОТС по степени предпочтительности, и, следовательно, осуществлять поиск оптимальной структуры или оптимального поведения СОТС. Поэтому измеримость является важнейшим свойством целей функционирования СОТС.

Что понимается под измеримостью цели?

Пусть  $S$  – множество СОТС, имеющих целевое назначение  $\mathcal{C}$  (или множество альтернативных решений СОТС). Анализируя соответствие систем  $S_1 \in S$  и  $S_2 \in S$  цели  $\mathcal{C}$ , можно установить следующие соотношения:

1.  $S_1 \succ S_2$ ; где символ  $\succ$  означает: предпочтительна по отношению к цели  $\mathcal{C}$ .
2.  $S_1 \prec S_2$ ; где символ  $\prec$  означает: менее предпочтительна по отношению к цели  $\mathcal{C}$ .
3.  $S_1 \approx S_2$ ; где символ  $\approx$  означает: эквивалентна по отношению к цели  $\mathcal{C}$ .
4.  $S_1 \infty S_2$ ; где символ  $\infty$  означает безразличие.

Цель называется **измеримой**, если для любой системы  $S_1$  и  $S_2$  выполняется одно из отношений пп 1-3 и не существует  $S_1 \in S$  и  $S_2 \in S$  таких, что  $S_1 \infty S_2$ .

Цель называется *количественно измеримой*, если на множестве сравниваемых  $S$  существует вещественная функция  $\mathcal{E}(S)$ , сохраняющая упорядочение, которое понимается в следующем смысле:

$$S_1 > S_2 \Leftrightarrow \mathcal{E}(S_1) > \mathcal{E}(S_2),$$

где символ  $\Leftrightarrow$  - «тогда и только тогда когда».

Преимуществом количественно измеримых целей является то, что если измеримые цели позволяют выделить лучшую систему  $S_0$  только непосредственным анализом установленных на множестве  $S$  отношений предпочтительности, то для количественно измеримых целей можно предложить другой подход, при котором  $S_0$  рассчитывается как система, обеспечивающая значение:

$$\mathcal{E}(S_0) = \max \mathcal{E}(S),$$

где  $\mathcal{E}(S_0)$  – называется целевой функцией или критерием оптимальности (эффективности). Такой подход сводит каждый процесс отыскания лучшей системы  $S_0$  к решению задачи отыскания экстремума вещественной функции.

### 5.3. Формирование целевых функций, критериев оптимальности

Формирование целевых функций (критериев оптимальности) является сложной задачей, результат решения которой может оказать определяющее влияние на успех проектирования СОТС. Ошибки, допущенные на этапе выбора критериев оптимальности, приведут к созданию неоптимальных или даже неработоспособных систем. Поэтому задача Проектанта СОТС сводится к проведению необходимого анализа возможных ограничений проектно-технологического, экономического, экологического характера, неопределенностей естественного и искусственного происхождения и сформулировать цели функционирования СОТС на формальном языке. Здесь следует начинать с перечисления возможных критериев оптимальности и далее произвести их выбор и обоснование, исходя из целевого назначения СОТС.

Важным моментом при выборе критериев оптимальности, является исследование характера ограничений на них. Ограничения делятся на две группы: физические и собственно критериальные. Физические ограничения являются следствием физических законов сохранения, и ни при каких обстоятельствах не могут быть нарушены. Собственно критериальные ограничения определяются требованиями к конструкции СОТС и условиями их производства и эксплуатации.

Одним из определяющих моментов при формировании целевых функций является решение проблем, связанных с преодолением неопределенностей, воз-

никающих при проектировании СОТС. При этом важное место занимают оценки вариантов СОТС, соответствующие гарантированному результату (минимаксной стратегии) на основании соответствующих критериев оптимальности.

При исследовании и проектировании СОТС возникают вопросы, связанные с многоцелевым назначением СОТС, разработкой конструктивных методов проектирования и получение наилучших значений для нескольких характеристик проектируемой СОТС, что приводит к проблеме многокритериальности, т.е. к проблеме оценки эффективности СОТС и обоснования оптимальной структуры по многим критериям. Необходимость использования нескольких критериев возникает, когда дерево целей СОТС на нижнем уровне иерархии содержит не одну цель, а набор количественно измеримых целей, или если каждая цель необязательно характеризуется единственным критерием.

Эффективным методом нахождения разумных компромиссных решений в многокритериальных задачах является принцип компромиссов Парето. Для оценки эффективности СОТС необходимо решить следующие задачи:

1. Нормализация критериев оптимальности – это операция приведения масштабов локальных критериев к единому масштабу измерения.

2. Выбор принципа оптимальности – принцип оптимальности – это основная проблема обоснования оптимальной структуры СОТС. На практике выбор принципа оптимальности именуется проблемой скаляризации, ввиду того, что выбор принципа оптимальности приводит к некоторому обобщенному скалярному критерию, являющемуся функцией локальных критериев.

3. Учет приоритета критериев – локальные критерии имеют различную важность при решении возникающих перед СОТС задач. Этот факт следует учитывать при выборе принципа оптимальности, отдавая предпочтение более важным критериям. Для этих целей вводится вектор распределения важности критериев  $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_m\}$ .

#### **5.4. Виды и формы представления структур целей: сетевая структура или сеть, иерархические структуры, страты и эшелоны**

В исследованиях принято различать разные виды структур как средства описания системы. Структура может быть представлена в графической, матричной форме, в форме

1. Сетевая структура представляет декомпозицию элементов, представленных во времени. При сетевом представлении структуры системы принято использовать такие понятия как: *вершина, ребро, путь, критический путь*.



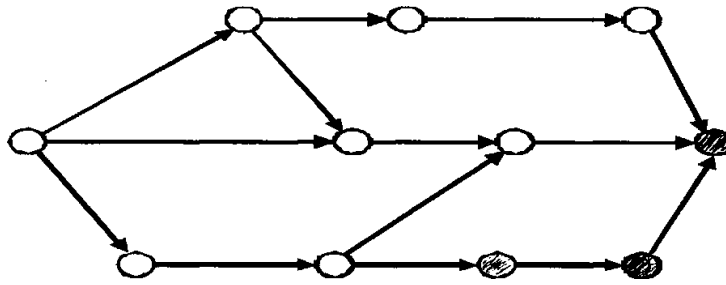


Рис.2. Сетевая структура системы

Сетевые структуры систем отображают порядок операций или действий в системе. Например, с помощью сетевого графика описываются производственные этапы деятельности, при проектировании систем отображается ее сетевая модель, при создании плана производственной деятельности - сетевой план. Сетевые модели могут быть представлены однонаправленными, обратными и циклическими связями между элементами системы. Такие связи описываются в виде пути или критического пути между элементами

При системном анализе сетевых структур используются математический аппарат теории графов, а также теория сетевого планирования и управления, которая имеет прикладной характер.

2. Иерархическая структура представляет собой декомпозицию системы в пространстве, устанавливая уровневые связи (отношения) между элементами (подсистемами) в целом образовании.

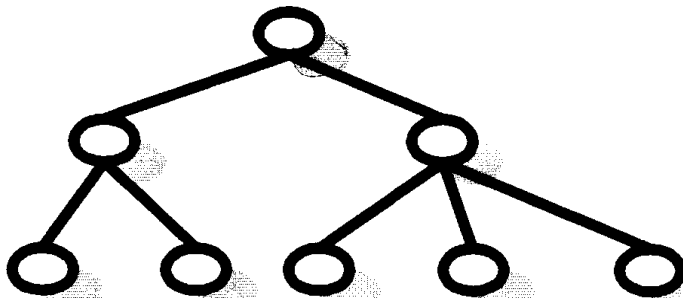


Рис.3. Простейшая иерархическая структура системы

Элементы или компоненты системы представляются в виде вершин или узлов, а связи между элементами - в виде дуги или соединения узлов. Иерархические структуры принято называть древовидными структурами. Такие структуры называются типа «дерево». Чаще всего с помощью таких структур представляются целепологания и цели управления системой, о которых рассказано выше.

3. Многоуровневые иерархические структуры принято изображать в виде страт, слоев, эшелонов.

**Страты** - это способ описания сложных структур с помощью замены их наиболее простыми моделями. При этом способе, каждая страта описывает свой уровень абстракции, сохраняя особенности входных и выходных параметров.

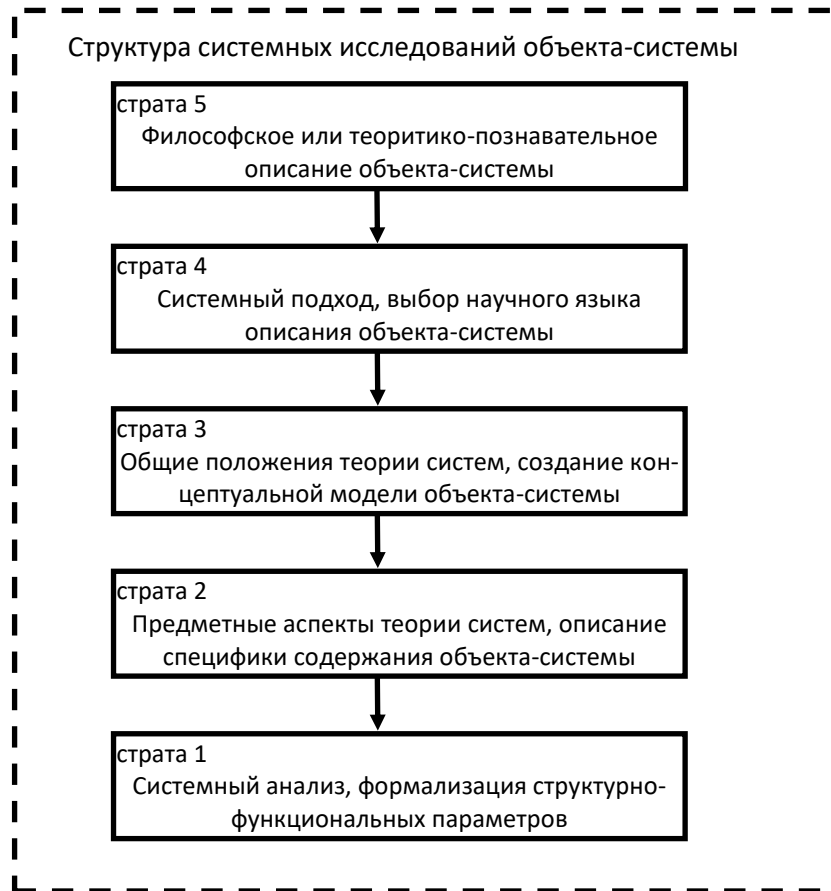


Рис.4. Представление системы в виде стратов

**Слой** - это способ описания последовательности решаемых проблем с целью поиска наилучшего метода их решения. Причем при решении многослойных проблем предусматривается учет допустимых ограничений на моделирование нижележащих объектов, без утери общего замысла решения в едущей проблеме.

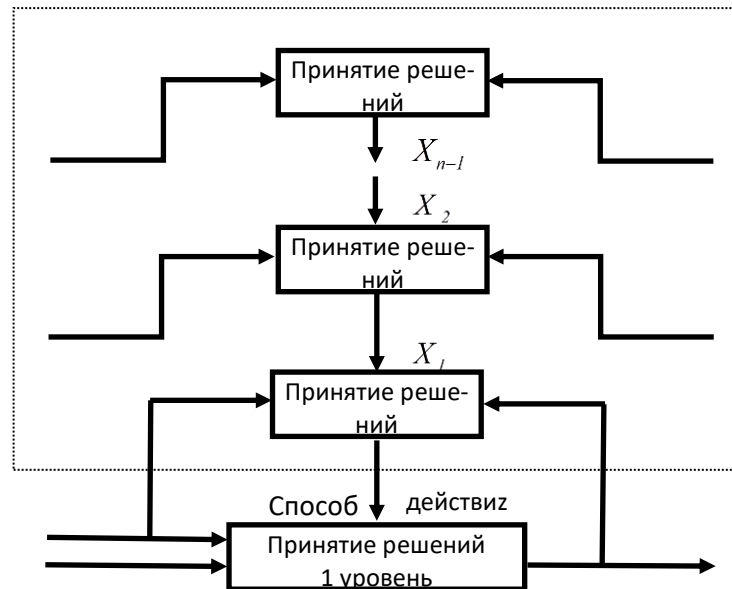


Рис. 5. Многослойная структура системы принятия решений

**Эшелон** - это способ описания иерархической структуры в виде относительно зависимых, взаимодействующих между собой подсистем (объектов), такие многоэшелонные структуры описывают относительно независимые уровни управления. На каждом уровне управления подсистемы имеют определенную степень свободы выбора управленческого решения.

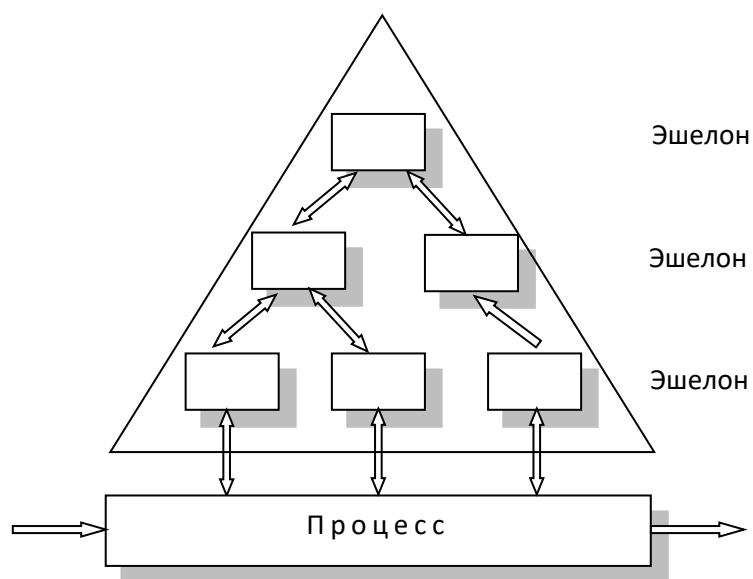


Рис. 6. Иерархическая структура системы управления, представленная в виде эшелонов

На рис.6 представлена структура подсистем управления, которая выполнена в виде эшелонов. Каждый эшелон представляет собой определенный уровень подсистемы управления. Связь между уровнями управления представлена в виде координации процесса принятия решений в каждой подсистеме. Такая структурная организация связей между подсистемами управления принято называть многоцелевой иерархической структурой управления. Поэтому многоэшелонные структуры часто называют многоцелевыми.

4. Матричные структуры представляют взаимоотношения между уровнями иерархической структуры. Они могут быть описаны в виде древовидной иерархической структуры связей, двумерной матрицы со «слабыми» и «сильными» связями и многомерной матрицы.

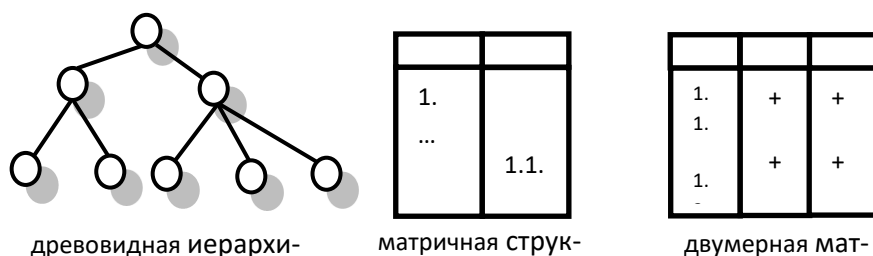


Рис.7. Примеры матричных структур системы

5. Смешанные иерархические структуры с вертикальными и горизонтальными связями. Примером такой системы может послужить государственная система управления.

6. Структуры с произвольными связями используются, как правило, на начальном этапе исследования системы, для определения важных и необходимых элементов и установление лишь тех связей и отношений, которые оказывают наибольшее влияние на принятие управленческих решений.

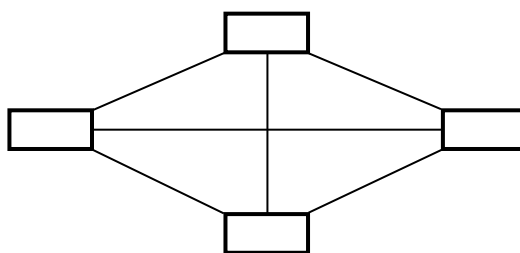


Рис.8. Структура системы с произвольными связями

На рис.8 представлена система, состоящая из 4 элементов, которая представлена произвольными связями между ними. Такое графическое представление системы, как правило, используется на первом этапе исследования, когда еще не установлены закономерности связей и отношений между элементами. Описание систем в виде структуры с произвольными связями чаще всего используется на уровне формирования авторской концепции системного исследования выделяемого объекта из окружающей среды.

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение цели?
2. Приведите пример квантификации цели?
3. Какая цель называется измеримой?
4. Какая цель называется количественно измеримой?
5. Как формируются критерии оптимальности при проектировании СОТС?
6. Назовите формы представления структур целей?

## **ГЛАВА 6. ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ**

### **6.1. Проблема выбора критериев оптимальности при проектировании сложных организационно-технических систем**

Решение оптимизационных задач играет особую роль и составляет фундамент математического обеспечения системной методологии проектирования СОТС. Методы решения оптимизационных задач многочисленны, однако среди них отсутствует единственный метод, который оказался бы наилучшим во всех практических случаях проектирования СОТС. Особенностью задач оптимизации является высокая степень неопределенности условий возможного применения и функционирования СОТС, а также большое число сравнимых альтернативных вариантов проектируемых СОТС. Обоснование оптимальной структуры связано с решением задач по выбору рациональных параметров проектируемых элементов СОТС. В системной технологии проектирования СОТС одним из основных направлений является направление, связанное с выбором и обоснованием критериев оптимальности. От правильного решения этой задачи

зависит успех создания СОТС и ее эксплуатации. При выборе критерия оптимальности следует исходить из следующего принципа: должно быть строгое соответствие между целью, которая должна быть достигнута в результате функционирования, СОТС и выбираемым показателем эффективности, являющимся составной частью критерия оптимальности. Показатель эффективности должен непосредственно отвечать на вопрос о степени решения задач, поставленных перед СОТС. При проектировании СОТС следует учитывать не только показатель эффективности, являющийся эквивалентом цели создания СОТС, но также и затраты, и сроки создания СОТС. В таком случае критерий оптимальности  $\mathcal{E}(S)$  СОТС может быть представлен в виде функционала показателя эффективности  $W$ , стоимости  $C_x$  и сроков создания  $T$ , т.е.  $\mathcal{E}(S)=\mathcal{E}(W,C,T)$ .

**Критерием оптимальности** называется количественная мера, устанавливающая соответствие между степенью достижения цели в результате функционирования проектируемой СОТС и затратами на достижение этой цели.

Требования, которым должны отвечать критерии оптимальности в задачах проектирования СОТС:

1. Критерий оптимальности должен быть количественной мерой и допускать объективную оценку. Он должен обладать свойством получения точного математического выражения и возможности вычисления.
2. Критерий оптимальности должен быть представительным, т.е. значения критерия оптимальности и их изменения должны отражать степень выполнения поставленных целей и задач проектируемой СОТС.
3. Цель проектирования СОТС должна находить свое прямое отображение в критерии оптимальности. Критерий должен выбираться с учетом системного подхода, т.е. рассматривать все основные этапы проектирования СОТС, ее функционирования и взаимодействия во времени и пространстве с окружающей средой и другими системами.
4. Критерий оптимальности должен быть чувствительным к изменению основных параметров проектируемой СОТС.
5. Величина критерия оптимальности должна наглядно отображать результаты достижения целей.
6. Критерий оптимальности должен быть, по возможности, простым.

Т.о., в качестве критерия оптимальности следует выбирать такой функционал, который можно:

- выразить количественно;
- определить точными научными методами;
- измерить или вычислить имеющимися в распоряжении Проектанта средствами;

- связать с физическими, производственными, экологическими факторами, влияющими на создание и функционирование СОТС.

## 6.2. Основной критериальный постулат

Любую сложную систему можно рассматривать как систему, состоящую из подсистем, и одновременно, как подсистему вышестоящей по иерархическому уровню системы. Исходя из этого, любая СОТС характеризуется наличием иерархической серии критериев оптимальности, с помощью которых следует оценить эффективность функционирования самой системы и ее подсистем. В связи с этим различают общий, частный и основной критерии оптимальности.

**Общий критерий оптимальности** характеризует эффективность функционирования СОТС как системы в целом, исходя из условий достижения целей, стоящих перед СОТС.

**Частный критерий оптимальности** свидетельствует лишь о том, насколько хорошо функционируют отдельные подсистемы, исходя из целей, стоящих перед рассматриваемыми подсистемами.

**Основной критерий оптимальности** оценивает насколько эффективен вклад рассматриваемой подсистемы на повышение эффективности подсистемы более высокого уровня или даже самой системы в целом.

Обобщенной формой общего критерия оптимальности является **основной критериальный постулат системного анализа**, который может быть сформулирован в 2-х формах:

1. Оптимальным проектным решением является то, которое обеспечивает выполнение поставленной цели при минимальных материальных, энергетических и трудовых затратах:

$$\mathcal{E}(S_0) = \min C, \quad \text{при } W \geq W_0, T \geq T_0, a_i \leq a_{i\text{доп}}$$

где  $S_0$  – оптимальный вариант, который выбирается из условия минимальных затрат при заданном (пороговом) значении показателя эффективности  $W_0$  и пороговом значении времени  $T_0$ .  $a_i$  – показатель дополнительных ограничений.

2. Оптимальным проектным решением является такое, которое при фиксированных затратах достигает выполнения поставленной цели с максимальной эффективностью:

$$\mathcal{E}(S_0) = \max W, \quad \text{при } C \geq C_0, T \geq T_0, b_i \leq b_{i\text{доп}}$$

где  $W$  –показатель эффективности, оптимальный вариант выбирается из условия достижения максимального значения показателя эффективности при заданных затратах  $C_0$  и времени  $T_0$ ;

$S$  – множество альтернативных вариантов проектируемой СОТС;

$S_i$  –  $i$  –й альтернативный вариант проектируемой СОТС;

$C_0$  – заданные затраты (пороговые значения);

$T_0$  – предельный (заданный) срок создания СОТС.

Любые другие формы представления критериев оптимальности являются частными случаями основного критериального постулата.

### 6.3. Критерий «стоимость-эффективность»

Важным следствием основного критериального постулата системного анализа является так называемый критерий стоимость –эффективность, нашедший широкое применение в экономических исследованиях. Суть критерия стоимость - эффективность заключается в выборе (оптимизации) такого варианта СОТС, для которого при заданном значении показателя эффективности стоимость имеет оптимальную величину. Наиболее распространенным способом решения задачи выбора оптимальной конструкции проектируемой СОТС является логико-вариантный метод. Он состоит в оценке по выбранным критериям оптимальности некоторого множества вариантов построения СОТС, затем на основе критерия «стоимость-эффективность» сравнивая и сопоставляя эффективность рассматриваемого варианта СОТС с его стоимостью, принять оптимальное решение.

Для пояснения сути критерия «стоимость – эффективность» рассмотрим следующий пример. Пусть  $X_1$  и  $X_2$  – два управляемых конструктивных параметра СОТС, характеризующие качество ее функционирования и пусть, применяя логико-вариантный метод построения оптимальной конструкции СОТС удалось получить некоторые значения показателя эффективности  $W$  и затрат  $C$  для конкретных величин параметров  $X_1$  и  $X_2$ . Это позволяет получить дискретные точки в пространствах  $(W_1 X_1 X_2)$  и  $(C_1 X_1 X_2)$ :



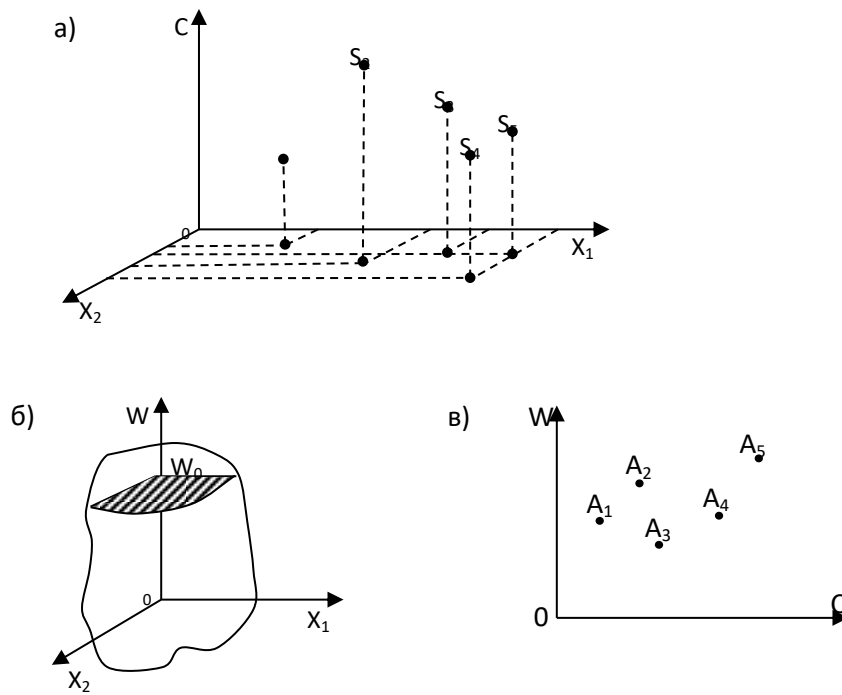


Рис.1. Логико-вариантный метод выбора оптимальной конструкции СОТС

В зависимости от того, какой характер – дискретный или непрерывный – носят данные в пространствах  $(W_1 X_1 X_2)$  и  $(C_1 X_1 X_2)$  в плоскости  $(C, W)$  – области принятия оптимальных проектных решений, получим дискретные или непрерывные значения  $W$  в зависимости от  $C$  – см. рис. 3. Анализируя данные графика, можно выбрать такой вариант СОТС, который при равных значениях эффективности  $W$  обладает меньшей стоимостью  $C$  или выбрать смешанный вариант.

Поскольку в задачах выбора оптимальных параметров СОТС стремятся к увеличению  $\Delta W$  и к уменьшению  $\Delta C$ , то представляется целесообразным выбрать в качестве основного критерия оптимальности функцию:

$$\mathcal{E}_{oc} = F \left[ \frac{\overline{\Delta W}}{\overline{\Delta C}} \right] = F \left( K_{cw} \frac{\overline{\Delta W}}{\overline{\Delta C}} \right),$$

где  $\overline{\Delta W} = \frac{W^H - W^0}{W^0}$ ,  $\overline{\Delta C} = \frac{C^P - C^0}{C^0}$ ,

$K_{cw} = \frac{W_0}{C_0}$  - некоторая постоянная величина.

$\overline{\Delta W}$  – основной показатель эффективности СОТС;

$W^0$  – значение показателя эффективности СОТС при существующем варианте рассматриваемой СОТС;

$W^H$  – значение показателя эффективности СОТС при включении в ее состав новых подсистем;

$\overline{\Delta C}$  - основной показатель затрат;

$C^0$  и  $C^p$  – значения показателя затрат при существующем варианте СОТС и при включении в ее состав новых подсистем.

### Контрольные вопросы

1. Перечислите проблемы, возникающие при выборе критериев оптимальности при проектировании СОТС?
2. Приведите классификацию критериев оптимальности?
3. Назовите две формы основного критериального постулата?
4. Раскройте содержание критерия «стоимость-эффективность»?
5. Расскажите о логико-вариантном методе выбора оптимальной конструкции СОТС?

## ГЛАВА 7. ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 7.1. Методы оценивания систем

Методы оценивания систем разделяются на качественные и количественные.

**Качественные** методы используются на начальных этапах моделирования, если реальная система не может быть выражена в количественных характеристиках, отсутствуют описания закономерностей систем в виде аналитических зависимостей. В результате такого моделирования разрабатывается концептуальная модель системы.

**Количественные** методы используются на последующих этапах моделирования для количественного анализа вариантов системы.

Во всех методах смысл задачи оценивания состоит в сопоставлении рассматриваемой системе (альтернативе) вектора из критериального пространства  $K_m$ , координаты точек которого рассматриваются как оценки по соответствующим критериям. Простейшей формой задачи оценивания является обычная задача измерения, когда оценивание есть сравнение с эталоном, а решение задачи находится подсчетом числа эталонных единиц в измеряемом объекте. Например, пусть  $x$  – отрезок, длину которого надо измерить. В этом случае отрезку сопоставляется действительное число  $\varphi(x)$  – его длина. Более сложные задачи оценивания разделяются на задачи: парного сравнения, ранжирования, классификации, численной оценки. Задача парного сравнения заключается в выявлении лучшего из двух имеющихся объектов, образующих систему, по убыва-

нию (возрастанию) значения некоторого признака. Задача классификации – в отнесении заданного элемента к одному из подмножеств. Задача численной оценки – в сопоставлении системе одного или нескольких чисел.

Данные задачи могут быть решены непосредственно лицом, принимающим решение, или с помощью экспертов – специалистов в исследуемой области. Во втором случае решение задачи оценивания называется экспертизой. Качественные методы измерения и оценивания характеристик систем, используемые в системном анализе, достаточно многочисленны и разнообразны.

К основным методам качественного оценивания систем относят:

1. методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей»;
2. типа сценариев;
3. экспертных оценок;
4. типа Дельфи;
5. типа дерева целей;
6. морфологические методы.

## **7.2. Методы качественного оценивания систем**

**Методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей»** получил распространение с начала 50-х гг. как метод тренировки мышления, нацеленный на открытие новых идей и достижение согласия группы людей на основе интуитивного мышления.

**Методы типа сценариев** – это методы подготовки и согласования представлений о проблеме или анализируемом объекте, изложенные в письменном виде, получили название сценариев. Сценарием называется любой документ, содержащий анализ рассматриваемой проблемы или предложения по ее решению независимо от того, в какой форме он представлен. Сценарий является предварительной информацией, на основе которой проводится дальнейшая работа по прогнозированию или разработке вариантов проекта.

**Методы экспертных оценок** наиболее часто используется в практике оценивания сложных систем на качественном уровне. Термин «эксперт» происходит от латинского слова *expert* – «опытный». При использовании экспертных оценок обычно предполагается, что мнение группы экспертов надежнее, чем мнение отдельного эксперта.

К наиболее употребительным процедурам экспертных измерений относятся:

1. ранжирование;
2. парное сравнение;

3. множественное сравнение;
4. непосредственная оценка;
5. методы Черчмена-Аккофа;
6. метод Терстоуна;
7. метод фон Неймана-Моргенштерна.

Целесообразность применения того или иного метода во многом определяется характером анализируемой информации.

**Методы типа Дельфи** – название методов экспертной оценки типа Дельфи связано с древнегреческим городом Дельфи. В отличие от традиционных методов экспертной оценки метод Дельфи предполагает полный отказ от коллективных обсуждений. Это делается для того, чтобы уменьшить влияние таких психологических факторов, как присоединение к мнению наиболее авторитетного специалиста, нежелание отказаться от публично выраженного мнения, следования за мнением большинства.

Процедура Дельфи – метода заключается в следующем:

- 1) организуется последовательность циклов «мозговой атаки»;
- 2) разрабатывается программа последовательных индивидуальных опросов с помощью вопросников, исключая контакты между экспертами, но предусматривающая ознакомление их с мнениями друг друга между турами; вопросники от тура к туру могут уточняться;
- 3) в наиболее развитых методиках экспертам присваиваются весовые коэффициенты значимости их мнений, вычисляемые на основе предшествующих опросов, уточняемые от тура к туру и учитываемые при получении обобщенных результатов оценок.

**Методы типа дерева целей** – идея метода впервые предложена Черчменом в связи с проблемами принятия решений в промышленности. Термин «дерево целей» подразумевает использование иерархической структуры, полученной путем деления общей цели на подцели, а их, в свою очередь, на более детальные составляющие. Сущность метода PATTERN заключается в следующем. Исходя из сформулированных целей потребителей продукции фирмы на прогнозируемый период осуществляется развертывание дерева целей. Для каждого уровня дерева целей вводится ряд критериев и коэффициенты значимости, характеризующие важность вклада целей в обеспечение критериев. Значимость некоторой цели определяется коэффициентом связи, представляющим сумму произведений всех критериев на соответствующие коэффициенты значимости. Общий коэффициент связи некоторой цели (относительно достижения цели высшего уровня) определяется путем перемножения соответствующих коэффициентов с связи в направлении вершины дерева.

## Контрольные вопросы

1. Какие различают методы оценивания систем?
2. Как классифицируются методы качественной оценки систем?
3. Разъясните «коллективный метод генерации идей»?
4. Раскройте содержание метода экспертных оценок?
5. Расскажите о методе Дельфи?

## ГЛАВА 8. МЕТОДЫ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ СИСТЕМ

### 8.1. Методы количественного оценивания систем

Первоначально задача количественного оценивания систем формулировалась в терминах критерия превосходства в форме:

$$K_i^{прев} \rightarrow \max y_i, i = 1, n$$

Однако поскольку большинство частных показателей качества связаны между собой так, что повышение качества системы по одному показателю ведет к понижению качества по другому, такая постановка признана некорректной. Наличие неоднородных связей между отдельными показателями СОТС приводит к проблеме корректности критерия превосходства к необходимости идти на компромисс и выбирать для каждой характеристики не оптимальное значение, а меньшее, но такое, при котором и другие показатели тоже будут иметь приемлемые значения.

К методам количественной оценки относятся:

1. методы теории полезности;
2. методы векторной оптимизации;.....
3. методы ситуационного управления.

*Методы теории полезности* основаны на аксиоматическом использовании отношения предпочтения множества векторных оценок систем.

*Методы векторной оптимизации* базируются на эвристическом использовании понятия векторного критерия качества систем (*многокритериальные задачи*) и включают методы главного критерия, лексикографической оптимизации, последовательных уступок, скаляризации, человеко-машинные и другие методы. При решении задач векторной оптимизации векторный критерий эффективности, заменяют скалярным на основе какой-либо функции свертки.

*Методы ситуационного управления* основаны на построении семиотических моделей оценки систем. В таких моделях система предпочтений ЛПР

формализуется в виде набора логических правил, по которым может быть осуществлен выбор альтернатив.

Рассмотрение указанных подходов в системном анализе основано на трех особенностях:

1. Считается, что не существует системы, наилучшей в независимом от ЛПР смысле. Всегда система может быть наилучшей лишь для данного ЛПР. Другое ЛПР в данных условиях может предпочесть альтернативную систему.

2. Считается, что не существует оптимальной системы для всех целей и воздействий внешней среды. Система может быть эффективной только для конкретной цели и в конкретных условиях. В других условиях и для других целей система может быть неэффективна. Например, конверсия танков неэффективна по показателям ресурсоемкости.

3. Методы исследования операций (линейное, нелинейное) не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к задачам оценивания сложных организационных систем, поскольку вид целевой функции или неизвестен, или не задан аналитически, или для нее отсутствуют средства решения.

Общность подходов состоит в том, что оценивание систем по критериям производится с помощью шкал.

## **8.2. Оценка сложных организационно-технических систем на основе теории полезности**

При аксиоматическом подходе к оценке систем на основе теории полезности используется метод свертывания векторного критерия в скалярный. Отличие данного подхода от других состоит в том, что свертывание производится на основе аксиоматизации предпочтений ЛПР. В теории полезности исходят из того, что критерий эффективности предназначен для выявления порядка предпочтений на альтернативах (исходах операций), что позволяет обеспечить обоснованный выбор решения.

Полезность исхода операции это действительное число, приписываемое исходу операции и характеризующее его предпочтительность по сравнению с другими альтернативами относительно цели.

Зная возможные альтернативы с их показателями полезности, можно построить функцию полезности, которая дает основу для сравнения и выбора решений. Функция полезности представляет собой числовую ограниченную функцию  $F(a)$ , определенную на множестве альтернатив  $A = \{a_k\}, k = 1, 2, \dots, l$ , так что  $F(a_i) = F(a_j)$ , когда альтернативы  $a_i$  и  $a_j$  неразличимы ( $a_i \sim a_j$ ), т.е. нельзя отдать предпочтение ни тому, ни другому исходу и  $F(a_i) \succ F(a_j)$ , когда

альтернатива  $a_i$  предпочтительнее альтернативы  $a_j$  ( $a_i \succ a_j$ ), как показано на рисунке 1.

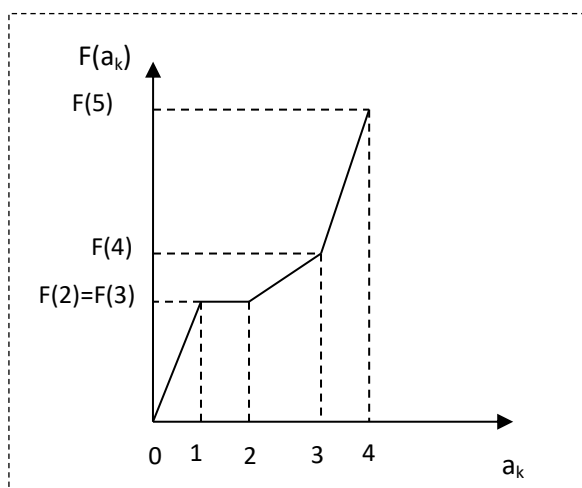


Рис. 8.1. Функция полезности

Рассмотрим основные аксиомы теории полезности.

**Аксиома 1. Измеримость** – каждому альтернативному исходу  $a_i$  может быть поставлено в соответствие неотрицательное действительное число  $p_i$ , рассматриваемое как мера относительной полезности исхода  $a_i$ ,  $i = \overline{1..n}$ ,  $0 \leq p_i \leq 1$ .

**Аксиома 2. Сравнимость** – любые две альтернативы  $a_i$  и  $a_j$  сравнимы: либо один исход предпочтительнее другого; либо исходы одинаково предпочтительны (эквивалентны), т.е. при сравнении двух альтернатив  $a_i$  и  $a_j$  возможен один из трех выводов: предпочтительнее альтернатива  $a_i$ ; между  $a_i$  и  $a_j$  нет предпочтительности; предпочтительнее альтернатива  $a_j$ .

**Аксиома 3. Транзитивность** – соотношения предпочтения и эквивалентности исходов транзитивны. Если исход  $a_i$  предпочтительнее исхода  $a_j$ , а исход  $a_j$  предпочтительнее исхода  $a_k$ , то исход  $a_i$  предпочтительнее исхода  $a_k$ . Аналогично, если исход  $a_i$  эквивалентен исходу  $a_j$ , а  $a_j$  эквивалентен  $a_k$ , то  $a_i$  эквивалентен  $a_k$ .

**Аксиома 4. Коммутативность** – предпочтение исхода  $a_i$  исходу  $a_j$  не зависит от порядка, в котором они названы и представлены.

**Аксиома 5. Независимость** – отношение безразличия (предпочтения) между двумя альтернативами  $a_i$  и  $a_j$  не нарушается наличием третьего  $a_k$ .

В зависимости от типа показателей исходов операции функция полезности может быть непрерывной или дискретной. Функцию полезности называют прямой, если, чем больше значение показателя исхода операции, тем он полезнее, и обратной, если, чем больше значение показателя исхода операции, тем он менее

полезен. Функция полезности является универсальным и удобным средством математического выражения предпочтений на множестве исходов операции.

### 8.3. Принцип компромиссов Парето

Пусть  $K = (k_1, k_2, \dots, k_i)$  – векторный критерий, представляющий собой отображение  $K: A \rightarrow R^i$ ;  $K(a)$  – векторная оценка альтернативы  $a \in A$ ;  $R^i$  – шкала, числовая система при условии, что  $R^1$  – множество реальных чисел. Тогда общая задача векторной оптимизации может быть сформулирована следующим образом:

$$K(a) \rightarrow \text{opt } K(a), \quad a \in A, \quad (1)$$

где  $\text{opt}$  – оператор оптимизации, определяющий семантику оптимальности. Решением задачи (1) является множество

$$D = \{a \in A: a = \tau^{-1}[\text{opt } K(a)]\}, \quad a \in A \quad (2)$$

Вследствие того, что, как правило, множество  $D$  пусто, оценка сложных систем в условиях определенности на основе методов векторной оптимизации проводится в три этапа. На первом этапе с использованием системного анализа определяются частные показатели и критерии эффективности. На втором этапе находится множество Парето формулируется задача многокритериальной оптимизации в форме (2). На третьем этапе задача (2) решается путем скаляризации критериев устранения многокритериальности.

**Принцип Парето.** Постановка задачи оптимизации как поиск решения по критерию превосходства хотя и была признана некорректной, но помогла сформулировать понятие множества Парето как подмножества  $A^*$  множества альтернатив  $A$ . Множество  $A^*$  задается свойством его элементов

$$(\forall a \in A)(\exists a^* \in A^*)(K(a^*) \geq K(a)), \quad (3)$$

Смысл выражения (№) определяет принцип Парето, который состоит в следующем. Множество Парето  $A^*$  (множество компромиссов) включает альтернативы, которые всегда более предпочтительны по сравнению с любой альтернативой из множества  $A \setminus A^*$ . При этом любые две альтернативы из множества Парето по предпочтению несравнимы.

Несравнимыми называются альтернативы, если альтернатива  $a_i$  превосходит альтернативу  $a_j$  по одним групп критериев, а альтернатива  $a_j$  превосходит альтернативу  $a_i$  по другим группам. Выражение  $K(a^*) \geq K(a)$  означает, что

$$k_1(a^*) \geq k_1(a); k_2(a^*) \geq k_2(a); \dots, k_l(a^*) \geq k_l(a), \quad (4)$$

и хотя бы одно из неравенств (4) является строгим.

Понятие множества Парето можно пояснить на примере. Пусть имеем задачу оптимизации по двум критериям -  $k_1: y_1 \rightarrow \min(y_1), k_2: y_2 \rightarrow \min(y_2)$ ,



где  $y_1$  и  $y_2$  показатели свойств системы (параметры), значения которых можем выбирать. Целью является выбор оптимальных (в данном случае минимальных) значений параметров.

Нарисуем область параметров и область критериев и определим между этими областями соответствие  $G_y \rightarrow G_K$

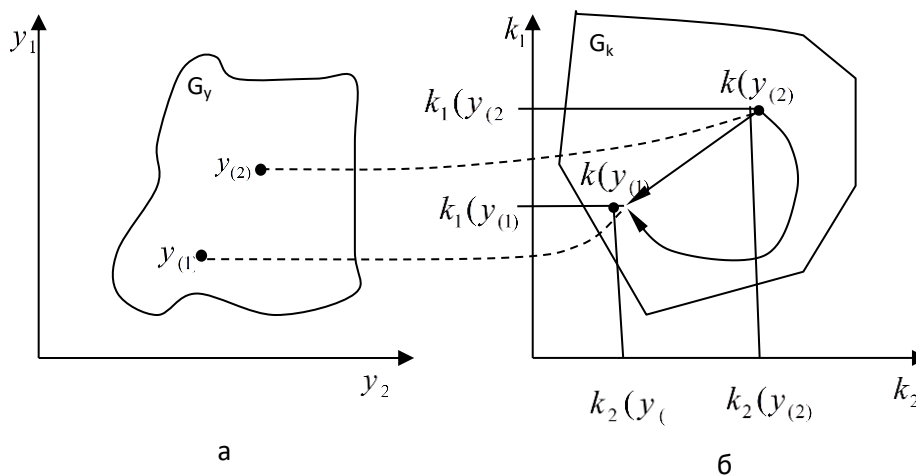


Рис. 8.2. Область параметров  $G_y(a)$  и область критериев  $G_k(б)$

Считаем, что точка  $y_1$  является строго предпочтительнее точки  $y_2$ , если  $k_1(y_1) \leq k_1(y_2)$  и  $k_2(y_1) \leq k_2(y_2)$ , причем хотя бы одно из неравенств должно быть строгим, т.е. переход в предпочтительную точку должен привести к одновременному уменьшению значений параметров по обоим критериям.

Путем переходов из одной предпочтительной точки в другую добиваемся улучшения значений показателей по обоим критериям. С выходом на «юго-западную» границу  $G_y$  достигаем множества Парето.

Возвращаться назад от границы этого множества нет смысла, поскольку предыдущие значения заведомо хуже. Выход за границу множества запрещен по условиям ограничений на значения  $y_1$  и  $y_2$ .

Двигаясь по границе множества, нетрудно видеть, что в определенной области улучшение показателей по  $k_1$  ведет к одновременному ухудшению показателей по  $k_2$ .

Множество точек этой области и есть множество Парето. Одновременная минимизация всех критериев в области Парето невозможна. Поиск решения должен осуществляться на основе какой-либо схемы компромиссного выбора решения.

## 8.4. Методы свертывания векторного критерия в скалярный

В этих методах первоначальная задача заменяется задачей

$$k(a) \rightarrow \text{extr}, a \in A, \quad (6)$$

где  $k(a)$  – скалярный критерий, представляющий собой некоторую функцию от значений компонентов векторного критерия:

$$k(a) = f(k_1(a), k_2(a), \dots, k_l)). \quad (7)$$

Основной проблемой этого подхода как раз и является построение функции  $f$ , называемой сверткой. Данная проблема распадается на четыре задачи:

1. Обоснование допустимости свертки.
2. Нормализация критериев для их сопоставления.
3. Учет приоритетов (важности) критериев.
4. Построение функции свертки, позволяющей решить задачу оптимизации.

1. *Обоснование допустимости свертки.* Требуется подтверждения, что рассматриваемые показатели эффективности являются однородными. Известно, что показатели эффективности разделяются на три группы: показатели результативности, ресурсоемкости и оперативности. В общем случае разрешается свертка показателей, входящих в обобщенный показатель для каждой группы отдельно. Свертка показателей из разных групп может привести к потере физического смысла такого критерия.

2. *Нормализация критериев.* Если критерии не однородны, требуется нормализация критериев. Под нормализацией понимается такая последовательность процедур, с помощью которой все критерии приводятся к единому, безразмерному масштабу измерения. К настоящему времени разработано большое количество схем нормализации. Рассмотрим некоторые из них.

Определим максимум и минимум каждого локального критерия, т.е.

$$a_j^+ = \max a_{ij}, i = \overline{1, m}; \quad a_j^- = \min a_{ij}, i = \overline{1, m};$$

Выделим группу критериев  $a_j, j = \overline{1, l}$ , которые максимизируются при решении задачи, и группу критериев  $a_j, j = \overline{l+1, n}$ , которые минимизируются при решении задачи. Тогда в соответствии с принципом максимальной эффективности нормализованные критерии определяются из следующих соотношений:

$$\hat{a}_{ij} = \frac{a_{ij} - a_j^-}{a_j^+ - a_j^-}, \quad j = \overline{1, l}, \quad (8)$$

В соответствии с принципом минимальной потери нормализованные критерии определяются из соотношений

$$\hat{a}_{ij} = \frac{a_j^+ - a_{ij}}{a_j^+ - a_j^-}, \quad j = \overline{l+1, n}, \quad (9)$$

Оптимальным будет тот вариант (стратегия), который обеспечивает максимальное значение целевой функции (10).

3. Учет приоритетов критериев. Осуществляется в большинстве методов свертывания путем задания вектора коэффициентов важности критериев

$$\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_I\}, \quad \sum_{i=1}^I \lambda_i = 1 \quad (10)$$

где  $\lambda_i$  - коэффициент важности критерия  $k_i$ , обычно совпадающий с коэффициентом значимости частного показателя качества.

Определение коэффициентов важности критериев, как и в случае с показателями, сталкивается с серьезными трудностями и сводится либо к использованию формальных процедур, либо к применению экспертных оценок.

В результате нормализации и учета приоритетов критериев вместо исходной векторной оценки  $K(a)$  альтернативы  $a$  образуется новая векторная оценка

$$k(a) = (\lambda_1 k_1(a), \lambda_2 k_2(a), \dots, \lambda_I k_I(a)), \quad (11)$$

где  $k_i(a)$  – нормированный критерий – находится аналогично нормированному показателю.

4. Полученная векторная оценка подлежит преобразованию с использованием функции свертки. Способ свертки зависит от характера показателей и целей оценивания системы. Известны несколько видов свертки. Наиболее часто используются аддитивная и мультипликативная свертка компонентов векторного критерия.

Аддитивная свертка компонентов векторного критерия состоит в представлении обобщенного скалярного критерия в виде суммы взвешенных нормированных частных критериев:

$$K(a) = \sum_{i=1}^I \lambda_i \cdot \hat{a}_{ij}, \quad (12)$$

Такие критерии образуют группу аддитивных критериев. В них свертка основана на использовании принципа справедливой компенсации абсолютных значений нормированных частных критериев. Сформулируем суть этого принципа: справедливым следует считать такой компромисс, при котором суммарный уровень абсолютного снижения значений одного или нескольких показателей не превышает суммарного уровня абсолютного увеличения значений других показателей.

Обобщенная функция цели (10) может быть использована для свертывания частных критериев оптимальности, если:

- частные критерии количественно соизмеримы по важности, т.е. каждому из них можно поставить в соответствие некоторое число  $\lambda_i$ , которое численно характеризует его важность по отношению к другим критериям;

•частные критерии являются однородными (имеют одинаковую размерность).

Главный недостаток аддитивных критериев состоит в том, что они не вытекают из объективной роли частных критериев в определении качества системы и выступают поэтому как формальный математический прием, придающий задаче удобный вид. Кроме того, низкие оценки по одним критериям могут компенсироваться высокими оценками по другим критериям. Это значит, что уменьшение одного из критериев вплоть до нулевого значения может быть покрыто возрастанием другого критерия.

*Мультипликативная свертка компонентов векторного критерия* состоит в представлении обобщенного скалярного критерия в виде произведения:

$$K(a) = \prod_{i=1}^l k_i(a)^{\lambda_i}, \quad (13)$$

Мультипликативный критерий образуется путем простого перемножения частных критериев  $k_i$ , возведенных в степени  $\lambda_i$ . Если все частные критерии имеют одинаковую важность, то  $\lambda_i = 1$ . При разной важности критериев  $\lambda_i \neq 1$ .

В мультипликативных критериях схема компромисса предполагает оперирование не с абсолютными, а с относительными изменениями частных критериев.

**Пример 8.1.** Одной из фирм требуется выбрать оптимальную стратегию по обеспечению нового производства оборудованием. С помощью экспериментальных наблюдений были определены значения частных критериев функционирования соответствующего оборудования ( $a_{ij}$ ), выпускаемого тремя заводами – изготовителями. Рассмотрим данные для выбора оптимальной стратегии в условиях полной определенности:

Варианты оборудования, (стратегии, решения)	Частные критерии эффективности оборудования.			
	Производительность, д. е.	Стоимость оборудования, д. е.	Энергоемкость, у. е.	Надежность, у. е.
Оборудование завода 1, $x_1$	$a_{11} = 5$	$a_{12} = 7$	$a_{13} = 5$	$a_{14} = 6$
Оборудование завода 2, $x_2$	$a_{21} = 3$	$a_{22} = 4$	$a_{23} = 7$	$a_{24} = 3$
Оборудование завода 3, $x_3$	$a_{31} = 4$	$a_{32} = 6$	$a_{33} = 2$	$a_{34} = 4$

1. Определим  $\max$  и  $\min$  каждого локального критерия:

$$a_1^+ = 5, \quad a_2^+ = 7, \quad a_3^+ = 7, \quad a_4^+ = 6$$

2. При решении задачи максимизируется первый и четвертый, а минимизируется второй и третий критерии.

3. Исходя из принципа максимизации эффективности, нормализуем критерии:

$$\hat{a}_{i1} = \frac{a_{i1}}{a_1^+} : \hat{a}_{11} = \frac{a_{11}}{a_1^+} = \frac{5}{5} = 1; \hat{a}_{21} = \frac{a_{21}}{a_1^+} = \frac{3}{5} = 0,6; \hat{a}_{31} = \frac{a_{31}}{a_1^+} = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$\hat{a}_{i4} = \frac{a_{i4}}{a_4^+} : \hat{a}_{14} = \frac{a_{14}}{a_4^+} = \frac{6}{6} = 1; \hat{a}_{24} = \frac{3}{6} = 0,5; \hat{a}_{34} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$\hat{a}_{i2} = 1 - \frac{a_{i2}}{a_2^+} : \hat{a}_{12} = 1 - \frac{7}{7} = 0; \hat{a}_{22} = 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}; \hat{a}_{32} = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7};$$

$$\hat{a}_{i3} = 1 - \frac{a_{i3}}{a_3^+} : \hat{a}_{13} = 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}; \hat{a}_{23} = 1 - \frac{7}{7} = 0; \hat{a}_{33} = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7};$$

4. Определим обобщенную функцию цели по каждому варианту:

$$F_1 = \lambda_1 * \hat{a}_{11} + \lambda_2 * \hat{a}_{12} + \lambda_3 * \hat{a}_{13} + \lambda_4 * \hat{a}_{14} = 0,4 * 1 + 0,2 * 0 + 0,1 * \frac{2}{7} + 0,3 * 1 \approx 0,729$$

$$F_2 = \lambda_1 * \hat{a}_{21} + \lambda_2 * \hat{a}_{22} + \lambda_3 * \hat{a}_{23} + \lambda_4 * \hat{a}_{24} = 0,4 * 0,6 + 0,2 * \frac{3}{7} + 0,1 * 0 + 0,3 * 0,5 \approx 0,476$$

$$F_3 = \lambda_1 * \hat{a}_{31} + \lambda_2 * \hat{a}_{32} + \lambda_3 * \hat{a}_{33} + \lambda_4 * \hat{a}_{34} = 0,4 * 0,8 + 0,2 * \frac{1}{7} + 0,1 * \frac{5}{7} + 0,3 * \frac{2}{3} \approx$$

$$0,603$$

Оптимальным является первый вариант оборудования, т.к.  $F1_{max}$

## 8.5. Оценка систем в условиях неопределенности

Неопределенность является характеристикой внешней среды (природы), в которой принимается управленческое решение о развитии (или функционировании) экономического объекта. Здесь будем рассматривать неопределенность «природы», вызванную отсутствием, недостатком информации о действительных условиях (факторах), при которых развивается объект управления. Внешняя среда («природа») может находиться в одном из множества возможных состояний. Это множество может быть конечным или бесконечным. Будем считать, что множество состояний конечно или можно пронумеровать.

Пусть  $S_i$  – состояние «природы», при этом  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  – число возможных состояний. Все возможные состояния известны, не известно только, какое состояние будет иметь место в условиях, когда планируется реализация принимаемого управленческого решения. Будем считать, что множество управленческих решений (планов)  $R_j$  также конечно и равно  $m$ . Реализация  $R_j$  плана в условиях, когда «природа» находится в  $S_i$  состоянии, приводит к определенному результату, который можно оценить, введя количественную меру. В качестве этой меры могут служить выигрыши от принимаемого решения (плана);

потери от принимаемого решения, а также полезность, риск и другие количественные критерии.

Данные, необходимые для принятия решения в условиях неопределенности, обычно задаются в форме матрицы, строки которой соответствуют возможным действиям (управленческим решениям)  $R_j$ , а столбцы – возможным состояниям «природы»  $S_i$ .

Допустим, каждому  $R_j$ -му действию и каждому возможному  $S_i$ -му состоянию «природы» соответствует результат (исход), определяющий результат (выигрыш, полезность) при выборе  $j$  – го действия и реализация  $i$  – го состояния -  $V_{ji}$ .

	$S_1$	$S_2$	...	$S_i$	...	$S_n$
$R_1$	$V_{11}$	$V_{12}$	...	$V_{1i}$	...	$V_{1n}$
$R_2$	$V_{21}$	$V_{22}$	...	$V_{2i}$	...	$V_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$R_j$	$V_{j1}$	$V_{j2}$	...	$V_{ji}$	...	$V_{jn}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$R_m$	$V_{m1}$	$V_{m2}$	...	$V_{mi}$	...	$V_{mn}$

Следовательно, математическая модель задачи принятия решения определяется множеством состояний  $\{S_i\}$ , множеством планов (стратегий)  $\{R_j\}$  и матрицей возможных результатов  $\|V_{ji}\|$ . В качестве результатов в отдельных задачах рассматривается матрица рисков  $\|r_{ji}\|$ .

Риск - мера несоответствия между разными возможными результатами принятия определенных стратегий (действий).

Элементы матрицы рисков  $\|r_{ji}\|$  связаны с элементами матрицы полезностей (выигрышей) следующим соотношением:

$$r_{ji} = V_i - V_{ji}, \quad (1)$$

где  $V_i = \max V_{ji}$  – максимальный элемент в столбце  $i$  матрицы полезностей.

Если матрица возможных результатов  $\|V_{ji}\|$  представляет собой матрицу потерь (затрат), то элементы матрицы рисков следует определять по формуле

$$r_{ji} = V_{ji} - V_i, \quad (2)$$

где  $V_i = \min V_{ji}$  – минимальный элемент в столбце  $i$  матрицы потерь (результатов).

Таким образом, риск - это разность между результатом, который можно получить, если знать действительное состояние «природы», и результатом, который будет получен при  $j$ -й стратегии.

Матрица рисков дает более наглядную картину неопределенной ситуации, чем матрица выигрышей (полезностей).

Непосредственный анализ матриц выигрышей  $\|V_{ji}\|$  или рисков  $\|r_{ji}\|$  не позволяет в общем случае принять решение по выбору оптимальной стратегии (плана), за исключением тривиального случая, когда выигрыши при одной стратегии выше, чем при любой другой для каждого состояния «природы» (элементы матрицы выигрышей в некоторой строке больше, чем в любой из других). Другими словами, имеется в наличии «доминирующая» стратегия.

### 8.6. Критерии для принятия решений в условиях неопределенности

Для принятия решения в условиях неопределенности используется ряд критериев. Рассмотрим некоторые из них. Это критерий Лапласа, критерий Вальда, критерий Сэвиджа, критерий Гурвица.

#### 1. Критерий Лапласа.

Этот критерий опирается на «принцип недостаточного основания» Лапласа, согласно которому все состояния «природы»  $S_i, i = \overline{1, n}$  полагаются равновероятными. В соответствии с этим принципом каждому состоянию  $S_i$  – ставится вероятность  $q_i$ , определяемая по формуле

$$q_i = \frac{1}{n}, \quad (3)$$

При этом исходной может рассматриваться задача принятия решения в условиях риска, когда выбирается действие  $R_j$ , дающее наибольший ожидаемый выигрыш. Для принятия решения для каждого действия  $R_j$  вычисляют среднее арифметическое значение выигрыша:

$$K(R_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ji} \quad (4)$$

Среди  $K(R_j)$  выбирают максимальное значение, которое будет соответствовать оптимальной стратегии  $R_j$ . Другими словами, находится действие  $R_j$ , соответствующее

$$K_{opt} = \max \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ji} \right\}, \quad (5)$$

Если в исходной задаче матрица возможных результатов представлена матрицей рисков  $\|r_{ji}\|$ , то критерий Лапласа принимает следующий вид:

$$K_{opt} = \min \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{ji} \right\}, \quad (6)$$

**Пример 8.2.** Одно из транспортных предприятий должно определить уровень своих провозных возможностей так, чтобы удовлетворить спрос клиентов на транспортные услуги на планируемый период. Спрос на транспортные услуги не известен, но ожидается (прогнозируется), что он может принять одно из четырех значений: 10, 15, 20 или 25 тыс. т. Для каждого уровня спроса существует наилучший уровень провозных возможностей транспортного предприятия (с точки зрения возможных затрат). Отклонения от этих уровней приводят к дополнительным затратам либо из-за превышения провозных возможностей над спросом (из-за простоя подвижного состава), либо из-за неполного удовлетворения спроса на транспортные услуги. Ниже приводится таблица, определяющая возможные прогнозируемые затраты на развитие провозных возможностей:

Варианты провозных возможностей транспортного предприятия	Варианты спроса на транспортные услуги			
	1	2	3	4
1	6	12	20	24
2	9	7	9	28
3	23	18	15	19
4	27	24	21	15

Необходимо выбрать оптимальную стратегию.

### Решение

Согласно условию задачи, имеются четыре варианта спроса на транспортные услуги, что равнозначно наличию четырех состояний «природы»:  $s_1, s_2, s_3, s_4$ . Известны также четыре стратегии развития провозных возможностей транспортного предприятия:  $R_1, R_2, R_3, R_4$ . Затраты на развитие провозных возможностей при каждой паре  $S_i$  и  $R_i$  заданы следующей матрицей (таблицей):

$$\begin{array}{ccccc}
 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\
 R_1 & 6 & 12 & 20 & 24 \\
 V = R_2 & 9 & 7 & 9 & 28 \\
 R_3 & 23 & 18 & 15 & 19 \\
 R_4 & 27 & 24 & 21 & 15.
 \end{array}$$

Принцип Лапласа предполагают, что  $S_1, S_2, S_3, S_4$  равновероятны. следовательно,  $P\{S = S_i\} = \frac{1}{n} = \frac{1}{4} = 0,25, i = 1, 2, 3, 4$  и ожидаемые затраты при различных действиях  $R_1, R_2, R_3, R_4$  составляют:

$$\begin{aligned}
 W\{R_1\} &= 0,25 \cdot (6 + 12 + 20 + 24) = 15,5; \\
 W\{R_2\} &= 0,25 \cdot (9 + 7 + 9 + 28) = 13,25; \\
 W\{R_3\} &= 0,25 \cdot (23 + 18 + 15 + 19) = 18,75; \\
 W\{R_4\} &= 0,25 \cdot (27 + 24 + 21 + 15) = 21,75.
 \end{aligned}$$



Таким образом, наилучшей стратегией развития провозных возможностей в соответствии с критерием Лапласа будет  $R_2$ .

2. *Критерий Вальда* (минимаксный или максиминный критерий). Применение данного критерия не требует знания вероятностей состояний  $S_i$ . Этот критерий опирается на принцип наибольшей осторожности, поскольку он основывается на выборе наилучшей из наихудших стратегий  $R_j$ .

Если в исходной матрице (по условию задачи) результат  $V_{ji}$  представляет потери лица, принимающего решение, то при выборе оптимальной стратегии используется *минимаксный критерий*. Для определения оптимальной стратегии  $R_j$  необходимо в каждой строке матрицы результатов найти наибольший элемент  $\max\{V_{ji}\}$ , а затем выбирается действие  $R_j$  (строка  $j$ ), которому будет соответствовать наименьший элемент из этих наибольших элементов, т. е. действие, определяющее результат, равный

$$K_{onn} = \min \max\{V_{ji}\}, \quad (7)$$

Если исходной матрице по условию задачи результат  $V_{ji}$  представляет выигрыш (полезность) лица, принимающего решение, то при выборе оптимальной стратегии используется *максиминный критерий*.

Для определения оптимальной стратегии  $R_j$  в каждой строке матрицы результатов находят наименьший элемент  $\min\{V_{ji}\}$ , а затем выбирается действие  $R_j$  (строка  $j$ ), которому будут соответствовать наибольшие элементы из этих наименьших элементов, т.е. действие, определяющее результат, равный

$$K_{onn} = \max \min\{V_{ji}\}, \quad (8)$$

Минимаксный критерий Вальда иногда приводит к нелогичным выводам из-за своей чрезмерной «пессимистичности». «Пессимистичность» этого критерия исправляет критерий Сэвиджа.

**Пример 8.3.** Рассмотрим пример 8.2. Так как  $V_{ji}$  в этом примере представляет потери (затраты), применим минимаксный критерий. Необходимые результаты вычисления приведены в следующей таблице:

состояния Стратегия $R_1$	Затраты, д.е. $\mathbb{I}(V_{ji})$				$\mathbb{I}[\max\{V_{ji}\}]$	$\mathbb{I}[W == \min \max\{V_{ji}\}]$
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$		
$R_1$	6	12	20	24	24	-
$R_2$	9	7	9	28	28	-
$R_3$	23	18	15	19	23	23
$R_4$	27	24	21	15	27	-

Таким образом, наилучшей стратегией развития провозных возможностей в соответствии с минимаксным критерием «лучшим из худших» будет третья, т.е.  $R_3$ .

3. Критерий Сэвиджа использует матрицу рисков  $\|r_{ji}\|$ . Элементы данной матрицы можно определить по формулам:

$$r_{ji} = \begin{cases} \max\{V_{ji}\} - V_{ji}, & \text{если } V - \text{выигрыш} \\ V_{ji} - \min\{V_{ji}\}, & \text{если } V - \text{потери.} \end{cases} \quad (9)$$

Это означает, что  $r_{ji}$  есть разность между наилучшим значением в столбце  $i$  и значениями  $V_{ji}$  при том же  $i$ . Отметим, что независимо от того, является ли  $V_{ji}$  доходом (выигрышем) или потерями (затратами),  $r_{ji}$  в обоих случаях определяет величину потерь лица, принимающего решение. Следовательно, можно применять к  $r_{ji}$  только минимаксный критерий. Критерий Сэвиджа рекомендует в условиях неопределенности выбирать ту стратегию  $r_{ji}$ , при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации (когда, риск максимален).

$$K_{onm} = \min \max\{V_{ji}\}, \quad (10)$$

Применение критерия Сэвиджа позволяет любыми путями избежать большого риска при выборе стратегии, а значит, избежать большего проигрыша (потерь).

**Пример 8.4.** Рассмотрим пример 8.2. Заданная матрица определяет потери (затраты). По формуле (9.13) вычислим элементы матрицы рисков  $\|r_{ji}\|$ :

$$\|r_{ji}\| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{array} \\ \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{array} \end{array} = \begin{array}{cccc} 0 & 5 & 11 & 9 \\ 3 & 0 & 0 & 13 \\ 17 & 11 & 6 & 4 \\ 21 & 17 & 12 & 0 \end{array}$$

Полученные результаты вычисления с использованием критерия минимального риска Сэвиджа оформим в следующей таблице:

состояния Стратегия $R_1$	Затраты, д.е. $\{(V)_{ji}\}$				$\{\max\{V\}_{ji}\}$	$\{W == \min \max\{V\}_{ji}\}$
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$		
$R_1$	0	11	11	9	11	11
$R_2$	3	0	0	13	13	-
$R_3$	17	6	6	4	17	-
$R_4$	21	17	12	0	21	-

Ведение величины риска привело к выбору первой стратегии,  $R_1$ , обеспечивающей наименьшие потери (затраты) в самой неблагоприятной ситуации (когда риск максимален).

4. *Критерий Гурвица* основан на следующих двух предположениях: «природа» может находиться в самом невыгодном состоянии с вероятностью  $(1 - \alpha)$  и в самом выгодном состоянии с вероятностью  $\alpha$ , где  $\alpha$  - коэффициент доверия. Если результат  $V_{ji}$  – прибыль, полезность, доход и т. п., то критерий Гурвица записывается так:

$$K_{\text{опт}} = \max[\alpha \max V_{ji} + (1 - \alpha) \min V_{ji}]. \quad (11)$$

Когда  $V_{ji}$  представляет затраты (потери), то выбирают действие, дающее

$$K_{\text{опт}} = \min[\alpha \min V_{ji} + (1 - \alpha) \max V_{ji}]. \quad (12)$$

Если  $\alpha = 0$ , получим пессимистический критерий Вальда.

Если  $\alpha = 1$ , то приходим к решающему правилу вида  $\max \max V_{ji}$  или к так называемой стратегии «здорового оптимиста», т.е. критерий слишком оптимистичный.

Критерий Гурвица устанавливает баланс между случаями крайнего пессимизма и крайнего оптимизма путем взвешивания обоих способов поведения соответствующими весами  $(1 - \alpha)$  и  $\alpha$ , где  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Значение  $\alpha$  от 0 до 1 может определяться в зависимости от склонности лица, принимающего решение, к пессимизму или к оптимизму. При отсутствии ярко выраженной склонности  $\alpha = 0,5$  представляется наиболее разумной.

**Пример 8.5.** Критерии Гурвица используем в примере в примере 8.2. Положим  $\alpha = 0,5$ . Результаты необходимых вычислений приведены ниже:

$W_j$	$\min_i V_{ji}$	$\max_i V_{ji}$	$\alpha \cdot \min_i V_{ji} + (1 - \alpha) \max_i V_{ji}$	$\min_j W_j$
$W_1$	6	24	15	15
$W_2$	7	28	17,5	-
$W_3$	15	23	19	-
$W_4$	15	27	21	-

Оптимальное решение заключается в выборе  $W$ .

Таким образом, в примере предстоит сделать выбор, какое из возможных решений предпочтительнее:

по критерию Лапласа – выбор стратегии  $R_2$ ;

по критерию Вальда – выбор стратегии  $R_3$ ;

по критерию Сэвиджа – выбор стратегии  $R_1$ ;

по критерию Гурвица при  $\alpha = 0,5$  - выбор стратегии  $R_1$  а, если лицо, принимающее решение, - пессимист ( $\alpha = 0$ ), то выбор стратегии  $R_3$ .

Выбор критерия принятия решений в условиях неопределенности является наиболее сложным и ответственным этапом в исследовании операций. При этом не существует каких-либо общих советов или рекомендаций. Выбор критерия должно производить лицо, принимающее решение (ЛПР), с учетом конкретной специфики решаемой задачи и в соответствии со своими целями, а также опираясь на прошлый опыт и собственную интуицию.

В частности, если даже минимальный риск недопустим, то следует применять критерий Вальда. Если, наоборот, определенный риск вполне приемлем и ЛПР намерено вложить в некоторое предприятие столько средств, чтобы потом оно не сожалело, что вложено слишком мало, то выбирают критерий Сэвиджа.

## 8.7. Оценка систем в условиях риска

Операции, выполняемые в условиях риска, называются вероятностными. Однозначность соответствия между системами и исходами в вероятностных операциях нарушается. Это означает, что каждой системе  $a_i$ , ставится в соответствие не один, а множество исходов  $\{y_k\}$  с известными условными вероятностями появления  $p(y_k/a_i)$ . Например, из-за ограниченной надежности сетевого оборудования время передачи сообщения может меняться случайным образом по известному закону. Оценивать операции так, как в детерминированных операциях нельзя. Эффективность систем в вероятностных операциях находится через математическое ожидание функции полезности на множество исходов  $K(a) = M_a[F(y)]$ .

При исходах  $y_k (k = 1, \dots, m)$  с дискретными значениями показателей, каждый из которых появляется с условной вероятностью  $p(y_k/a_i)$  и имеет полезность  $F(y_k)$ , выражение для определения математического ожидания функции полезности примет вид:

$$K(a_i) = \sum_{k=1}^m p(y_k/a_i)F(y_k), \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

Из выражения (13) может быть получена оценка эффективности систем для детерминированных операций, если принять, что исход, соответствующий системе, наступает с вероятностью, равной единице, а вероятности остальных исходов равны нулю. Условия оценки систем в случае, когда показатели исхода вероятностной операции являются дискретными величинами, задаются в виде таблицы (табл. 1):

### Условия оценки систем

$a_i$	$y_k$	$p(y_k/a_i)$	$F(y_k)$	$K(a_i)$
$a_1$	$y_1$	$p(y_1/a_1)$	$F(y_1)$	...
	$y_2$	$p(y_2/a_1)$	$F(y_2)$	
	...	...	...	
	$y_e$	$p(y_e/a_1)$	$F(y_e)$	
$a_2$	$y_1$	$p(y_1/a_2)$	$F(y_1)$	...
	$y_2$	$p(y_2/a_2)$	$F(y_2)$	
	...	...	...	
	$y_e$	$p(y_e/a_2)$	$F(y_e)$	
...	...	...	...	...
$a_m$	$y_1$	$p(y_1/a_m)$	$F(y_1)$	...
	$y_2$	$p(y_2/a_m)$	$F(y_2)$	
	...	...	...	
	$y_e$	$p(y_e/a_m)$	$F(y_e)$	

При исходах с непрерывными значениями показателей математическое ожидание функции полезности определяется как:

$$K(a_i) = \int_{R_D} f(y/a_i) F(y) dy, \quad (2)$$

$f(y/a_i)$ - плотность вероятностей исходов;

$R_D$  - допустимая область векторного пространства исходов;

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид:

$$K(a_i) = \max_{a_i} M_{a_i}[F(y)], \quad (i = \overline{1, m}) \quad (3)$$

В соответствии с этим критерием оптимальной системой в условиях риска считается система с максимальным значением математического ожидания функции полезности на множестве исходов операции.

Оценка систем в условиях вероятностной операции – это оценка «в среднем», поэтому ей присущи все недостатки такого подхода, главный из которых заключается в том, что не исключен случай выбора неоптимальной системы для конкретной реализации операции. Однако если операция будет многократно повторяться, то оптимальная в среднем система приведет к наибольшему успеху.

Сведение задачи оценки систем к вероятностной постановке применимо для операций, имеющих массовый характер, для которых имеется возможность определить объективные показатели исходов, вероятностные характеристики по параметрам обстановки и законы распределения вероятностей на множестве исходов операции.

**Пример 8.6.** Оценка вариантов конфигурации гетерогенной локальной вычислительной сети общего пользования. Исследуемая операция – обмен сооб-

щениями между пользователями, система – варианты размещения сетевого оборудования, показатель исхода операции – число переданных сообщений  $pk$  (дискретная величина).

Числовые данные для оценки приведены в табл. 2.

Таблица 2

$a_i$	$y_k$	$p(y_k / a_i)$	$F(y_k)$	$K(a_i)$
a1	60	0,3	0,8	0,51
	40	0,5	0,5	
	20	0,2	0,1	
a2	60	0,25	0,8	0,515
	40	0,6	0,5	
	20	0,15	0,1	

$$K(a_1) = 0,3 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,51$$

$$K(a_2) = 0,25 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,5 + 0,15 \cdot 0,1 = 0,515$$

$$K_{opt} = \max K(a_i) = K(a_2) = 0,515$$

Расчет показателей и оценка эффективности по критерию превосходства показывает, что в качестве оптимальной системы должен быть признан вариант 2 конфигурации сети.

Кроме оптимизации «в среднем» в вероятностных операциях используются и другие критерии оценки систем:

- максимум вероятности случайного события;
- минимум дисперсии результата;
- минимум среднего квадрата отклонения результата от требуемого;
- минимум среднего риска;
- минимум средних потерь.

### Контрольные вопросы и задачи

1. Перечислите методы количественного оценивания систем?
2. Назовите аксиомы теории полезности?
3. Изобразите функцию полезности на графике?
4. В чем заключается принцип компромиссов Парето?
5. Изобразите принципов компромиссов Парето графически?
6. Дайте определение методов свертывания векторного критерия в скалярный?
7. Назовите критерии оценивания систем в условиях неопределенности?
8. Расскажите об оценке систем в условиях риска?

9. Для пяти проектов технических систем определены относительные единичные показатели технического совершенства конструкции и коэффициенты весомости единичных показателей. Численные значения единичных показателей и коэффициентов весомости приведены в таблице:

Варианты технических систем	Относительные единичные показатели				
	сложности	веса	времени подготовки	автоматизации	мощности
1	1.0	0.888	1.0	1.0	0.72
2	0.72	1.0	0.8	0.78	0.81
3	0.658	0.358	0.765	0.782	0.525
4	0.425	0.97	0.755	0.70	0.98
5	0.467	0.555	0.865	0.705	0.865
Коэффициенты веса	0.157	0.124	0.210	0.195	0.174

Определите оптимальный вариант технической системы методом аддитивной оптимизации.

10. Рассмотрим следующую платежную матрицу (матрицу доходов):

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
R1	15	12	1	-3	18	20
R2	2	15	9	7	1	3
R3	0	6	15	21	-2	5
R4	8	20	12	3	0	4

Вероятности состояний природы ( $S_j$ ) неизвестны. Определите оптимальную стратегию  $R_i$ , используя критерии Лапласа и максимина. Сравните полученные решения.

11. Определите тип электростанции, которую необходимо построить для удовлетворения энергетических потребностей комплекса крупных промышленных предприятий. Множество возможных стратегий в задаче включает следующие параметры:

R1 – сооружается гидроэлектростанция;

R2 – сооружается тепловая электростанция;

R3 – сооружается атомная электростанция.

Экономическая эффективность сооружения электростанции зависит от влияния случайных факторов, образующих множество состояний природы  $S_i (i=1,5)$ .

Результаты расчета экономической эффективности приведены в следующей таблице:

Тип станции	Состояние природы				
	S1	S2	S3	S4	S5
R1	40	70	30	25	45
R2	60	50	45	20	30
R3	50	30	40	35	60

12. Одной из фирм требуется выбрать оптимальную стратегию по техническому обеспечению процесса управления производством. С помощью статистических данных и информации соответствующих заводоизготовителей были определены локальные критерии функционирования необходимого оборудования. Исходные данные представлены в следующей таблице:

Варианты оборудования	Локальные критерии эффективности оборудования			
	Производительность, д.е.	стоимость оборудования, д.е	объем памяти, у.е.	надежность, у.е.
1	140	3	5	3
2	190	6	5	5
3	160	2	6,5	5
4	240	7	6	2
<b>Коэффициенты веса</b>	<b>0,25</b>	<b>0,20</b>	<b>0,32</b>	<b>0,23</b>

13. При выборе стратегии  $R_j (j=1,3)$  каждому возможному состоянию природы  $S_i (i=1,4)$  соответствует один результат (исход)  $V_{ji} (j=1,3; i=1,4)$ . Элементы  $V_{ji}$ , являющиеся мерой потерь при принятии решения, приведены ниже в таблице (д.е.):

Стратегии	Состояние природы			
	S1	S2	S3	S4
<b>R1</b>	8	4	5	2
<b>R2</b>	5	8	3	8
<b>R3</b>	6	2	9	6

Выберите оптимальное решение в соответствии с критериями Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица (при  $\alpha = 0,5$ ).

14. Даны два варианта конфигурации гетерогенной ЛВС общего пользования. Исследуемая операция – обмен сообщениями между пользователями, система – варианты размещения сетевого оборудования, показатель исхода операции – число переданных сообщений  $n_k$  (дискретная величина). Найти оптимальный вариант конфигурации гетерогенной ЛВС общего пользования? Данные для оценки ЛВС представлены в таблице:

$a_i$	$n_k$	$p(n_k/a_i)$	$F(n_k)$	$K(a_i)$
<b>Вариант 1</b>	60	0,3	0,8	?
	40	0,5	0,5	
	20	0,2	0,1	



<b>Вариант 2</b>	60	0,25	0,8	?
	40	0,6	0,5	
	20	0,15	0,1	

15. Одной из фирм требуется выбрать оптимальную стратегию по техническому обеспечению процесса управления производством. С помощью статистических данных и информации соответствующих заводов-изготовителей были определены локальные критерии функционирования необходимого оборудования. Исходные данные представлены в следующей таблице:

Варианты оборудования	Локальные критерии эффективности оборудования			
	производительность, д.е.	стоимость оборудования, д.е.	объем памяти, у.е.	надежность, у.е.
1	100	5	5	8
2	150	6	8	5
3	120	4	6,5	6
4	200	7	6	4
<b>Коэффициенты веса</b>	<b>0,25</b>	<b>0,20</b>	<b>0,32</b>	<b>0,23</b>

16. Фирма рассматривает вопрос о строительстве станции технического обслуживания (СТО) автомобилей. Составлена смета расходов на строительство станции с различным количеством обслуживаемых автомобилей, а также рассчитан ожидаемый доход в зависимости от удовлетворения прогнозируемого спроса на предлагаемые услуги СТО (прогнозируемое количество обслуженных автомобилей в действительности). В зависимости от принятого решения – проектного количества обслуживаемых автомобилей в сутки (проект СТО)  $R_j$  и величины прогнозируемого спроса на услуги СТО – построена нижеследующая таблица ежегодных финансовых результатов (доход, д.е.):

Проекты СТО	Прогнозируемая величина удовлетворяемости спроса					
	0	10	20	30	40	50
20	-120	60	240	250	250	250
30	-160	15	190	380	390	390
40	-210	-30	150	330	500	500
50	-270	-80	100	280	470	680

Определите наилучший проект СТО с использованием критериев (при  $\alpha = 0,5$ ).

## ГЛАВА 9. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## **9.1. Основные понятия моделирования сложных организационно – технических систем**

Разработка и исследование моделей являются одними из основных этапов при проектировании СОТС. На модели проверяются аспекты функционирования СОТС, ее устойчивость по отношению к внешним факторам, эффективность в различных условиях функционирования.

Модель – это объект, который имеет сходство в некоторых отношениях с прототипом и служит средством описания, объяснения и прогнозирования поведения прототипа.

Между оригиналом, объектом моделирования и моделью, как правило, нет тесных, органических связей, причиной или генетической зависимости, однако, подобие, аналогия между ними должны быть обязательно.

Под моделированием понимается процесс исследования реальной системы, включающей построение модели, изучение ее свойств и перенос полученных сведений на моделируемую систему. Т. о., общими функциями моделирования являются описание, объяснение и прогнозирование поведения реальной системы.

Целями моделирования являются поиск оптимальных или близких к оптимальным решений, оценка эффективности решений, определение свойств системы, установление взаимосвязей между характеристиками системы, перенос информации во времени.

Сложные системы характеризуются выполняемыми процессами (функциями), структурой и поведением во времени. Для адекватного моделирования этих аспектов в автоматизированных информационных системах различают функциональные, информационные и поведенческие модели.

Функциональная модель системы описывает совокупность выполняемых системой функций, характеризует морфологию системы (ее построение) состав функциональных подсистем, их взаимосвязи.

Информационная модель отражает отношение между элементами системы в виде структур данных (состав и взаимосвязи).

Поведенческая (событийная) модель – описывает информационные процессы (динамику функционирования), в ней фигурируют такие категории, как состояние системы, событие, переход из одного состояния в другое, условие перехода, последовательность событий. [..]

Важное значение имеет моделирование в системах, где натуральные эксперименты невозможны из-за сложности, уникальности, длительности эксперимента.

Областью применения моделей является обучение, научные исследования, управление.

[Процесс моделирования в общем виде включает такие этапы как создание моделей, программирование, проведение экспериментов с моделями, обработку и интерпретацию результатов моделирования.]

## **9.2. Классификация видов моделирования сложных организационно – технических систем**

Модели функционирования СОТС можно классифицировать с различных точек зрения.

По возможным состояниям различают:

1. детерминистические модели - отображают процессы, в которых предполагается отсутствие случайных воздействий.
2. вероятностные (стохастические) модели, – в которых однозначно можно определить лишь распределение вероятностей для состояний СОТС.

Исходя из способа дальнейшего изучения различают:

1. аналитические
2. имитационные.

Для аналитического моделирования характерно то, что в основном моделируется только функциональный аспект системы. При этом глобальные уравнения системы, описывающие алгоритм её функционирования, записываются в виде некоторых аналитических соотношений (алгебраических, интегро-дифференциальных и т.д.) или логических условий. Аналитическая модель исследуется несколькими методами:

- аналитическим, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости, связывающие искомые характеристики с начальными условиями, параметрами и переменными состояниями системы;

- численным, когда, не умея решать уравнения в общем виде, стремятся получить числовые результаты при конкретных начальных данных (такие модели называют цифровыми);

- качественным, когда, не имея решения в явном виде, можно найти некоторые свойства решения (например, оценить устойчивость решения).

При имитационном моделировании воспроизводится алгоритм функционирования системы во времени – поведение системы, причем имитируются элементарные явления, составляющие процессы, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания, что позволяет по исходным данным получить сведения о состояниях процесса в определенные моменты вре-

мени, дающие возможность оценить характеристики системы. Основным преимуществом имитационного моделирования по сравнению с аналитическим является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия и другие, которые часто создают трудности при аналитических исследованиях. В настоящее время имитационное моделирование – наиболее эффективный метод исследования систем, а часто и единственный практически доступный метод получения информации о поведении системы, особенно на этапе её проектирования.

В имитационном моделировании различают метод статистических испытаний (Монте-Карло) и метод статистического моделирования.

Метод Монте-Карло – численный метод, который применяется для моделирования случайных величин и функций, вероятностные характеристики которых совпадают с решениями аналитических задач.

Состоит в многократном воспроизведении процессов, являющихся реализациями случайных величин и функций, с последующей обработкой информации методами математической статистики.

Если этот прием применяется для машинной имитации в целях исследования характеристик процессов функционирования систем, подверженных случайным воздействиям, то такой метод называется методом статистического моделирования.

Метод статистического моделирования применяется для оценки вариантов структуры системы, эффективности различных алгоритмов управления системой, влияния изменения различных параметров системы.

Сущность имитационных моделей состоит в реализации на ЭВМ специального алгоритма, который воспроизводит формализованный процесс функционирования СОТС. Моделируемый алгоритм позволяет по исходным данным, содержащим сведения о начальном состоянии процесса и его параметрах, получить сведения о состояниях процессов функционирования СОТС, их подсистем и элементов в произвольные моменты времени. Моделирующий алгоритм приближенно воспроизводит сам процесс – оригинал в смысле его функционирования во времени, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс функционирования СОТС, с сохранением их логической структуры и последовательности проектирования во времени. Таким образом, имитационной моделью будем называть логико-математическое описание сложной системы, которое может быть исследовано в ходе проведения экспериментов на ЭВМ, и, следовательно, может считаться виртуальной версией данной СОТС.

В зависимости от степени детализации рассмотренных процессов функционирования СОТС следует различать модели СОТС -микро, -макро и метауровня.

Моделью на микроуровне является, например, система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая процессы в сложных средах с заданными краевыми условиями. (уравнения Ламе для механики, упругих сред и т.д.)

В основе моделирования на макроуровне лежат компонентные уравнения отдельных элементов и топологические уравнения, вид которых определяется связями между элементами.

Предметом моделирования на метауровне являются системы, их составные части и их свойства, процессы, происходящие в них и окружающей среде, которые характеризуют системные особенности объектов, их устойчивость и динамичность как целостных образований. Примерами являются модели массового обслуживания, марковские процессы, имитационные модели.

Математическая модель – это описание протекания процессов, описание состояния системы, изменения состояния системы на языке алгоритмических действий с математическими формулами и логическими переходами.

Основное отличие математических моделей от остальных состоит в их вариативности, т.е. в кодировании одним знаковым описанием огромного количества конкретных вариантов поведения системы.

Так, линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами описывают и движение массы на пружине, и изменение тока в колебательном контуре, и ряд других процессов. В каждом из этих описаний одни и те же уравнения в буквенном виде соответствуют бесконечному числу комбинаций конкретных значений параметров. В математических моделях возможен дедуктивный вывод свойств.

### **Контрольные вопросы**

1. Что понимается под моделированием СОТС?
2. Как классифицируются модели СОТС?
3. Какие модели называют имитационными?
4. Дайте определение метода Монте-Карло?
5. Что понимается математическим под моделированием?

## **ГЛАВА 10. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

## 10.1. Основные понятия марковских процессов

Функция  $X(t)$  называется **случайной**, если ее значение при любом аргументе  $t$  является случайной величиной.

Случайная функция  $X(t)$ , аргументом которой является время, называется **случайным процессом**.

Марковские процессы являются частным видом случайных процессов. Особенностями марковских процессов является то, что для марковских процессов разработан математический аппарат, позволяющий решать многие практические задачи; С помощью марковских процессов можно описать (точно или приближённо) поведение сложных систем.

Случайный процесс, протекающий в какой-либо системе  $S$ , называется марковским (или процессом без последствия), если он обладает следующим свойством: для любого момента времени  $t_0$  вероятность любого состояния системы в будущем (при  $t > t_0$ ) зависит только от ее состояния в настоящем (при  $t = t_0$ ) и не зависит от того, когда и каким образом система  $S$  пришла в это состояние.

Классификация марковских случайных процессов производится в зависимости от непрерывности или дискретности множества значений функции  $X(t)$ , и параметра  $t$ . Различают следующие виды марковских случайных процессов:

1. с дискретными состояниями и дискретным временем (цепь Маркова)
2. с непрерывными состояниями и дискретным временем (Марковские последовательности).
3. с дискретными состояниями и непрерывным временем (непрерывная цепь Маркова)
4. с непрерывным состоянием и непрерывным временем.

В данной работе будут рассматриваться только марковские процессы с дискретными состояниями  $S_1, S_2, \dots, S_n$ . Марковские процессы с дискретными состояниями удобно иллюстрировать с помощью графа состояний (рис.), где кружочками обозначены состояния  $S_1, S_2 \dots$  системы  $S$ , а стрелками – возможные переходы из состояния в состояние. На графе отмечаются только непосредственно переходы, а не переходы через другие состояния. Возможные задержки в прежнем состоянии изображают «петлей», т.е. стрелкой направленной из данного состояния в него же. Число состояний системы может быть как конечным, так и бесконечным (несчетным). Пример графа состояний системы  $S$  представлен на рис.10.1.

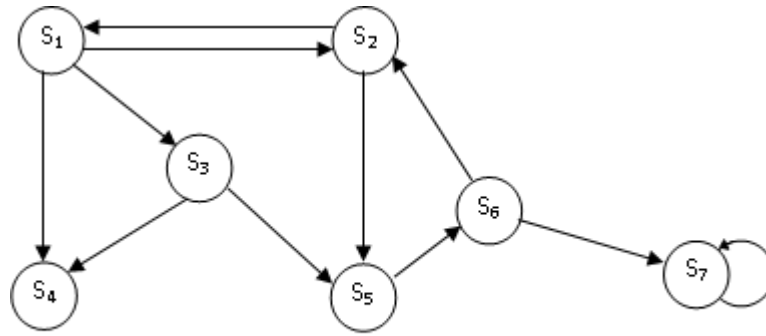


Рис. 9.1. Граф состояний системы S

## 10.2. Цепи Маркова

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и дискретным временем называют марковской цепью. Для такого процесса моменты  $t_1, t_2$ , когда система  $S$  может менять свое состояние, рассматривают как последовательные шаги процесса, а в качестве аргумента, от которого зависит процесс, выступает не время  $t$ , а номер шага  $1, 2, \dots, k, \dots$ . Случайный процесс в этом случае характеризуется последовательностью состояний  $S(0), S(1), S(2), \dots, S(k), \dots$ , где  $S(0)$  – начальное состояние системы (перед первым шагом);  $S(1)$  – состояние системы после первого шага;  $S(k)$  – состояние системы после  $k$ -го шага...

Событие  $\{S(k) = S_i\}$ , состоящие в том, что сразу после  $k$ -го шага система находится в состоянии  $S_i (i = 1, 2, \dots)$ , является случайным событием. Последовательность состояний  $S(0), S(1), \dots, S(k)$ , можно рассматривать как последовательность случайных событий. Такая случайная последовательность событий называется марковской цепью, если для каждого шага вероятность перехода из любого состояний  $S_i$  в любое  $S_j$  не зависит от того, когда и как система пришла в состояние  $S_i$ . Начальное состояние  $S(0)$  может быть заданным заранее или случайным.

Вероятностями состояний цепи Маркова называется вероятности того, что после  $k$ -го шага (и до  $(k+1)$ -го) система  $S$  будет находиться в состоянии  $S_i (i = 1, 2, \dots, n)$ . Очевидно, для любого  $k$

$$\sum_{i=1}^n P_i(k) = 1 \quad (1)$$

Начальным распределением вероятностей марковской цепи называется распределение вероятностей состояний в начале процесса:

$$P_1(0), P_2(0), \dots, P_i(0), \dots, P_n(0). \quad (2)$$

В частном случае, если начальное состояние системы  $S$  в точности известно  $S(0) = S_i$ , то начальная вероятность  $P_i(0) = 1$ , а все остальные равны нулю.

Вероятность перехода (переходной вероятностью) на  $k$ -м шаге из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , называется условная вероятность того, что система  $S$  после  $k$ -го шага окажется в состоянии  $S_j$  при условии, что непосредственно перед этим (после  $k-1$  шага) она находилась в состоянии  $S_i$ .

Поскольку система может пребывать в одном из  $n$  состояний то для каждого момента времени  $t$  необходимо задать  $n^2$  вероятностей перехода  $P_{ij}$ , которые удобно представить в виде следующей матрицы:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \dots & P_{2n} \\ P_{i1} & P_{i2} & P_{i3} \dots & P_{in} \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3} \dots & P_{nn} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $P_{ij}$  - вероятность перехода за один шаг из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$

$P_{ii}$  - вероятность задержки системы в состоянии  $S_i$

Матрица (3) называется переходной или матрицей переходных вероятностей. Если переходные вероятности не зависят от времени, а зависят только от того, из какого состояния в какое осуществляется переход, то цепь Маркова называется однородной. Переходные вероятности однородной марковской цепи  $P_{ij}$  образуют квадратную матрицу размера  $n \times n$ . Матрица переходных вероятностей размерностью  $n^2$  обладает следующими особенностями:

1. Каждая строка характеризует выбранное состояние системы, а ее элементы представляют собой вероятности всех возможных переходов за один шаг из выбранного  $i$ -го состояния, в том числе и переход в самое себя.

2. Элементы столбцов показывают вероятности всех возможных переходов системы за один шаг в заданное  $j$ -е состояние (иначе говоря, строка характеризует вероятность перехода системы из состояния, столбец – в состояние).

3. Сумма вероятностей каждой строки равна единице, т.к. переходы образуют полную группу несовместных событий:

$$\sum P_{ij} = 1, i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

4. По главной диагонали матрицы переходных вероятностей стоят вероятности  $P_{ii}$  того, что система не выйдет из состояния  $S_i$  и останется в нем.

Если для однородной марковской цепи заданы начальное распределение вероятностей (2) и матрицы переходных вероятностей  $|P_{ij}|$  (3), то вероятности состояний системы  $P_i(k)$ , ( $i = \overline{1, n}$ ) определяются по рекуррентной формуле;

$$P_i(k) = \sum P_j(k-1) * P_{ji} \quad (i=\overline{1, n}, j=\overline{1, n}), \quad (5)$$

**Пример 10.1.** Магазин продает две марки автомобилей А и Б. Опыт эксплуатации этих марок автомобилей свидетельствует о том что для них имеет



место различные матрицы переходных вероятностей, соответствующие состояниям «работает хорошо» (состояние 1) и «требует ремонта» (состояние 2):

$$\text{Авто марки А } P_A = \begin{vmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.6 & 0.4 \end{vmatrix} \quad \text{В } P_B = \begin{vmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.7 & 0.3 \end{vmatrix}$$

Элементы матрицы перехода определены (на годовой период эксплуатации автомобиля).

Требуется:

1. Найти вероятности состояний для каждой марки автомобиля после двухлетней эксплуатации, если в начальном состоянии автомобиль «работает хорошо».

2. Определить марку автомобиля, являющуюся более предпочтительной для приобретения в личное пользование.

$$[P_i(k) = \sum_{j=1}^n P_j(1-k), (i = \overline{1, n}, j < \overline{1, n})], P(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad P_1(0) = 1, P_2(0) = 0$$

Используя матрицу переходных вероятностей, определим вероятности состояний  $P_i(k)$  после первого года,  $P_1(1)$  и  $P_2(1)$  и после года,  $P_1(2)$  и  $P_2(2)$ .

Т.о., после двухлетней эксплуатации автомобиль марки А находится в хорошем состоянии с вероятностью 0,87 и в состоянии «требует ремонта» с вероятностью 0,13. Автомобиль марки В находится в хорошем состоянии с вероятностью 0,78 и в состоянии «требует ремонта» с вероятностью 0,22.

Автомобиль марки А является более предпочтительнее марки В, в связи с тем, что вероятность состояния «требует ремонта» меньше.

### 10.3. Непрерывные цепи Маркова

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называется непрерывной цепью Маркова при условии, что переход системы из состояния в состояние происходит не в фиксированные, а в случайные моменты времени.

В экономике часто встречаются ситуации, которые указать заранее невозможно. Для описания поведения сложных экономических систем в отдельных случаях можно использовать математический аппарат непрерывной цепи Маркова.

Пусть система характеризуется  $n$  состояниями  $s_0, s_1, \dots, s_n$ , а переход из состояния в состояние может осуществляться в любой момент времени. Обозначим через  $p_i(t)$  вероятность того, что в момент времени  $t$  система  $s$  будет

находиться в состоянии  $s_i (i = 0, 1, \dots, n)$ . Требуется определить для любого  $t$  вероятности состояний  $p_0(t), p_1(t), \dots, p_n(t)$ .  $\sum_{i=0}^n p_i(t) = 1$

Для процесса с непрерывным временем вместо переходных вероятностей перехода  $\lambda_{ij}$  к длине промежутка  $\Delta t$ :

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(t; \Delta t)}{\Delta t}, \quad (6)$$

где  $p_{ij}(t; \Delta t)$  – вероятность того, что система пребывавшая в момент  $t$  в состоянии  $s_i$  за время  $\Delta t$  перейдет из него в состояние  $s_j$  (при  $i \neq j$ )

Если  $\lambda_{ij} = const$ , то процесс называется однородным, если плотности вероятности зависят от времени  $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(t)$ , то процесс – неоднородный.

При изучении Марковских случайных процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем в графе состояний над стрелками, ведущими из состояния  $s_i$  в  $s_j$  проставляют соответствующие интенсивности  $\lambda_{ij}$ . Такой граф состояний называют размеченным.

Пусть система  $s$  имеет конечное число состояний  $s_0, s_1, \dots, s_n$ . Случайный процесс, протекающий в этой системе, описывается вероятностями состояний  $p_0(t), p_1(t), \dots, p_n(t)$  – вероятность того, что система  $s$  в момент времени  $t$  находится в состоянии  $s_i$ . Вероятности состояний  $p_i(t)$  находят путем решения системы дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова), имеющих следующий вид:

$$\frac{\partial p_i(t)}{\partial t} = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} \cdot p_j(t) - p_i(t) \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}, \quad i = 0, \dots, n, \quad (7)$$

Величина  $\lambda_{ij} \cdot p_j(t)$  называется потоком вероятности перехода из состояния  $s_i$  в  $s_j$ . Уравнение (8) составляют по размеченному графу состояний, пользуясь следующим мнемоническим правилом: Производная вероятности каждого состояния равна сумме всех потоков вероятности, идущих из других состояний в данное состояние, минус сумма всех потоков вероятности, идущих из данного состояния в другие.

Чтобы решить систему дифференцированных уравнений (8) нужно задать начальное распределение вероятностей  $p_0(0), p_1(0), \dots, p_i(0), \dots, p_n(0)$ . Систему дифференцированных уравнений решают с применением численных методов.

#### 10.4. Финальные вероятности состояний

Если процесс, протекающий в системе, длится достаточно для того, то имеет смысл говорить о предельном поведении вероятностей  $P_i(t)$  при  $t \rightarrow \infty$ . В некоторых случаях существуют финальные (предельные) вероятности состояний:

$$P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t),$$

где  $i = 0, 1, \dots, n$ ,

независящие от того, в каком состоянии система  $S$  находилась в начальный момент. Говорят, что в системе  $S$  устанавливается предельный стационарный режим, в ходе которого она переходит из состояния в состояние, но вероятности состояний  $P_i$  уже не меняются. Система, для которой существуют финальные вероятности, называется **эргодической**, а соответствующий случайный процесс – **эргодическим**.

Финальные вероятности состояний (если они существуют) могут быть получены путем решения системы линейных алгебраических уравнений, которые получаются из дифференциальных уравнений Колмогорова, если приравнять производные к нулю, а вероятностные функции состояний  $P_1(t), \dots, P_n(t)$  в правых частях уравнений (2.8) заменить соответственно на неизвестные финальные вероятности  $P_1, \dots, P_n$ .

Таким образом, для систем  $S$  с  $n$  состояниями получается система  $n$  линейных однородных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными  $P_0, P_1, \dots, P_n$  которые можно найти с точностью до произвольного множителя. Для нахождения точного значения  $P_0, P_1, \dots, P_n$  к уравнениям добавляют нормировочное условие  $P_0 + P_1 + \dots + P_n = 1$ , пользуясь которым можно выразить любую из вероятностей  $P_i$  через другие и отбросить одно из уравнений.

**Пример 10.3.** Имеется размеченный граф состояний системы  $S$  (рис. 2.4). Необходимо составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова и записать начальные условия для решения этой системы, если известно, что в начальный момент система находилась в состоянии  $S_1$ .

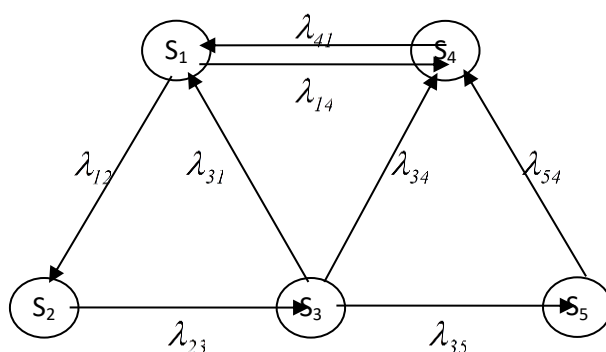


Рис. 10.2. Граф состояний системы

Согласно приведенному мнемоническому правилу, система дифференциальных уравнений Колмогорова имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = \lambda_{31} \cdot P_3 + \lambda_{41} \cdot P_4 - \lambda_{12} \cdot P_1 - \lambda_{14} \cdot P_1 \\ \frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12} \cdot P_1 - \lambda_{23} \cdot P_2 \\ \frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23} \cdot P_2 - (\lambda_{31} \cdot P_3 + \lambda_{34} \cdot P_3 + \lambda_{35} \cdot P_3); \\ \frac{dP_4}{dt} = \lambda_{14} \cdot P_1 + \lambda_{34} \cdot P_3 + \lambda_{54} \cdot P_5 - \lambda_{41} \cdot P_4 \\ \frac{dP_5}{dt} = \lambda_{35} \cdot P_3 - \lambda_{54} \cdot P_5. \end{cases} \quad (8)$$

Начальные условия при  $t = 0$ :

$$P_1 = 1; P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0.$$

Рассмотрим, что произойдет с системой  $S$ , описываемой дифференциальными уравнениями Колмогорова, при  $t \rightarrow \infty$ . Известно, что в случае сообщающихся состояний функции  $P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)$  стремятся к предельным (финальным) вероятностям состояний системы  $S$ . Финальные вероятности не зависят от времени. Поэтому в системе дифференциальных уравнений Колмогорова все левые части уравнений (производные) принимают равными нулю. При этом система дифференциальных уравнений превратится в систему линейных алгебраических уравнений.

Для нашего примера система (10.3) будет иметь вид

$$\begin{cases} 0 = \lambda_{31} \cdot P_3 + \lambda_{41} \cdot P_4 - (\lambda_{12} \cdot P_1 - \lambda_{14} \cdot P_1) \\ 0 = \lambda_{12} \cdot P_1 - \lambda_{23} \cdot P_2 \\ 0 = \lambda_{23} \cdot P_2 - (\lambda_{31} \cdot P_3 + \lambda_{34} \cdot P_3 + \lambda_{35} \cdot P_3) \\ 0 = \lambda_{14} \cdot P_1 + \lambda_{34} \cdot P_3 + \lambda_{54} \cdot P_5 - \lambda_{41} \cdot P_4 \\ 0 = \lambda_{35} \cdot P_3 - \lambda_{54} \cdot P_5. \end{cases} \quad (9)$$

Решая ее, с учетом условия  $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$ , получим все предельные вероятности. Эти вероятности представляют собой не что иное, как среднее относительное время пребывания системы в данном состоянии.

### 9.5. Необходимые и достаточные условия существования финальных вероятностей

Для существования финальных вероятностей одного условия  $\lambda_{ij} = \text{const}$  недостаточно, требуется выполнение еще некоторых условий, проверить которые можно по графу состояний, выделив в нем так называемые существенные и несущественные состояния.

Состояние  $S_i$  называется **существенным**, если нет другого состояния  $S_j$  т.е. такого, что перейдя однажды каким-то способом  $S_i$  в  $S_j$  из система уже не может вернуться в  $S_i$ .

Все состояния, не обладающие таким свойством, называются **несущественными**.

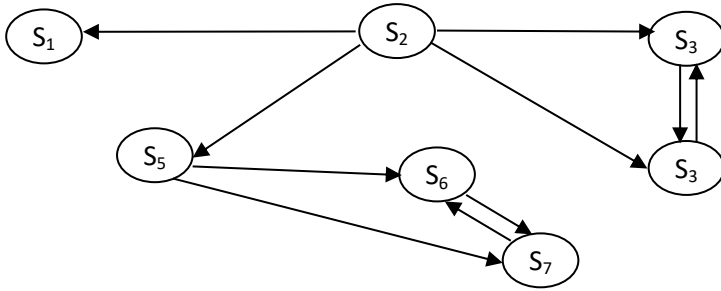


Рис. 10.3. Граф состояний системы S

Рассмотрим *пример*, представленный на рис. 10.3.

Состояние  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_5$  - несущественные, так как из  $S_1$  можно уйти, например, в состоянии  $S_2$  и не вернуться, а из состояния  $S_2$  - в состояние  $S_3$  или  $S_4$  и не вернуться аналогично из состояния  $S_5$  - в состояние  $S_6$  и  $S_7$ . Состояние  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $S_6$ , и  $S_7$  - существенные состояния.

**Теорема.** При конечном числе состояний для существования финальных вероятностей *необходимо и достаточно*, чтобы из каждого существенного состояния можно было (за какое-то число шагов) перейти в каждое другое существенное состояние.

Граф из примера рис. 10.5 этому условию не удовлетворяет, так как из существенного состояния  $S_4$  нельзя перейти в существенное состояние  $S_7$ . Если система  $S$  имеет конечное число состояний  $S_1, S_2, \dots, S_n$  то для существования финальных вероятностей достаточно, чтобы из любого состояния системы можно было (за какое-то число шагов) перейти в любое другое состояние.

Если число состояний  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , бесконечно, то это условие перестает быть достаточным, и существование финальных вероятностей зависит не только от графа состояний, но и интенсивности  $\lambda_{ij}$ .

При исследовании непрерывных марковских цепей, как было уже отмечено, часто бывает удобно представить переход системы из состояния в состояние как воздействие каких-то потоков событий (поток заявок на обслуживание, поток автомобилей, поток документов т.п.). *Различают следующие основные свойства, которыми могут быть обладать случайные потоки событий:*

- стационарность;
- ординарность;
- отсутствие последствия.

**Стационарность.** Свойство стационарности проявляется в том, что вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени  $\tau$  зависит только от длины участка и не зависит от расположения на оси *от*. Другими словами, стационарность означает неизменность вероятностного режима пото-

ка событий во времени. Поток, обладающий свойством стационарности, называют стационарным. Для стационарного потока среднее число событий, воздействующих на систему в течение единицы времени, остается постоянным. Реальные потоки событий в экономике предприятий являются в действительности стационарным лишь на ограниченных участках времени.

**Ординарность.** Свойство ординарности потока присутствует, если вероятность на элементарный участок времени двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с длиной этого участка. Свойство ординарности означает, что за малый промежуток времени практически невозможно появление более одного события. Поток, обладающий свойством ординарности, называют **ординарным**. Реальные потоки событий в различных экономических системах либо являются ординарным, либо могут быть достаточно просто приведены к ординарным.

**Отсутствие последствия.** Данное свойство потока состоит в том, что для любых непересекающихся потоков времени количество событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другие участки времени. Поток, обладающий свойством отсутствия последствия, называют **потоком без последствия**. Поток событий, одновременно обладающий свойством стационарности, ординарности и отсутствия последствия, называется **простейшим потоком событий**.

Под интенсивностью потока понимают

$$\lambda(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{m(t, t+\tau)}{\tau}, \quad (10)$$

где  $m(t, t + \tau)$  - среднее число событий в  $(t, t + \tau)$ .

Для простейшего потока интенсивность  $\lambda = const$ . Если поток событий не имеет последствия, ординарен, но не стационарен, то его называют нестационарным пуассоновским потоком, а его интенсивность зависит от времени, т.е.  $\lambda = \lambda(t)$ .

В пуассоновском потоке событий (стационарном и нестационарном) число событий, попадающих на любой участок, распределено по **закону Пуассона**:

$$P_m = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}, \quad m = 0, 1, \dots, \quad (11)$$

где  $P_m$  – вероятность попадания на участок  $m$  событий (приложение 7);

$a$  – среднее число событий, приходящееся на участок.

Для простейшего потока  $a = \lambda \cdot \tau$ , а для нестационарного пуассоновского потока

$$a = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \lambda(t) dt, \quad (12)$$

где  $\tau$  - длина участка времени;

$t_0$  - начало участка  $\tau$ .

Отметим еще одно важное свойство простейшего потока событий. Промежуток времени  $t$  между соседними событиями распределен по показательному закону, а его среднее значение  $\bar{T}$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  равны, т.е.

$$\bar{T} = \sigma = \frac{1}{\lambda}, \quad (13)$$

где  $\lambda$  – интенсивность потока.

Для нестационарного пуассоновского потока закон распределения промежутка  $t$  между не является показательным, так как зависит от положения на оси  $0t$  и вида зависимости  $\lambda(t)$  его можно приближенно считать показательным с интенсивностью  $\lambda$ , равной среднему значению  $\lambda(t)$ .

Таким образом, для исследуемой системы  $S$  с дискретными состояниями и непрерывными временем переходы из состояния в состояние происходит под действием пуассоновских потоков событий с определенной интенсивностью  $\lambda_{ij}$ .

Рассмотрим еще одну типичную схему непрерывных марковских цепей – так называемую схему и размножения, часто встречающихся в разнообразных практических задачах.

Марковский процесс с дискретными состояниями  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$  называется процессом **гибели и размножения**, если все состояния можно вытянуть в одну цепочку, в которой каждое из средних состояний ( $S_1, S_2, \dots, S_{n-1}$ ) может переходить только в соседние состояния, которые, в свою очередь, переходят обратно, а крайние состояния ( $S_0$  и  $S_n$ ) переходят только в соседние состояния (рис. 10.4).

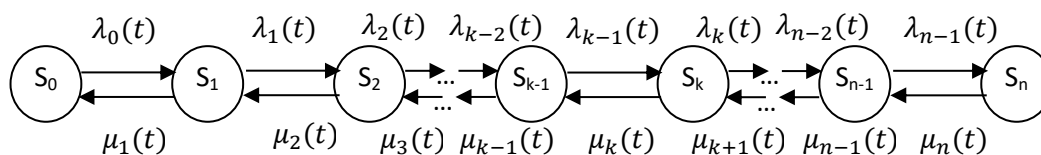


Рис. 10.4. Граф состояний для процесса гибели и размноже-

Название взято из биологических задач, где состояние популяции  $S_k$  означает наличие в ней  $k$  единиц особей.

Переход вправо связан с размножением единиц, а влево с их гибелью.

$\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_{n-1}(t)$  – интенсивности размножения,

$\mu_0(t), \mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_n(t)$  – интенсивности гибели

У  $\lambda$  и  $\mu$  индекс того состояния, из которого стрелка выходит.

С состоянием  $S_k$  связана неслучайная величина  $X_k$ : если система  $S$  в момент времени  $t$  находится в состоянии  $S_k$ , то дискретная случайная величина  $X(t)$ , связанная с функционированием системы, принимает значение  $k$ . Таким

образом, получаем случайный процесс  $X(t)$ , который в случайные, заранее неизвестные моменты времени скачком изменяет свое состояние.

Марковским процессом гибели и размножения с непрерывным временем называется такой процесс, который может принимать только целые неотрицательные значения. Изменения этого процесса могут происходить в любой момент времени, т.е. в любой момент времени он может либо увеличиться на единицу, либо уменьшиться на единицу, либо остаться неизменным.

В практике встречаются процессы чистого размножения и чистой гибели. Процессом чистого размножения называется такой процесс гибели и размножения, у которого интенсивности всех потоков гибели равны нулю; аналогично процессом чистой «гибели» называется такой процесс гибели и размножения, у которого интенсивности потоков размножения равны нулю.

**Пример 10.4.** Рассмотрим эксплуатацию моделей автомобилей одной марки в крупной транспортной фирме (на предприятии). Интенсивность поступления автомобилей на предприятие равна  $\lambda(t)$ . Каждый поступивший на предприятие автомобиль списывается через случайное время  $T_C$ . Срок службы автомобиля  $T_C$  распределен по показательному закону с параметром  $\mu$ . Процесс эксплуатации автомобилей является случайным процессом.  $A(t)$  - данной марки, находящихся в эксплуатации в момент  $t$ . Найдем одномерный закон распределения случайного процесса  $P_i(t) = P\{A(t) = i\}$ , если: 1) нет ограничений на число эксплуатируемых машин, 2) на предприятии может эксплуатироваться не более автомобилей.

### Решение

1. Случайный процесс эксплуатации автомобилей есть процесс гибели и размножения, размеченный граф которого представлен на рис. 10.5.

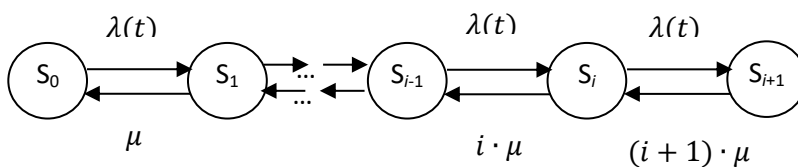


Рис. 10.5. Граф состояний

Система Колмогорова, соответствующая этому графу, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= \mu \cdot P_1(t) - \lambda(t) \cdot P_0(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_i(t)}{dt} &= \lambda(t) \cdot P_{i-1}(t) + (i + 1) \cdot \mu \cdot P_{i+1}(t) - (\lambda(t) + i \cdot \mu) \cdot P_i(t), \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{14}$$



где  $i=1,2, \dots$

Если начальный момент времени  $t = 0$  на предприятии не было ни одного автомобиля, то решать эту систему уравнений нужно при начальных условиях  $P_0(0) = 1, P_i(0) = 0 (i = 1,2, \dots)$ . Если при  $t = 0$  на предприятии было  $k$  автомобилей ( $k = 1,2, \dots$ ), то начальные условия будут иметь вид

$$P_k(0) = 1, P_i(0) = 0 (i = 1,2, \dots, i \neq k).$$

2. Если на предприятии может эксплуатироваться не более  $n$  автомобилей моделей одной марки, то имеет место процесс гибели и размножения с ограниченным числом состояний  $n$ , размеченный граф которого представлен на рис. 9.6.

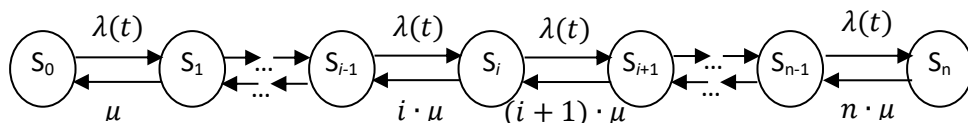


Рис. 10.6. Граф состояний

Система уравнений Колмогорова для размеченного графа (рис. 10.6) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= \mu \cdot P_1(t) - \lambda(t) \cdot P_0(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_i(t)}{dt} &= \lambda(t) \cdot P_{i-1}(t) + (i+1) \cdot \mu \cdot P_{i+1}(t) - (\lambda(t) + i \cdot \mu) \cdot P_i(t), \quad i = \overline{1, n-1} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_n(t)}{dt} &= \lambda(t) \cdot P_{n-1}(t) - n \cdot \mu \cdot P_n(t), \end{aligned} \tag{15}$$

Эту систему надо решать при начальных условиях, рассмотренных выше. Решения систем уравнений (15) и (16) являются одномерными законами распределения  $P_i(t)$ . Отыскание решений систем (15) и (16) в общем виде при произвольном виде функции  $\lambda(t)$  представляет значительные трудности и не имеет практических приложений.

При постоянных интенсивностях потоков гибели и размножения и конечном числе состояний будет существовать стационарный режим. Система  $S$  с конечным числом состояний  $(n + 1)$ , в которой протекает процесс гибели и размножения с постоянными интенсивностями потоков гибели и размножения, является простейшей эргодической системой. Размеченный граф состояний для такой системы представлен на рис. 10.7.

Предельные (финальные) вероятности состояний доля простейшего эргодического процесса гибели и размножения, находящегося в стационарном режиме, определяются по следующим формулам:

$$P_k = \frac{\lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_{k-1}}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \dots \cdot \mu_k} \cdot P_0, \quad k = 1,2, \dots, n; \tag{16}$$

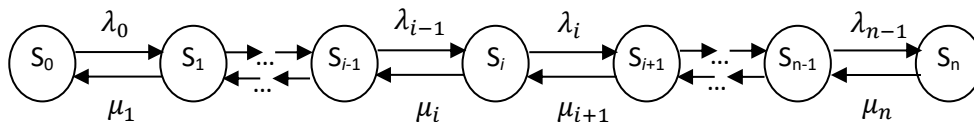


Рис. 10.7. Граф состояний

$$P_0 = \left\{ 1 + \frac{\lambda_0}{\mu_1} + \frac{\lambda_0 \cdot \lambda_1}{\mu_1 \cdot \mu_2} + \dots + \frac{\lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1}}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \dots \cdot \mu_n} \right\}^{-1}.$$

**Правило.** Вероятность  $k$ -го состояния в схеме гибели и размножения равна дроби, в числителе которой стоит произведение всех интенсивностей размножения, стоящих левее  $S_k$ , а в знаменателе - произведение всех интенсивностей гибели, стоящих левее  $S_k$ , умноженной на вероятность крайнего левого состояния системы  $P_0$ .

В примере 10.4 для стационарного режима если интенсивность поступления автомобилей постоянная ( $\lambda(t) = \lambda = const$ ), то финальные вероятности состояний при условии, что нет ограничений на число автомобилей на предприятии, равны

$$P_0 = e^{-\frac{\lambda}{\mu}}, \quad (17)$$

$$P_k = \left[ \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{k!} \right] \cdot e^{-\frac{\lambda}{\mu}}. \quad (18)$$

При этом математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей равно его дисперсии:

$$M[A(t)] = D[A(t)] = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (19)$$

Если существует ограничение по числу автомобилей на предприятии (не более  $n$ ), то финальные вероятности равны

$$P_0 = \frac{e^{-a}}{\sum_{k=0}^n \frac{a^k \cdot e^{-a/k!}}{k!}}, \quad (20)$$

$$P_k = P_0 \cdot \frac{a^k}{k!}, \quad (21)$$

где  $k=0, 1, 2, \dots, n$ .

Математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме

$$M[A(t)] = \sum_{k=0}^n k \cdot P_k. \quad (22)$$

**Пример 10.3.** В состав ЭВМ входят четыре накопителя на магнитных дисках (НМД). Бригада в составе четырех человека обслуживающего персонала проводит профилактический ремонт каждого диска. Суммарный поток моментов окончания ремонта для всей бригады – пуассоновский с интенсивностью

$\lambda(t)$ . После окончания ремонта диск проверяется; с вероятностью  $P$  он оказывается работоспособным (время проверки мало, и им можно пренебречь по сравнению со временем профилактики). Если диск оказался неработоспособным, то вновь проводится его профилактика (время на которую не зависит от того, проводилась ли она ранее) и т.д. в начальный момент все НДМ нуждаются в профилактическом ремонте. Требуется:

1. Построить граф состояния для системы  $S$  (четыре НДМ).
2. Написать дифференциальное уравнение для вероятностей состояний.
3. Найти математическое ожидание числа дисков  $M_\tau$ , успешно прошедших профилактику к моменту  $\tau$ .

*Решение.*

1. Граф состояний показан на рис. 2.10, в котором  $S_0$  - все четыре НДМ нуждаются в профилактическом ремонте;  $S_1$  - один НДМ успешно прошел профилактику, а три НДМ нуждаются в профилактическом ремонте;  $S_2$  - два НДМ успешно прошли профилактику, а два нуждаются в профилактическом ремонте;  $S_3$  - три НДМ успешно прошли профилактику, один нуждается в профилактическом ремонте;  $S_4$  - все четыре НДМ успешно прошли профилактику.

Каждый профилактический ремонт успешно заканчивается с вероятностью  $p$ , что равносильно  $p$ -преобразованию потока окончаний ремонтов, после которого он остается пуассоновским, но с интенсивностью  $p\lambda(t)$ . В этом примере мы имеем дело с процессом чистого размножения с ограниченным числом состояний.

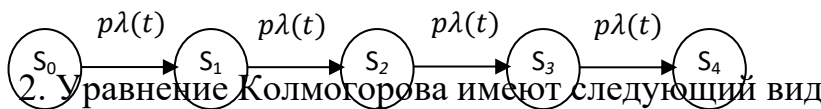


Рис. 10.7. Граф состояний системы

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_0(t)}{dt} &= -p \cdot \lambda(t) \cdot P_0(t); \\
 \frac{dP_1(t)}{dt} &= p \cdot \lambda(t) \cdot (P_0(t) - P_1(t)); \\
 \frac{dP_2(t)}{dt} &= p \cdot \lambda(t) \cdot (P_1(t) - P_2(t)); \\
 \frac{dP_3(t)}{dt} &= p \cdot \lambda(t) \cdot (P_2(t) - P_3(t)); \\
 \frac{dP_4(t)}{dt} &= p \cdot \lambda(t) \cdot P_3(t).
 \end{aligned} \tag{23}$$

Начальные условия  $P_0(0) = 1; P_1(0) = \dots = P_4(0) = 0$ . При постоянной интенсивности  $\lambda(t) = \lambda$  и вероятности состояний определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 P_0(t) &= e^{-\lambda p t}; & P_1(t) &= \lambda \cdot p \cdot t \cdot e^{-\lambda p t}; \\
 P_2(t) &= \frac{(\lambda \cdot p \cdot t)^2}{2!} \cdot e^{-\lambda p t}; & P_3(t) &= \frac{(\lambda \cdot p \cdot t)^3}{3!} \cdot e^{-\lambda p t}; \\
 P_4(t) &= 1 - \sum_{i=0}^3 P_i(t).
 \end{aligned} \tag{24}$$

3. Математическое ожидание числа дисков, успешно прошедших профилактику к моменту  $\tau$ , равно

$$M_\tau = \sum_{i=0}^{n-1} i \cdot P_i(t) + n \cdot P_n(t), \quad (25)$$

где  $n=4$ .

**Пример 10.4.** Рассмотрим производство автомобилей на заводе. Поток производимых автомобилей – нестационарный пуассоновский с интенсивностью  $\lambda(t)$ . Найдем одномерный закон распределения случайного процесса  $X(t)$  – число выпущенных автомобилей к моменту времени  $t$ , если в момент  $t = 0$  начат выпуск автомобилей.

*Решение.*

Очевидно, что здесь процесс чистого размножения без ограничения на число состояний, при этом  $\lambda_i(t) = \lambda(t)$ , так интенсивность выпуска автомобилей не зависит от того, сколько их уже выпущено. Граф состояний такого процесса показан на рис. 9.8.

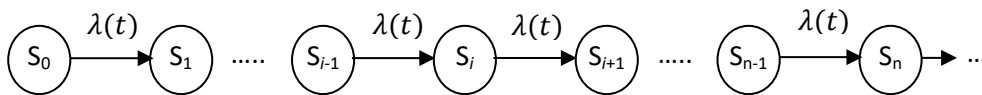


Рис. 10.8. Граф состояний

Одномерный закон распределения случайного процесса  $X(t)$  для графа, изображенного на рис.10.8, определяется следующей системой уравнений Колмогорова

$$\begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda(t) \cdot P_0(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_i(t)}{dt} &= -\lambda(t) \cdot P_i(t) + \lambda(t) \cdot P_{i-1}(t), \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Так как число выпущенных автомобилей  $X(t)$  на любой фиксированный момент  $t$  распределено по закону Пуассона с параметром

$$a(t) = \int_0^t \lambda(t) dt,$$

то  $P\{X(t) = i\} = P_i(t) = \frac{[a(t)]^i}{i!} \cdot e^{-a(t)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$

$$M[X(t)] = D[X(t)] = a(t).$$

Рассмотренный в этом примере процесс  $X(t)$  называется **неоднородным процессом Пуассона**. Если интенсивность  $\lambda(t) = \lambda = const$ , то получим **однородный процесс Пуассона**. Для такого процесса при  $P_0(0) = 1, P_i(0) = 0 (i > 0)$ .

Характеристиками процесса Пуассона будут

$$M[X(t)] = D[X(t)] = \lambda \cdot t.$$

## Контрольные вопросы и задачи

1. Какой случайный процесс называется марковским?
2. Как классифицируются макровские случайные процессы?
3. Назовите свойства матрицы переходных вероятностей?
4. Как рассчитать вероятности состояний системы?
5. Дайте определение непрерывной цепи Маркова?
6. Расскажите о финальных вероятностях системы?
7. Назовите необходимые и достаточные условия существования финальных вероятностей?
8. Какими свойствами обладает случайные потоки событий?
9. Какой поток событий называют простейшим?
10. Какой марковский процесс называют процессом гибели и размножения?
11. Запишите систему уравнений Колмогорова по размеченному графу состояний системы на основе мнемонического правила?

12. В моменты времени  $t_1, t_2, t_3$  производится осмотр ЭВМ. Возможны следующие состояния ЭВМ:  $S_0$  - полностью исправна;  $S_1$  - незначительные неисправности, которые позволяют эксплуатировать ЭВМ;  $S_2$  - существенные неисправности, дающие возможность решать ограниченное число задач;  $S_3$  - ЭВМ полностью вышла из строя.

Матрицы переходных вероятностей имеет вид

$$\|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Постройте граф состояний. Найдите вероятности состояний ЭВМ после одного, двух, трех осмотров, если в начале (при  $t = 0$ ) ЭВМ была полностью исправна.

13. Магазин продает две марки автомобилей  $A$  и  $B$ . Опыт эксплуатации этих марок автомобилей свидетельствует о том, что для них имеют место различные матрицы переходных вероятностей, соответствующие состояниям «работает хорошо» (состояние 1) и «требуется ремонта» (состояние 2):

$$\text{автомобиль марки } A \quad P_A = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,6 & 0,4 \end{vmatrix},$$

$$\text{автомобиль марки } B \quad P_B = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,7 & 0,3 \end{vmatrix}.$$

Элементы матрицы перехода определены на годовой период эксплуатации автомобиля.

Требуется:

Найти вероятности состояний для каждой марки автомобиля после двухлетней эксплуатации, если в начальном состоянии автомобиль «работает хорошо».

Определить марку автомобиля, являющуюся более предпочтительной для приобретения в личное пользование.

14. Система  $S$ -автомобиль может находиться в одном из пяти возможных состояний:

«исправлен, работает»;

«неисправен, ожидает осмотра»;

«осматривается»;

«ремонтируется»;

«списывается».

Постройте граф состояний системы.

15. Рассматривается процесс накопления терминов в динамическом словаре (тезаурусе) при функционировании автоматизированного банка данных (АБД). Сущность процесса в том, что термины заносятся в словарь по мере появления в той информации, которая вводится в АБД. Например, в АБД автоматизированной системы управления производством (АСУП) могут в качестве терминов заносятся наименования организаций, с которыми данное предприятие поддерживает производственные отношения. Динамический словарь наименований таких организаций будет накапливаться в АБД АСУП по мере появления этих наименований в единицах информации, вводимых в АБД.

В каждой единице информации, поступающей в АБД, в среднем встречается  $x$  терминов словаря, а интенсивность поступления единиц потока информации в АБД равна  $\tilde{\lambda}(t)$ . Следовательно, интенсивность потока терминов словаря информации, поступающей в АБД, будет  $\lambda(t) = x \cdot \tilde{\lambda}(t)$ . Предполагается, что поток терминов словаря является пуассоновским. Число терминов словаря  $n$  является конечным и неслучайным, хотя, возможно, и неизвестным нам заранее. Все термины словаря могут находиться в единице информации с одинаковой вероятностью. В словарь заносятся, естественно, лишь те термины, которые до сих пор еще не встречались в единицах информации.

Требуется найти математическое ожидание и дисперсию числа терминов, накопленных в динамическом словаре.

16. Водитель такси обнаружил, что если он находится в городе  $A$ , то в среднем в 8 случаях из 10 он везет следующего пассажира в город  $B$ , в остальных случаях будет поездка по городу  $A$ . если же он находится в городе  $B$ , то в

среднем в 4 случаях из 10 он везет следующего пассажира в город  $A$ , в остальных же случаях будет поездка по городу  $B$ .

Требуется:

1. Перечислить возможные состояния процесса и построить граф состояний.

2. Записать матрицу переходных вероятностей.

3. Найти вероятности состояний после двух шагов процесса, если:

а. в начальном состоянии водитель находится в городе  $A$ ;

б. в начальном состоянии водитель находится в городе  $B$ .

4. Найти вероятности состояний в установившемся режиме.

**17.** Система  $S$  представляет собой техническое устройство, состоящее из  $m$  узлов и время от времени (в моменты  $t_1, t_2, \dots, t_k$ ) подвергающее профилактическому осмотру и ремонту. После каждого шага (момента осмотра и ремонта) система может оказаться в одном из следующих состояний:  $S_0$  - все узлы исправны (ни один не заменялся новым);  $S_1$  - один узел заменен новым, остальные исправны;  $S_2$  - два узла заменены новыми, остальные исправны;  $S_i$  -  $i$  узлов ( $i < m$ ) заменены новыми, остальные исправны;  $S_m$  - все  $m$  узлов заменены новыми. Суммарный поток моментов окончания осмотров для всех узлов - пуассоновский и интенсивностью  $\lambda = 4$ . Вероятность того, что в момент профилактики узел придется заменить новым, равна  $P = 4$ .

Рассматривая процесс профилактического осмотра и ремонта (замены) как марковский процесс размножения, вычислите вероятности состояний системы ( $S$ ) в стационарном режиме (для  $m = 3$ ), если в начальный момент времени все узлы исправны.

**18.** Техническое устройство имеет два возможных состояния:  $S_1$  - «исправно, работает»;  $S_2$  - «неисправно, ремонтируется». Матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$\|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,8 & 0,2 \end{vmatrix}.$$

Постройте граф состояний. Найдите вероятности состояний после третьего шага и в установившемся режиме, если в начальном состоянии техническое устройство исправно.

**19.** Система  $S$  состоит из двух узлов - I и II, каждый из которых может в ходе работы отказаться (выйти из строя). Перечислите возможные состояния системы и постройте граф состояний для двух случаев:

а. ремонт узлов в процессе работы системы не производится (чистый процесс «гибели» системы);

б. отказавший узел немедленно начинает восстанавливаться.

20. Размеченный граф состояний системы  $S$  имеет вид, показанный на рис. 10.9.

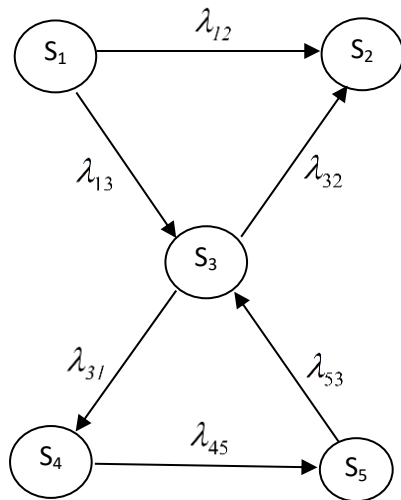


Рис. 10.9. Граф состояний

Запишите систему дифференциальных уравнений Колмогорова и начальные условия для решения системы, если известно, что в начальный момент система находилась в состоянии  $S_1$ .

21. Экономическая система  $S$  имеет возможные состояния:  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Размеченный граф состояний системы с указанием численных значений интенсивностей перехода показан на рис. 10.10.

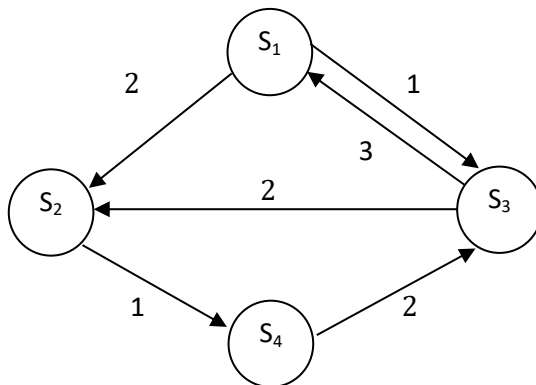
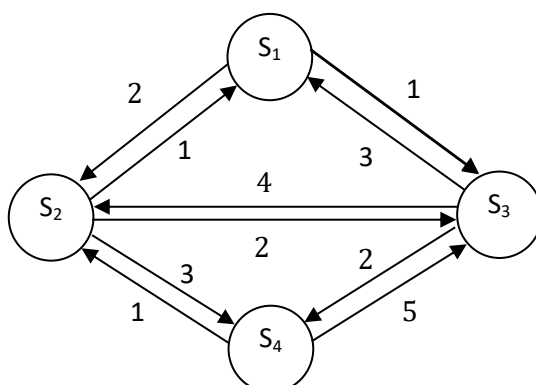


Рис. 10.10. Граф состояний системы

Вычислите вероятности состояний в стационарном режиме.

22.  
НОМИ-  
ленных  
систе-



Размеченный граф состояний эко-  
ческой системы с указанием чис-  
значений интенсивностей перехода  
мы показан на рис. 10.11.

Рис. 10.11. Граф состояний системы



Напишите алгебраические уравнения для вероятностей состояний в установившемся режиме. Определите финальные вероятности состояний системы.

23. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме для процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рис. 10.12.

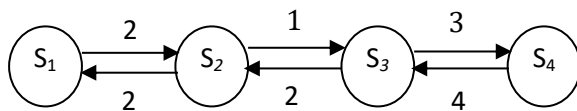


Рис. 10.12. Граф состояний системы

24. Граф состояний системы имеет вид, приведенный на рис. 10.13.

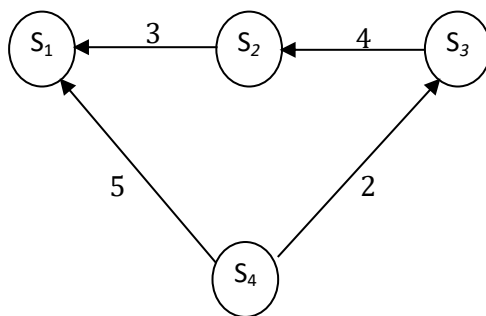


Рис. 10.13. Граф состояний системы

Найдите вероятности состояний в стационарном режиме.

25. Размеченный граф состояний представлен на рис. 10.14. Найдите вероятности состояний  $S_1$  и характеристику  $M[X(t)]$  на момент времени  $t = 4$ .

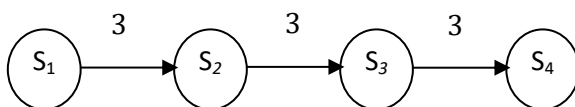


Рис. 10.14. Граф состояний системы

# ГЛАВА 11. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

## 11.1. Компоненты моделей СМО

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем имеет место в системах массового обслуживания.

*Системы массового обслуживания* – это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание, при этом поступившие заявки обслуживаются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания.

С позиции моделирования процесса массового обслуживания ситуации, когда образуются очереди заявок (требований) на обслуживание, возникают следующим образом. Поступив в обслуживающую систему, требование присоединяется к очереди других (ранее поступивших) требований. Канал обслуживания выбирает требование из находящихся в очереди, с тем, чтобы приступить к его обслуживанию. После завершения процедуры обслуживания очередного требования канал обслуживания приступает к обслуживанию следующего требования, если такое имеется в блоке ожидания. Цикл функционирования системы массового обслуживания подобного рода повторяется многократно в течение всего периода работы обслуживающей системы. При этом предполагается, что переход системы на обслуживание очередного требования после завершения обслуживания предыдущего требования происходит мгновенно, в случайные моменты времени.

Примерами систем массового обслуживания могут служить:

- посты технического обслуживания автомобилей;
- посты ремонта автомобилей;
- персональные компьютеры, обслуживающие поступающие заявки или требования на решение тех или иных задач;
- станции технического обслуживания автомобилей;
- аудиторские фирмы;
- отделы налоговых инспекций, занимающиеся приемкой и проверкой текущей отчетности предприятий;
- телефонные станции и т. д.

Основными компонентами системы массового обслуживания любого вида являются:

- входной поток поступающих требований или заявок на обслуживание;
- дисциплина очереди;
- механизм обслуживания.

Раскроем содержание каждого из указанных выше компонентов.

Для описания *входного потока требований* нужно задать вероятностный закон, определяющий последовательность моментов поступления требований на обслуживание и указать количество таких требований в каждом очередном поступлении. При этом, как правило, оперируют понятием «вероятностное распределение моментов поступления требований». Здесь могут поступать как единичные, так и групповые требования (требования поступают группами в систему). В последнем случае обычно речь идет о системе обслуживания с параллельно-групповым обслуживанием.

*Дисциплина очереди* — это важный компонент системы массового обслуживания, он определяет принцип, в соответствии с которым поступающие на вход обслуживающей системы требования подключаются из очереди к процедуре обслуживания. Чаще всего используются дисциплины очереди, определяемые следующими правилами:

- первым пришел — первым обслуживаешься;
- пришел последним — обслуживаешься первым;
- случайный отбор заявок;
- отбор заявок по критерию приоритетности;
- ограничение времени ожидания момента наступления обслуживания

(имеет место очередь с ограниченным временем ожидания обслуживания, что ассоциируется с понятием «допустимая длина очереди»).

*Механизм обслуживания* определяется характеристиками самой процедуры обслуживания и структурой обслуживающей системы. К характеристикам процедуры обслуживания относятся: продолжительность процедуры обслуживания и количество требований, удовлетворяемых в результате выполнения каждой такой процедуры. Для аналитического описания характеристик процедуры обслуживания оперируют понятием «вероятностное распределение времени обслуживания требований».

Следует отметить, что время обслуживания заявки зависит от характера самой заявки или требований клиента и от состояния и возможностей обслуживающей системы. В ряде случаев приходится также учитывать вероятность выхода обслуживающего прибора по истечении некоторого ограниченного интервала времени.

Структура обслуживающей системы определяется количеством и взаимным расположением каналов обслуживания (механизмов, приборов и т. п.). Прежде всего следует подчеркнуть, что система обслуживания может иметь не один канал обслуживания, а несколько; система такого рода способна обслуживать одновременно несколько требований. В этом случае все каналы обслуживания предлагают одни и те же услуги, и, следовательно, можно утверждать, что имеет место параллельное обслуживание.

Система обслуживания может состоять из нескольких разнотипных каналов обслуживания, через которые должно пройти каждое обслуживаемое требование, т. е. в обслуживающей системе процедуры обслуживания требований реализуются последовательно. Механизм обслуживания определяет характеристики выходящего (обслуженного) потока требований.

Рассмотрев основные компоненты систем обслуживания, можно констатировать, что функциональные возможности любой системы массового обслуживания определяются следующими основными факторами:

- вероятностным распределением моментов поступлений заявок на обслуживание (единичных или групповых);
- вероятностным распределением времени продолжительности обслуживания;
- конфигурацией обслуживающей системы (параллельное, последовательное или параллельно-последовательное обслуживание);
- количеством и производительностью обслуживающих каналов;
- дисциплиной очереди;
- мощностью источника требований.

В качестве основных критериев эффективности функционирования систем массового обслуживания в зависимости от характера решаемой задачи могут выступать:

- вероятность немедленного обслуживания поступившей заявки;
- вероятность отказа в обслуживании поступившей заявки;
- относительная и абсолютная пропускная способность системы;
- средний процент заявок, получивших отказ в обслуживании;
- среднее время ожидания в очереди;
- средняя длина очереди;
- средний доход от функционирования системы в единицу времени и т. п.

*Предметом теории массового обслуживания* является установление зависимости между факторами, определяющими функциональные возможности системы массового обслуживания, и эффективностью ее функционирования. В большинстве случаев все параметры, описывающие системы массового обслуживания, являются случайными величинами или функциями, поэтому эти системы относятся к стохастическим системам.

## 11.2. Классификация моделей СМО

Случайный характер потока заявок (требований), а также, в общем случае, и длительности обслуживания приводит к тому, что в системе массового обслуживания происходит случайный процесс. По характеру случайного процесса, происходящего в системе массового обслуживания (СМО), различают системы марковские и немарковские. В *марковских системах* входящий поток требований и выходящий поток обслуженных требований (заявок) являются пуассоновскими. Пуассоновские потоки позволяют легко описать и построить математическую модель системы массового обслуживания. Данные модели имеют достаточно простые решения, поэтому большинство известных приложений теории массового обслуживания используют марковскую схему. В случае *немарковских процессов* задачи исследования систем массового обслуживания значительно усложняются и требуют применения статистического моделирования, численных методов с использованием ЭВМ.

Независимо от характера процесса, протекающего в системе массового обслуживания, различают два основных вида СМО:

- системы с отказами, в которых заявка, поступившая в систему в момент, когда все каналы заняты, получает отказ и сразу же покидает очередь;
- системы с ожиданием (очередью), в которых заявка, поступившая в момент, когда все каналы обслуживания заняты, становится в очередь и ждет, пока не освободится один из каналов.

Системы массового обслуживания с ожиданием делятся на системы с ограниченным ожиданием и системы с неограниченным ожиданием.

В системах с *ограниченным ожиданием* может ограничиваться:

- длина очереди;
- время пребывания в очереди.

В системах с *неограниченным ожиданием* заявка, стоящая в очереди, ждет обслуживания неограниченно долго, т.е. пока не подойдет очередь.

Все системы массового обслуживания различают по числу каналов обслуживания:

- одноканальные системы;
- многоканальные системы.

Приведенная классификация СМО является условной. На практике чаще всего системы массового обслуживания выступают в качестве смешанных систем. Например, заявки ожидают начала обслуживания до определенного момента, после чего система начинает работать как система с отказами.

Все СМО имеют определенную структуру.

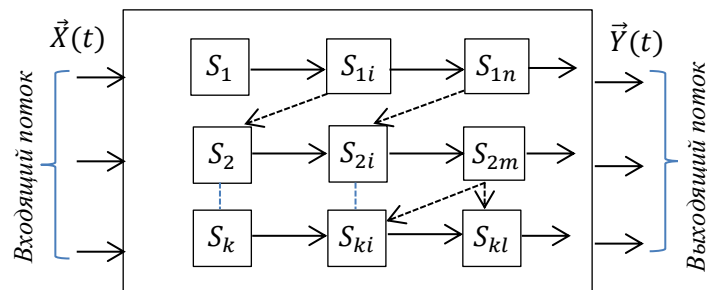


Рис. 11.1. Структурная схема системы массового обслуживания

где  $S = \{S_i\}$  - обслуживающая система;

$S_i$  -  $i$ -я самостоятельная обслуживающая подсистема;

$\vec{X}(t)$  - входящий поток;

$\vec{Y}(t)$  - выходящий поток;

### 11.3. Одноканальная СМО с пуассоновским входным потоком

Простейшей одноканальной СМО с вероятностными входным потоком и процедурой обслуживания является модель, характеризуемая показательным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требова-

ний, так и длительностей обслуживания. При этом плотность распределения длительностей интервалов между поступлениями требований имеет вид

$$f_1(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – интенсивность поступления заявок в систему.

Плотность распределения длительностей обслуживания:

$$f_2(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}, \quad (2)$$

где  $\mu$  - интенсивность обслуживания.

Потоки заявок и обслуживаний простейшие.

Пусть система работает с **отказами**. Необходимо определить абсолютную и относительную пропускную способность системы.

Представим данную систему массового обслуживания в виде графа (рис. 3.1), у которого имеются два состояния:

$S_0$  – канал свободен (ожидание);

$S_1$  - канал занят (идет обслуживание заявки).

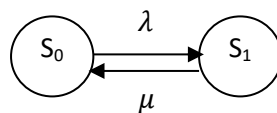


Рис. 11.1. Граф состояний одноканальный СМО с отказами

Обозначим вероятности состояний:

$P_0(t)$  – вероятность состояния «канал свободен»;

$P_1(t)$  - вероятность состояния «канал занят».

По размеченному графу состояний (рис. 3.1.) составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = -\mu \cdot P_1(t) + \lambda \cdot P_0(t). \end{cases} \quad (3)$$

Система линейных дифференциальных уравнений (3.3) имеет решение с учетом нормировочного условия  $P_0(t) + P_1(t) = 1$ . Решение данной системы называется неустановившимся, поскольку оно непосредственно зависит от  $t$  и выглядит следующим образом:

$$P_0(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} + \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad (4)$$

$$P_1(t) = 1 - P_0(t). \quad (5)$$

Нетрудно убедиться, что для одноканальной СМО с отказами вероятность  $P_0(t)$  есть не что иное, как относительная пропускная способность системы  $q$ .

Действительно,  $P_0$  - вероятность того, что в момент  $t$ , канал свободен и заявка, пришедшая к моменту  $t$ , будет обслужена, а следовательно, для данного момента времени  $t$  среднее отношение числа обслуженных заявок к числу поступивших также равно  $P_0(t)$ , т.е.

$$q = P_0(t). \quad (6)$$

По истечении большого интервала времени (при  $t \rightarrow \infty$ ) достигается стационарный (установившийся режим):

$$q = P_0(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda}. \quad (7)$$

Зная относительную пропускную способность, легко найти абсолютную. Абсолютная пропускная способность (А) – среднее число заявок, которое может обслужить система массового обслуживания в единицу времени:

$$A = \lambda \cdot q = \frac{\lambda \cdot \mu}{\lambda + \mu}. \quad (8)$$

Вероятность отказа в обслуживании заявки будет равна вероятности состояния «канал занят»:

$$P_{\text{отк}} = P_1 = 1 - P_0 = 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (9)$$

Данная величина  $P_{\text{отк}}$  может быть интерпретирована как средняя доля необслуженных заявок среди поданных.

**Пример 11.1.** Пусть одноканальная СМО с отказами представляет собой один пост ежедневного обслуживания (ЕО) для мойки автомобилей. Заявка – автомобиль, прибывший в момент, когда пост занят, - получает отказ в обслуживании. Интенсивность потока автомобилей  $\lambda = 1,0$  (автомобиль в час). Средняя продолжительность обслуживания – 1,8 часа. Поток автомобилей и поток обслуживания являются простейшими.

Требуется определить в установившемся режиме предельные значения: относительной пропускной способности  $q$ ; абсолютной пропускной способности  $A$ ; вероятности отказа  $P_{\text{отк}}$ .

Сравните фактическую пропускную способность СМО с номинальной, которая была бы, если бы каждый автомобиль обслуживался точно 1,8 часа и автомобили следовали один за другим без перерыва.

Решение.

1. Определим интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{об}}} = \frac{1}{1,8} = 0,555.$$

2. Вычислим относительную пропускную способность:

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{0,555}{1 + 0,555} = 0,356.$$

Величина  $q$  означает, что в установившемся режиме система будет обслуживать примерно 35% прибывающих на пост ЕО автомобилей.

3. Абсолютную пропускную способность определим по формуле:

$$A = \lambda \cdot q = 1 \cdot 0,356 = 0,356.$$

Это означает, что система (пост ЕО) способна осуществить в среднем 0,356 обслуживания автомобилей в час.

4. Вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = 1 - q = 1 - 0,356 = 0,644.$$

Это означает, что около 65% прибывших автомобилей на пост ЕО получают отказ в обслуживании.

5. Определим номинальную пропускную способность системы:

$$A_{\text{ном}} = \frac{1}{t_{\text{об}}} = \frac{1}{1,8} = 0,555 \text{ (автомобилей в час).}$$

Оказывается, что  $A_{\text{ном}}$  в 1,5 раза  $\left(\frac{0,555}{0,356} = 1,5\right)$  больше, чем фактическая пропускная способность, вычисленная с учетом случайного характера потока заявок и времени обслуживания.

#### 11.4. Одноканальная СМО с ожиданием

Рассмотрим теперь **одноканальную СМО с ожиданием**. Система массового обслуживания имеет канал. Входящий поток заявок на обслуживание – простейший поток с интенсивностью  $\lambda$ . Интенсивность потока обслуживания равна  $\mu$  (т.е. в среднем непрерывно занятый канал будет выдавать обслуженных заявок). Длительность обслуживания – случайная величина, подчиненная показательному закону распределения. Поток обслуживаний является простейшим пуассоновским потоком событий. Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания.

Предположим, что независимо от того, сколько требований поступает на вход обслуживающей системы, данная система (очередь + обслуживаемые клиенты) не может вместить более  $N$ -требований (заявок), т.е. клиенты, не попавшие в ожидание, вынуждены обслуживаться в другом месте. Наконец, источник, порождающий заявки на обслуживание, имеет неограниченную (бесконечно большую емкость).

Граф состояний СМО в этом случае имеет вид, показанный на рис. 11.2.

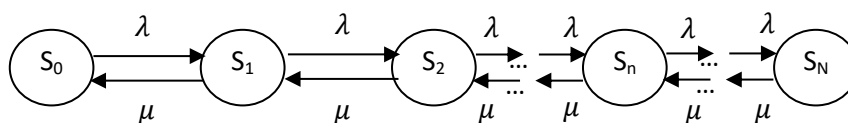


Рис. 11.2. Граф состояний одноканальной СМО с ожиданием

(схема гибели и размножения)

Состояния СМО имеют следующую интерпретацию:

- $S_0$  - «канал свободен»;
- $S_1$  - «канал занят» (очереди нет);
- $S_2$  - «канал занят» (одна заявка стоит в очереди);
- .....
- $S_n$  - «канал занят» ( $n - 1$  заявок стоит в очереди);
- .....
- $S_N$  - «канал занят» ( $N - 1$  заявок стоит в очереди).

Стационарный процесс в данной системе будет описываться следующей системой алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho \cdot P_0 + P_1 = 0, n = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ -(1 - \rho) \cdot P_n + P_{n+1} + \rho \cdot P_{n-1} = 0, 0 < n < N \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ -P_N + \rho \cdot P_{N-1} = 0, n = N, \end{array} \right. \quad (10)$$



где  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ ;  $n$  – номер состояния.

Решение приведенной выше системы уравнений (3.10) для нашей модели СМО имеет вид

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}\right) \cdot \rho^n, \rho \neq 1, n = 0, 1, 2, \dots, N \\ \frac{1}{(N+1)}, \rho = 1; \end{cases} \quad (11)$$

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}. \quad (11)$$

Тогда

$$P_n = \begin{cases} P_0 \cdot \rho^n, \rho \neq 1, n = 0, 1, 2, \dots, N \\ \frac{1}{(N+1)}, \rho = 1. \end{cases}$$

Следует отметить, что выполнение условия стационарности для  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$  данной СМО не обязательно, поскольку число допускаемых в обслуживающую систему заявок контролируется путем введения ограничения на длину очереди (которая не может превышать  $N - 1$ ), а не соотношением между интенсивностями входного потока, т.е. не отношением  $\lambda/\mu = \rho$ .

Определим характеристику одноканальной СМО с ожиданием и ограниченной длиной очереди, равной  $(N - 1)$ :

вероятность отказа в обслуживании заявки:

$$P_{\text{отк}} = P_N = \begin{cases} \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}\right) \cdot \rho^N, \rho \neq 1, \\ \frac{1}{(N+1)}, \rho = 1; \end{cases} \quad (13)$$

относительная пропускная способность системы:

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = \begin{cases} 1 - \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}\right) \cdot \rho^N, \rho \neq 1, \\ 1 - \frac{1}{(N+1)}, \rho = 1; \end{cases} \quad (14)$$

абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda \cdot q; \quad (15)$$

среднее число находящихся в системе заявок:

$$L_S = \sum_{n=0}^N n \cdot P_n = \begin{cases} \frac{\rho \cdot [1 - (N+1) \cdot \rho^N + N \cdot \rho^{N+1}]}{(1-\rho)(1-\rho^{N+1})}, \\ N/2, \rho = 1; \end{cases} \quad (16)$$

среднее время пребывания заявки в системе;

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda(1-P_N)}; \quad (17)$$

средняя продолжительность пребывания клиента (заявки) в очереди:

$$W_q = W_S - 1/\mu; \quad (18)$$

среднее число заявок (клиентов) в очереди (длина очереди):

$$L_q = \lambda(1 - P_N)W_q. \quad (19)$$

Рассмотрим пример одноканальной СМО с ожиданием.

**Пример 11.2.** Специализированный пост диагностики представляет собой одноканальную СМО. Число стоянок для автомобилей, ожидающих проведения диагностики, ограничено и равно  $3[(N - 1) = 3]$ . Если все стоянки заняты, т.е. в очереди уже находится три автомобиля, то очередной автомобиль, прибывший на диагностику, в очередь на обслуживание не становится. Поток автомобилей, прибывающих на диагностику, распределен по закону Пуассона и имеет интенсивность  $\lambda = 0,85$  (автомобилей в час). Время диагностики автомобиля распределено по показательному закону и в среднем 1,05 час.

Требуется определить вероятностные характеристики поста диагностики, работающего в стационарном режиме.

Решение.

1. Параметр потока обслуживаний автомобилей:

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}} = \frac{1}{1,05} = 0,952.$$

2. Приведенная интенсивность потока автомобилей определяются как отношение интенсивностей  $\lambda$  и  $\mu$ , т.е.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,85}{0,952} = 0,893.$$

3. Вычислим финальные вероятности системы:

$$P_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} = \frac{1 - 0,893}{1 - 0,893^5} = 0,248;$$

$$P_1 = \rho \cdot P_0 = 0,893 \cdot 0,248 = 0,221;$$

$$P_2 = \rho^2 \cdot P_0 = 0,893^2 \cdot 0,248 = 0,198;$$

$$P_3 = \rho^3 \cdot P_0 = 0,893^3 \cdot 0,248 = 0,177;$$

$$P_4 = \rho^4 \cdot P_0 = 0,893^4 \cdot 0,248 = 0,158.$$

4. Вероятность отказа в обслуживании автомобиля:

$$P_{\text{отк}} = P_4 = \rho^4 \cdot P_0 = 0,158.$$

5. Относительная пропускная способность поста диагностики:

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - 0,158 = 0,842.$$

6. Абсолютная пропускная способность поста диагностики

$$A = \lambda \cdot q = 0,85 \cdot 0,842 = 0,716 \text{ (автомобилей в час).}$$

7. Среднее число автомобилей, находящихся на обслуживании и в очереди (т.е. в системе массового обслуживания):

$$\begin{aligned} L_S &= \frac{\rho \cdot [1 - (N + 1) \cdot \rho^N + N \cdot \rho^{N+1}]}{(1 - \rho)(1 - \rho^{N+1})} \\ &= \frac{0,893 \cdot [1 - (4 + 1) \cdot 0,893^4 + 4 \cdot 0,893^{4+1}]}{(1 - 0,893)(1 - 0,893^{4+1})} = 1,77 \end{aligned}$$

8. Среднее время пребывания автомобиля в системе:

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda(1 - P_N)} = \frac{1,77}{0,85(1 - 0,158)} \approx 2,473 \text{ часа.}$$

9. Средняя продолжительность пребывания заявки в очереди на обслуживание:

$$W_q = W_S - 1/\mu = 2,473 - 1/0,952 = 1,423.$$

10. Среднее число заявок в очереди (длина очереди):

$$L_q = \lambda(1 - P_N) \cdot W_q = 0,85(1 - 0,158) \cdot 1,423 = 1,02.$$

Работу рассмотренного поста диагностики можно считать удовлетворительной, так как пост диагностики не обслуживает автомобили в среднем в 15,8% случаев ( $P_{\text{отк}} = 0,158$ ).

### 11.5. Одноканальная СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания (т.е. $N \rightarrow \infty$ )

Перейдем теперь к рассмотрению **одноканальной СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания** (т.е.  $N \rightarrow \infty$ ). Остальные условия функционирования СМО остаются без изменений.

Стационарный режим функционирования данной СМО существует при  $t \rightarrow \infty$  для любого  $n = 0, 1, 2, \dots$  и когда  $\lambda < \mu$ . Система алгебраических уравнений, описывающих работу СМО при для любого  $n = 0, 1, 2, \dots$ , имеет вид

$$\begin{cases} -\lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1 = 0, & n = 0 \\ \lambda \cdot P_{n-1} + \mu \cdot P_{n+1} = 0, & n > 0. \end{cases} \quad (20)$$

Решение данной системы уравнений имеет вид

$$P_n = (1 - \rho) \cdot \rho^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (21)$$

где  $\rho = \lambda/\mu < 1$ .

Характеристики одноканальной СМО с ожиданием, без ограничения на длину очереди, следующие:

- среднее число находящихся в системе клиентов (заявок) на обслуживание:

$$L_S = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n = \frac{\rho}{1-\rho}; \quad (22)$$

- средняя продолжительность пребывания клиента в системе:

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda} = \frac{1}{[\mu \cdot (1-\rho)]}; \quad (23)$$

- среднее число клиентов в очереди на обслуживании:

$$L_q = L_S - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)}; \quad (24)$$

- средняя продолжительность пребывания клиента в очереди:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{[\mu \cdot (1-\rho)]}. \quad (25)$$

**Пример 11.3.** Вспомним о ситуации, рассмотренной в примере 11.2, где речь идет о функционировании поста диагностики. Пусть рассматриваемый пост диагностики располагает неограниченным количеством площадок для стоянки прибывающих на обслуживание автомобилей, т.е. длина очереди не ограничена.

Требуется определить финальные значения следующих вероятностных характеристик:

- вероятности состояний системы (поста диагностики);
- среднее число автомобилей, находящихся в системе (на обслуживании и в очереди);
- среднюю продолжительность пребывания автомобилей в системе (на обслуживании и в очереди);

- среднее число автомобилей в очереди на обслуживании;
- среднюю продолжительность пребывания автомобиля в очереди.

### Решение

1. Параметр потока обслуживания  $\mu$  и приведенная интенсивность потока автомобилей  $\rho$  определены в примере 3.2.

$$\mu = 0,952; \rho = 0,893.$$

2. Вычислим предельные вероятности системы по формулам

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - 0,893 = 0,107;$$

$$P_1 = (1 - \rho) \cdot \rho = (1 - 0,893) \cdot 0,893 = 0,096;$$

$$P_2 = (1 - \rho) \cdot \rho^2 = (1 - 0,893) \cdot 0,893^2 = 0,085;$$

$$P_3 = (1 - \rho) \cdot \rho^3 = (1 - 0,893) \cdot 0,893^3 = 0,076;$$

$$P_4 = (1 - \rho) \cdot \rho^4 = (1 - 0,893) \cdot 0,893^4 = 0,068;$$

$$P_5 = (1 - \rho) \cdot \rho^5 = (1 - 0,893) \cdot 0,893^5 = 0,061 \text{ и т.д.}$$

Следует отметить, что  $P_0$  определяет долю времени, в течение которого пост диагностики вынужденно бездействует (простаивает). В нашем примере она составляет 10,7%, так как  $P_0 = 0,107$ .

3. Среднее число автомобилей, находящихся в системе (на обслуживании и в очереди):

$$L_S = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0,893}{1-0,893} = 8,346 \text{ ед.}$$

4. Средняя продолжительность пребывания клиента в системе:

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda} = \frac{1}{[\mu \cdot (1-\rho)]} = \frac{1}{[0,952 \cdot (1-0,893)]} = 9,817 \text{ час.}$$

5. Среднее число автомобилей в очереди на обслуживание:

$$L_q = L_S - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} = \frac{0,893^2}{(1-0,893)} = 7,453.$$

6. Средняя продолжительность пребывания автомобиля в очереди:

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{0,893}{0,952 \cdot (1-0,893)} = 8,766 \text{ час.}$$

7. Относительная пропускная способность системы:

$$q=1,$$

т.е. каждая заявка, пришедшая в систему, будет обслужена.

8. Абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda \cdot q = 0,85 \cdot 1 = 0,85.$$

Следует отметить, что предприятие, осуществляющее диагностику автомобилей, прежде всего интересуется количеством клиентов, которое посетит пост диагностики при снятии ограничения на длину очереди.

Допустим, в первоначальном варианте количество мест для стоянки прибывающих автомобилей было равно трем (см. пример 11.2). Частота возникновения ситуаций, когда прибывающий на пост диагностики автомобиль не имеет возможности присоединиться к очереди:

$$m = \lambda \cdot P_N.$$

В нашем примере при  $N=3+1=4$  и  $\rho = 0,893$   $m = \lambda \cdot P_0 \cdot \rho^4 = 0,85 \cdot 0,248 \cdot 0,893^4 = 0,134$  автомобиля в час.

При 12-часовом режиме работы поста диагностики это эквивалентно тому, что пост диагностики в среднем за смену (день) будет терять  $12 \cdot 0,134 = 1,6$  автомобиля.

Снятие ограничений на длину очереди позволяет увеличить количество обслуженных клиентов в нашем примере в среднем на 1,6 автомобиля на смену (12 часов работы) поста диагностики. Ясно, что решение относительно расширения площади для стоянки автомобилей, прибывших на пост диагностики, должно основываться на оценке экономического ущерба, который обусловлен потерей клиентов при наличии всего трех мест для стоянки этих автомобилей.

### Контрольные вопросы и задачи

1. Дайте определение системам массового обслуживания?
2. Назовите основные компоненты СМО?
3. Как классифицируются СМО?
4. Изобразите схему СМО?
5. Расскажите об простейшей одноканальной СМО с отказами?
6. Разъясните содержание одноканальной СМО с ожиданием?
7. Раскройте содержание одноканальной СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания?
8. Одноканальная СМО с отказами представляет собой одну телефонную линию. Заявка (вызов), пришедшая в момент, когда линия занята, получает отказ. Все потоки событий простейшие. Интенсивность потока  $\lambda = 0,95$  вызова в минуту Средняя продолжительность разговора  $\bar{t} = 1$  мин.  
*Определите* вероятностные характеристики СМО в установившемся режиме работы.
9. В одноканальную СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda = 0,5$  заявки в минуту\_Время обслуживания заявки имеет показательное распределение с  $\bar{t} = 1,5$  мин.  
*Определите* вероятностные характеристики СМО в установившемся режиме работы.
10. В вычислительном центре работает 5 персональных компьютеров (ПК). Простейший поток задач, поступающих на ВЦ, имеет интенсивность  $\lambda = 10$  задач в час. Среднее время решения задачи равно 12 мин. Заявка получает отказ, если все ПК заняты.  
*Найдите* вероятностные характеристики системы обслуживания (ВЦ).
11. В аудиторскую фирму поступает простейший поток заявок на обслуживание с интенсивностью  $\lambda = 1,5$  заявки в день. Время обслуживания распределено по показательному закону и равно в среднем трем дням. Аудиторская фирма располагает пятью независимыми бухгалтерами, выполняющими ауди-

торские проверки (обслуживание заявок). Очередь заявок не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована.

*Определите* вероятностные характеристики аудиторской фирмы как системы массового обслуживания, работающей в стационарном режиме.

12. На пункт техосмотра поступает простейший поток заявок (автомобилей) интенсивности  $\lambda = 4$  машины в час. Время осмотра распределено по показательному закону и равно в среднем 17 мин., в очереди может находиться не более 5 автомобилей.

*Определите* вероятностные характеристики пункта техосмотра в установленном режиме.

13. На промышленном предприятии решается вопрос о том, сколько потребуется механиков для работы в ремонтном цехе. Пусть предприятие имеет 10 машин, требующих ремонта с учетом числа ремонтирующихся. Отказы машин происходят с частотой  $\lambda = 10$  отк/час. Для устранения неисправности механику требуется в среднем  $\bar{t} = 3$  мин. Распределение моментов возникновения отказов является пуассоновским, а продолжительность выполнения ремонтных работ распределена экспоненциально. Возможна организация 4 или 6 рабочих мест в цехе для механиков предприятия.

*Необходимо выбрать* наиболее эффективный вариант обеспечения ремонтного цеха рабочими местами для механиков.

14. В бухгалтерии предприятия имеются два кассира, каждый из которых может обслужить в среднем 30 сотрудников в час. Поток сотрудников, получающих заработную плату, - простейший, с интенсивностью, равной 40 сотрудников в час. Очередь в кассе не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения.

*Вычислите* вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме и определите целесообразность приема третьего кассира на предприятие, работающего с такой же производительностью, как и первые два.

15. Билетная касса работает без перерыва. Билеты продает один кассир. Среднее время обслуживания – 2 мин. на каждого человека. Среднее число пассажиров, желающих приобрести билеты в кассе в течение одного часа, равно  $\lambda = 20$  пасс/час. Все потоки в системе простейшие.

*Определите* среднюю длину очереди, вероятность простоя кассира, среднее время нахождения пассажира в билетной кассе (в очереди и на обслуживании), среднее время ожидания в очереди в условиях стационарного режима работы кассы.

## ГЛАВА 12. КОНСТРУКТИВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

# ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

## 12.1. Содержание экономического анализа

Экономический анализ как наука представляет собой систему специальных знаний, связанную:

1) с исследованием экономических процессов в их взаимосвязи, складывающихся под воздействием объективных экономических законов и факторов субъективного порядка;

2) с научным обоснованием бизнес-планов, с объективной оценкой их выполнения;

3) с выявлением положительных и отрицательных факторов и количественным измерением их действия;

4) с раскрытием тенденций и пропорций хозяйственного развития, с определением неиспользованных внутривозможных резервов;

5) с обобщением передового опыта, с принятием оптимальных управленческих решений;

Под предметом экономического анализа понимаются хозяйственные процессы предприятий, объединений, ассоциаций, социально-экономическая эффективность и конечные финансовые результаты их деятельности, складывающиеся под воздействием объективных и субъективных факторов, получающие отражение через систему экономической информации.

К числу важнейших задач экономического анализа относится:

1) повышение научно-экономической обоснованности бизнес-планов и нормативов ( в процессе их разработки);

2) объективное и всестороннее изучение по данным учета и отчетности выполнения, установленных бизнес планов и соблюдения нормативов по количеству, структуре и качеству выпущенной продукции, выполненных работ и услуг;

3) определение экономической эффективности использования трудовых, материальных и финансовых ресурсов;

4) контроль за осуществлением требований коммерческого расчета и оценка конечных финансовых результатов;

5) выявление и измерение внутренних ресурсов на всех стадиях производственного процесса;

6) обоснование и испытание оптимальности управленческих решений;

## 12.2. Системный подход к экономическому анализу

Экономический анализ хозяйственной деятельности в условиях рыночной экономики все более приобретает характер системного анализа. При проведении системного анализа (СА) выделяют шесть этапов. Рассмотрим содержания этих этапов применительно к экономическому анализу хозяйственной деятельности предприятия.

На первом этапе объект исследования представляется как система, для которой определяют цели и условия функционирования. Хозяйственную деятельность предприятия можно рассматривать как систему, состоящую из трех взаимосвязанных элементов: ресурсов, производственного процесса и готовой продукции. Входом этой системы являются материально-вещественные потоки ресурсов и потоки трудовых ресурсов; выходом – материально-вещественные потоки готовой продукции.

Производственный процесс переводит вход системы в ее выход, т.е. в результате производственного процесса производственные ресурсы, соединяясь, становятся готовой продукцией. Целью работы предприятия является рентабельность, т.е. по возможности высокий результат в денежном выражении за рассматриваемый период времени. Задача системного анализа – рассмотреть все частные факторы, обеспечивающие более высокий уровень рентабельности. Экономический принцип деятельности предприятия – обеспечение либо максимального выпуска продукции при данных затратах ресурсов, либо альтернативно заданного выпуска продукции при минимальном расходе ресурсов. Средством характеристики экономики предприятия является ведение счетов и других реквизитов бухгалтерского учета. Бухгалтерский учет называют в рыночной экономике языком бизнеса. Денежный оборот, отражающий реальный процесс предпринимательской деятельности фиксируется в комплексной системе бухгалтерского учета, благодаря которому формируется информационная система предприятия – необходимая база системного экономического анализа.

Для проведения системного экономического анализа необходима разработка качественных характеристик экономики предприятия- системы синтетических и аналитических показателей. Отбор показателей, характеризующих производственную деятельность предприятия, осуществляется на втором этапе анализа.

На третьем этапе проведения СЭА составляется общая схема системы, устанавливаются ее главные компоненты, функции взаимосвязи, разрабатывается схема подсистем, показывающая соподчинение их элементов. На основе информационной модели хозяйственной деятельности, т.е модели формирования экономических факторов и показателей, составляется общая блок-схема комплексного экономического анализа, классифицируются факторы и показатели, формируются связи между ними.



При системном анализе особое внимание уделяется исследованию взаимной связи и обусловленности его отдельных разделов, показателей и факторов производства. Знание факторов производства, их взаимосвязей, умение определить их влияние на отдельные показатели производственной деятельности позволяют взаимодействовать на уровень показателей посредством управления факторами. Поэтому на четвертом этапе СА хозяйственной деятельности определяются все основные взаимосвязи и факторы дающие количественные характеристики. Например, показателем использования трудовых ресурсов является средняя норма выработки. Она обусловлена технической и энергетической вооруженностью труда, квалификацией рабочего, уровнем специализации, кооперирования, организацией производства и труда.

На пятом этапе строится модель системы на основе информации, полученной на предыдущих этапах. В нее вводят конкретные данные о работе какого-либо предприятия и получают параметры модели в числовом выражении.

Завершающий шестой этап анализа – работа с моделью. Этот этап включает в себя объективную оценку результатов хозяйственной деятельности, комплексное выявление резервов для повышения эффективности производства.

### **12.3. Экономико-математическое моделирование, как средство экономического анализа**

Математическое моделирование экономических явлений и процессов является важным инструментом экономического анализа. Оно дает возможность получить четкое представление об исследуемом объекте, охарактеризовать и количественно описать его внутреннюю структуру и внешние связи. Модель - условный образ объекта управления.

В экономическом анализе используются главным образом математические модели, описывающие изучаемое явление с помощью уравнений, неравенств, функций и др. средств.

Экономико-математическая модель должна быть адекватной действительности, отражать существенные стороны и связи изучаемого объекта. Процесс моделирования можно подразделить на 3 этапа: 1) анализ теоретических закономерностей, свойственных изучаемому явлению или процессу, и эмпирических данных о его структуре и особенностях; 2) определение методов, с помощью которых можно решить задачу; 3) анализ полученных результатов.

Экономико-математическое моделирование работы предприятия должно быть основано на анализе его деятельности, в свою очередь, обогащать этот анализ результатами и выводами, полученными после решения соответствующих задач. В моделировании факторных систем можно выделить:

1. аддитивные модели:  $y = \sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$

2. мультипликативные модели:  $y = \prod_{i=1}^n x_i = x_1 * x_2 * x_3 * \dots * x_n$

3. кратные модели:  $y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^m x_i}$ ,

где  $y$  - результативный показатель

$x_i$  - факторные показатели.

### Контрольные вопросы

1. Расскажите содержание экономического анализа?
2. Раскройте основные подходы экономического анализа?
3. Назовите методы экономико-математического моделирования?
4. Запишите формулу мультипликативной модели?
5. Запишите формулу аддитивной и кратной модели?

## ГЛАВА 13. АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

### 13.1. Сетевая модель системы

*Сетевое планирование* – это метод планирования работ, операции в которых, как правило, не повторяются (например, разработка новых продуктов, строительство зданий, ремонт оборудования, проектирование новых работ).

Для проведения сетевого планирования вначале необходимо расчленить проект на ряд отдельных работ и составить логическую схему (сетевой граф).

*Работа* – это любые действия, трудовые процессы, сопровождающиеся затратами ресурсов или времени и приводящие к определенным результатам. На сетевых графах работы обозначаются стрелками. Для указания того, что одна работа не может выполняться раньше другой, вводят фиктивные работы, которые изображаются пунктирными стрелками. Продолжительность фиктивной работы принимается равной нулю.

*Событие* – это факт окончания всех входящих в него работ. Считается, что оно происходит мгновенно. На сетевом графе события изображаются в виде вершин графа. Ни одна выходящая из данного события работа не может начаться до окончания всех работ, входящих в это событие.

С исходного события (которое не имеет предшествующих работ) начинается выполнение проекта. *Завершающим событием* (которое не имеет последующих работ) заканчивается выполнение проекта.

После построения сетевого графа необходимо оценить продолжительность выполнения каждой работы и выделить работы, которые определяют завершение проекта в целом. Нужно оценить потребность каждой работы в ресурсах и пересмотреть план с учетом обеспечения ресурсами.

Часто сетевой граф называют *сетевым графиком*.

### 13.2. Метод критического пути

Метод критического пути (Critical Path Method - CPM) используется для управления проектами с фиксированным временем выполнения работ. Он позволяет ответить на следующие вопросы:

1. Сколько времени потребуется на выполнение всего проекта?
2. В какое время должны начинаться и заканчиваться отдельные работы?
3. Какие работы являются критическими и должны быть выполнены в точно определенное графиком время, чтобы не сорвать установленные сроки выполнения проекта в целом?
4. На какое время можно отложить выполнение некритических работ, чтобы они не повлияли на сроки выполнения проекта?

Самый продолжительный путь сетевого графика от исходного события к завершающему называется *критическим*. Продолжительность критического пути и определяет срок выполнения проекта.

Критических путей на сетевом графике может быть несколько.

Рассмотрим основные временные параметры сетевых графиков.

Обозначим  $t(i, j)$  - продолжительность работы с начальным событием  $i$  и конечным событием  $j$ .

*Ранний срок*  $t_p(j)$  *свершения события*  $j$  - это самый ранний момент, к которому завершаются все работы, предшествующие этому событию. Правило вычисления:

$$t_p(j) = \max\{t_p(i) + t(i, j)\}, \quad (1)$$

где максимум берется по всем событиям  $i$ , непосредственно предшествующим событию  $j$  (соединены стрелками).

*Поздний срок*  $t_n(j)$  *свершения события*  $i$  - это такой предельный момент, после которого остается ровно столько времени, сколько необходимо для выполнения всех работ, следующий за этим событием. Правило вычисления:

$$t_n(j) = \min\{t_n(i) - t(i, j)\}, \quad (2)$$

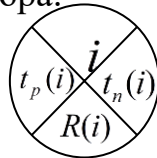
где минимум берется по всем событиям  $j$ , непосредственно следующим за событием  $i$ .

Резерв  $R(i)$  события  $i$  показывает, на какой предельно допустимый срок может задержаться свершение события  $i$  без нарушения срока наступления завершающего события:

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i), \quad (3)$$

Критические события резервов не имеют:

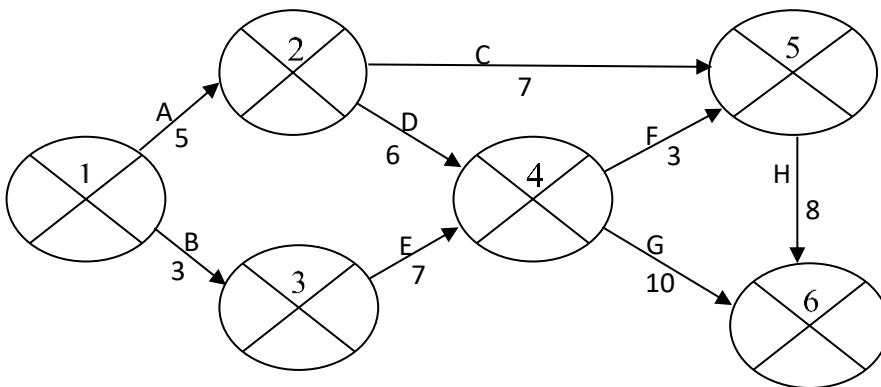
При расчетах сетевого графика каждый круг, изображающий событие, делим диаметрами на четыре сектора:



**Пример 13.1.** Рассмотрим сеть проекта, представленную следующими данными. Найти критический путь. Сколько времени потребуется для завершения проекта? Можно ли отложить выполнение работы  $D$  без отсрочки завершения проекта в целом? На сколько недель можно отложить выполнение работы  $C$  без отсрочки завершения проекта в целом?

Работа	Непосредственный предшественник	Продолжительность работы, недель
$A$	-	5
$B$	-	3
$C$	$A$	7
$D$	$A$	6
$E$	$B$	7
$F$	$D, E$	3
$G$	$D, E$	10
$H$	$C, F$	8

Рисуем сетевой график.



**I этап.** При вычислении  $t_p(j)$  перемещается по сетевому графику от исходного события 1 к завершающему событию 6.

$$t_p(j) = 0.$$

В событие 2 входит только одна работа:  $t_p(2) = t_p(1) + t(1,2) = 0 + 5 = 5$ .

Аналогично  $t_p(3) = t_p(1) + t(1,3) = 0 + 3 = 3$ .

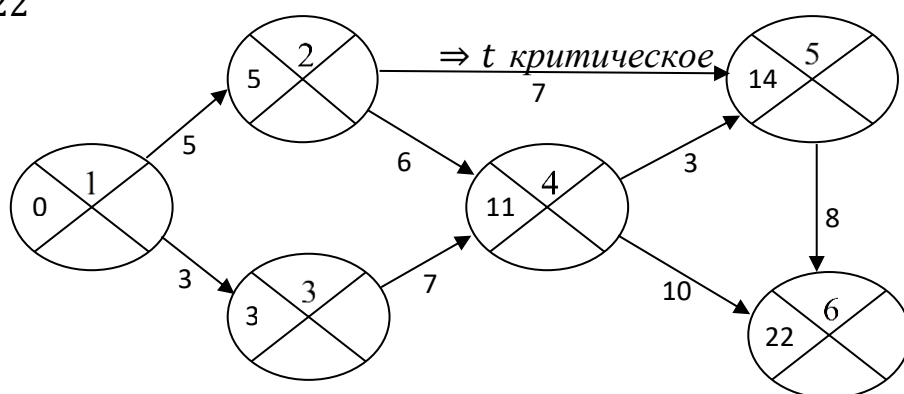
В событие 4 входят две работы  $\Rightarrow$

$$t_p(4) = \max\{t_p(2) + t(2,4), t_p(3) + t(3,4)\} = \max\{5 + 6, 3 + 7\} = 11$$

$$t_p(5) = \max\{t_p(2) + t(2,5), t_p(4) + t(4,5)\} = \max\{5 + 7, 11 + 3\} = 14$$

$$t_p(6) = \max\{t_p(4) + t(4,6), t_p(5) + t(5,6)\} = \max\{11 + 10, 14 + 8\} =$$

22

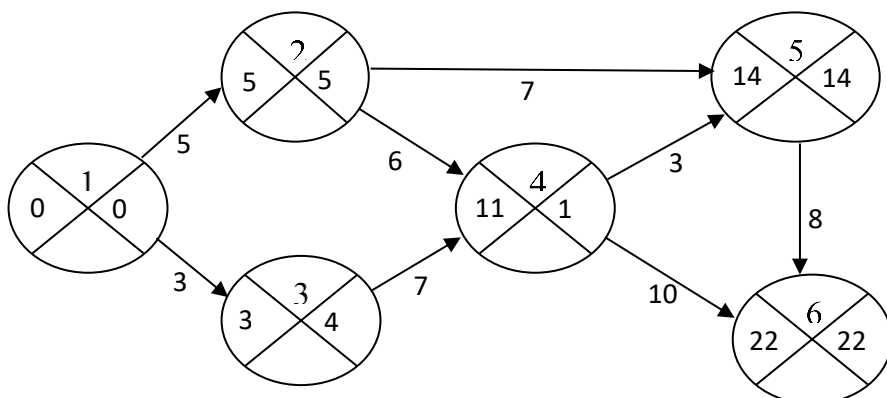


**II этап.** При вычислении  $t_n(j)$  перемещается от завершающего события 6 к исходному событию 1 по сетевому графику против стрелок  $t_n(6) = t_p(6) = 22$ .

Далее рассматриваем непосредственно предшествующее событие 5, из которого выходит только одна работа (5,6):

$$t_p(5) = t_n(5) - t(5,6) = 22 - 8 = 14.$$

Из события 4 выходят две работы: (4,5) и (4,6). Поэтому определяем  $t_n(4)$  по каждой из этих работ:



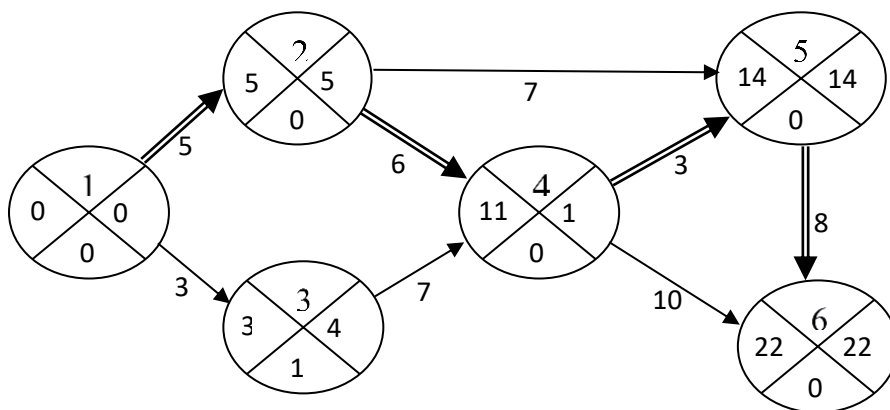
$$t_n(4) = \min\{t_n(5) - t(4,5), t_n(6) - t(4,6)\} = \min\{14 - 3, 22 - 10\} = \min\{11,12\} = 11.$$

$$t_n(3) = t_n(4) - t(3,4) = 11 - 7 = 4.$$

$$t_n(2) = \min\{t_n(5) - t(2,5), t_n(4) - t(2,4)\} = \min\{14 - 7, 11 - 6\} = \min\{7,5\} = 5.$$

$$t_n(1) = \min\{t_n(2) - t(1,2), t_n(3) - t(1,3)\} = \min\{5 - 5, 4 - 3\} = \min\{0,1\} = 0$$

III этап. Вычисляем  $R(i) = t_n(i) - t_p(i)$  - резерв времени события  $i$ , то есть из числа, полученных на II этапе, вычитаем числа, полученные на I этапе.



IV этап. У критических событий резерв времени равен нулю, так как ранние и поздние сроки их свершения совпадают. Критические события 1, 2, 4, 5, 6 и определяют критический путь 1-2-4-5-6, который на сетевом графике мы покажем двумя чертами. Теперь можно ответить на вопросы задачи.

Для завершения проекта потребуется 22 недели. Работа  $D = (2,4)$  расположена на критическом пути. Поэтому ее нельзя отложить без отсрочки завершения проекта в целом. Работа  $C = (2,5)$  не расположена на критическом пути, ее можно задержать на  $t_n(5) - t_p(2) - t(2,5) = 14 - 5 - 7 = 2$  (недели).

### 13.3. Модели корреляционно - регрессионного анализа

Регрессия относительно числа переменных:

- простая – регрессия между двумя переменными:  $y = a + bx$

- множественная – регрессия между зависимой переменной и несколькими объясняющими переменными  $x_1 x_2 \dots x_m$ .

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_m x_m$$

где  $y$  - функция регрессии

$x_1 x_2 \dots x_m$  – независимые переменные

$a_1 a_2 \dots a_m$  – коэффициенты регрессии

$m$  – число факторов, включаемых в модель

2. Регрессия относительно формы зависимости:

- линейная, выражаемая линейной функцией
- нелинейная, выражаемая нелинейной функцией.

3. В зависимости от характера регрессии:

- положительную, если с увеличением объясняющей переменной значение зависимой переменной также увеличивается

- отрицательную, наоборот.

4. Относительно типа соединения явлений:

- непосредственную р.
- косвенную
- ложную.

### Контрольные вопросы и задачи

1. Что понимается под сетевым планированием?

2. Раскройте содержание метода критического пути?

3. Как рассчитывается резерв критического пути?

4. Расскажите о моделях корреляционно-регрессионного анализа?

5. Проект пусконаладки компьютерной системы состоит из восьми работ.

Работа	Непосредственный предшественник	Продолжительность работы, недель
<i>A</i>	-	3
<i>B</i>	-	6
<i>C</i>	<i>A</i>	2
<i>D</i>	<i>B, C</i>	5
<i>E</i>	<i>D</i>	4
<i>F</i>	<i>E</i>	3
<i>G</i>	<i>B, C</i>	9
<i>H</i>	<i>F, G</i>	3

Найти критический путь. Сколько времени потребуется для завершения проекта? Можно ли отложить выполнение работы *C* без отсрочки завершения проекта в целом? На сколько недель можно отложить выполнение работы *F* без отсрочки завершения проекта в целом?

6. Издатель имеет контракт с автором на издание его книги. Ниже представлена последовательность (упрощенная) процессов, приводящая к реа-

лизации проекта издания книги. Необходимо разработать сеть для этого проекта.

Процесс	Предшествующий процесс	Длительность (недели)
<i>A</i> : Прочтение рукописи редактором	-	3
<i>B</i> : Пробная верстка отдельных страниц книги	-	2
<i>C</i> : Разработка обложки книги	-	4
<i>D</i> : Подготовка иллюстраций	-	3
<i>E</i> : Просмотр автором редакторских правок и сверстанных страниц	<i>A, B</i>	2
<i>F</i> : Верстка книги (создание макета книг)	<i>E</i>	4
<i>G</i> : Проверка автором макета книги	<i>F</i>	2
<i>H</i> : Проверка автором иллюстраций	<i>D</i>	1
<i>I</i> : Подготовка печатных форм	<i>G, H</i>	2
<i>J</i> : Печать и брошюровка книг	<i>C, I</i>	4

7. В следующей таблице приведены работы (процессы), выполняемые при строительстве нового каркасного дома. Разработайте сеть этих работ и найдите критический путь.

Процесс	Предшествующий процесс	Длительность (недели)
Очистка строительного участка	-	1
Завоз оборудования	-	2
Земляные работы	<i>A</i>	1
Заливка фундамента	<i>C</i>	2
Наружные водопроводно-канализационные работы	<i>D, C</i>	6
Возведение каркаса дома	<i>D</i>	10
Прокладка электропроводки	<i>F</i>	3
Создание перекрытий	<i>G</i>	1



	Создание каркаса крыши	<i>F</i>	1
	Внутренние водопроводно-канализационные работы	<i>E, H</i>	5
	Покрытие крыши	<i>I</i>	2
	Наружные изоляционные работы	<i>F, J</i>	1
	Вставка окон и наружных дверей	<i>F</i>	2
	Обкладка дома кирпичом	<i>L, M</i>	4
	Шкатулка стен и потолков	<i>G, J</i>	2
	Облицовка стен и потолков	<i>O</i>	2
	Изоляция крыши	<i>I, P</i>	1
	Окончание внутренних отделочных работ	<i>P</i>	7
	Окончание наружных внутренних работ	<i>I, N</i>	7
	Ландшафтные работы	<i>S</i>	3

8. Расширение участка дороги требует переноса воздушной электростанции (длиной 1700 футов). В следующей таблице приведены этапы выполнения работ по замене электролинии. Постройте соответствующую сеть и найдите критический путь.

	Процесс	Предшествующий процесс	Длительность (недели)
<i>A</i>	Определение объема продаж	-	1
<i>B</i>	Извещение пользователей о временном отключении электросети	<i>A</i>	0,5
<i>C</i>	Подвоз материалов и оборудования	<i>A</i>	1
<i>D</i>	Предварительные работы	<i>A</i>	1
<i>E</i>	Заготовка опор и материалов	<i>D, C</i>	3
<i>F</i>	Доставка опор	<i>E</i>	3,5
<i>G</i>	Определение нового местоположения опор	<i>D</i>	0,5
<i>H</i>	Разметка местоположения опор	<i>G</i>	0,5
<i>I</i>	Земельные работы для установки новых опор	<i>H</i>	3
<i>J</i>	Установка новых опор	<i>F, I</i>	4
<i>K</i>	Ограждение старой линии	<i>F, I</i>	1

<i>L</i>	Прокладка новых проводов	<i>J, K</i>	2
<i>M</i>	Обустройство новой линии	<i>L</i>	2
<i>N</i>	Натяжка проводов	<i>L</i>	2
<i>O</i>	Подрезка деревьев	<i>D</i>	2
<i>P</i>	Отключение старой электролинии	<i>B, M, N, O</i>	0,2
<i>Q</i>	Подключение новой электролинии	<i>P</i>	0,5
<i>R</i>	Уборка территории	<i>Q</i>	1
<i>S</i>	Возврат материалов и оборудования	<i>I</i>	2

## ГЛАВА 14. АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

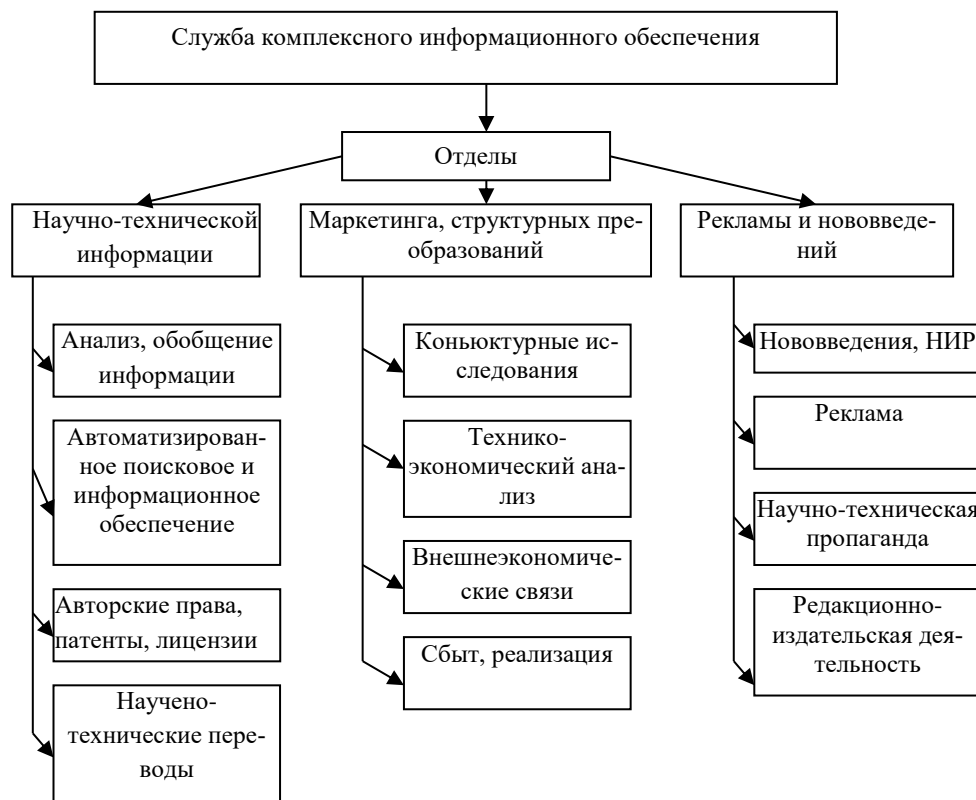
### 14.1. Основные направления информационного обеспечения

Все разновидности структурных преобразований и инновационной деятельности требуют комплексного информационного обеспечения. Организациям и специалистам необходима информация, которая содержала бы упорядоченные материалы о научно-технических достижениях и инновациях, технико-экономическую, статистическую информацию о нововведениях и т.п. Только при наличии такого интегрированного информационного ресурса возможно эффективное информационное обеспечение производственно-экономических процессов в регионе и на предприятиях.

В условиях рыночной экономики практически невозможно без серьезной информационной поддержки. Выигрыш в конкурентной борьбе во многом будет определяться тем, какое из предприятий будет обладать высококачественной и полной информацией, кто быстрее и глубже сможет обработать огромное количество данных о тенденциях развития рынка и деятельности основных конкурентов.

Информационное обеспечение позволяет решать следующие задачи:

- достижение высокой конкурентоспособности выпускаемой продукции на внешнем и внутреннем рынках;
- достижение высокой доли экспорта высококачественной продукции в общем объеме экспорта;
- достижение высокого технологического уровня производства;
- оптимальное использование всех видов ресурсов.



информационного обеспечения деятельности предприятия:

Рассматривая систему информационного обеспечения как целостную систему, следует выделить:

- концептуальную согласованность всех функций, для автоматизации которых создается информационная система;
- технологическую целостность проявляющуюся в применении согласованного набора информационных технологий для управления информационными ресурсами;
- единый регламент эксплуатации и обслуживания всех компонентов системы информационного обеспечения.

Сочетание перечисленных свойств позволяет системе информационного обеспечения успешно справиться с комплексом проблем, возникающих при решении инновационно-инжиниринговых задач развития регионов, отраслей и предприятий.

## 14.2. Информационные и наукоемкие технологии

Под информационными технологиями будем понимать совокупность форм, методов, способов и средств автоматизации информационной деятельности в различных сферах, охватывающих сквозной цикл: от получения информации до подготовки того или иного управленческого решения. Техническими

средствами информационных технологий являются совокупность принципиально новых средств и методов обработки и преобразования информации на базе вычислительной техники и коммуникационных систем, обеспечивающих целенаправленное получение, передачу, хранение и отображение информационного продукта. В составе информационных технологий можно выделить следующие базовые технологии: микроэлектронных компонентов, технического, программного, информационного обеспечения, телекоммуникаций. Информационные технологии оказывают существенное влияние на формирование рынка информационной продукции и услуг, систем автоматизированной обработки данных и телекоммуникаций.

Основными тенденциями в развитии информационных технологий следует считать:

- развитие новых компьютерных технологий; развитие новых компьютерных платформ и языковых средств, снижение стоимости производства бытовой электронной техники и телекоммуникационных систем; формирование экономического регулирования рыночных отношений по созданию и распространению новых конкурентно-способных технологий на основе развития базовых технологий.

Наукоемкие технологии – это технологии основанные на новых физико-химических принципах. Производство, использование и торговля наукоемких технологий должна учитываться по отраслям промышленности, по промышленным предприятиям, их размерам и формам собственности.

### **14.3. Информационное обеспечение маркетинговой деятельности предприятия**

Маркетинг – комплекс мероприятий по исследованию всех вопросов, связанных с процессом реализации продукции предприятия; исследование мотивов поведения потребителя на рынке; исследования продукта; анализ форм и каналов реализации; исследование рекламной деятельности; изучение «ниши» рынка – области производственной или коммерческой деятельности, в которой предприятие имеет наилучшие возможности по реализации своих преимуществ для увеличения товарооборота и дальнейшего закрепления на рынке.

Особенностью обеспечения маркетинговой информацией предприятий является доведение до ведущих специалистов предприятий в адаптированном виде таких внешних маркетинговых данных, как общее состояние экономики, науки и техники в регионе, законодательства, информация о конкурентах и т.д. Переход к рыночной экономике и структурные преобразования требуют изме-

нений и в информационной структуре предприятий, т.е. сведения о ценах, ресурсах, рынках сбыта и т.д.

Одним из важных направлений маркетинга является продвижение на рынок новых наукоемких технологий, к которым относятся продажа лицензий на изобретения и ноу-хау и т.д. Маркетинговая деятельность должна быть систематической работой по изучению спроса и требований рынка и реализации результатов этих исследований в производственной программе предприятия.

#### **14.4. Микроуровневая маркетинговая информационная система**

Эта система состоит из четырех частей:

- внутренняя система учета и отчетности – информация о внутрифирменных информационных потоках;
- внешняя система маркетинговой информации, позволяющая систематически наблюдать за состоянием рынка;
- маркетинговые наблюдения и анализ, т.е. изучение конкретных проблем маркетинга;
- система поддержки маркетинговых решений. Система опирается на экономико-математические методы и модели, и другие способы экономического анализа.

Внутренняя система информации характеризует величину произведенных и реализованных работ услуг, что является ключевым показателем работы предприятия.

Сведения о производстве и продаже товаров содержатся в регистрах текущего учета и периодической бухгалтерской отчетности. Бухгалтерская отчетность состоит из бухгалтерского баланса, отчета о финансовых результатах, отчета о движении денежных средств и пояснений к ним. Внутренняя система информации дает возможность высшую и низшую границы продажных цен, установить зону коммерческого риска, критическую точку финансовой устойчивости. В связи с этим все большее значение приобретает оперативная информация.

#### **Контрольные вопросы**

1. Назовите основные направления информационного обеспечения?
2. Нарисуйте схему информационного обеспечения деятельности предприятия?
3. Что понимается под информационными наукоемкими технологиями?
4. Расскажите об информационном обеспечении маркетинговой деятельности?

5. Из каких частей состоит микроуровневая маркетинговая информационная система?

## ГЛАВА 15. ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ СИСТЕМ

### 15.1. Понятие организационных структур систем

Упорядоченное множество отношений между частями, необходимое для реализации функции, образует структуру системы.

При проведении анализа системы используются два определяющих понятия структуры: формальная и материальная структуры.

Под формальной структурой понимается совокупность функциональных элементов и их отношений, необходимых и достаточных для достижения системой поставленных целей.

Материальная структура является носителем конкретных типов и параметров элементов системы и их взаимосвязей.

Фиксированной цели соответствует одна и только одна формальная структура; одной формальной структуре может соответствовать множество материальных структур.

При описании организационно-экономических, производственных и технических объектов используются следующие типовые структуры систем: линейная, кольцевая, сотовая, многосвязная, иерархическая, звездная, графовая.

Линейная структура характеризуется тем, что каждая вершина связана с двумя соседними. При выходе из строя хотя бы одного элемента (связи) структура разрушается.

Кольцевая структура отличается замкнутостью, любые два элемента обладают двумя направлениями связи. Это повышает скорость общения, делает структуру более живучей.

Сотовая характеризуется наличием резервных связей, что повышает надежность(живучесть) функционирования структуры, но приводит к повышению ее стоимости.

Многосвязная структура имеет структуру полного графа. Надежность функционирования максимальная, эффективность функционирования высокая за счет наличия кратчайших путей, стоимость максимальная.

Иерархическая структура получила наиболее широкое распространение при проектировании систем управления. В ней все элементы кроме верхнего и нижнего уровня иерархии обладают как командными, так и подчиненными функциями управления.

Звездная структура имеет центральный узел, который играет роль центра, все остальные элементы системы являются подчиненными.

Графовая структура инвариантна по отношению к иерархической и используется обычно при описании производственно-технологических систем.

## **15.2. Основные характеристики организационной структуры**

Одним из основных понятий теории управления является организационная структура системы управления, которая определяется как совокупность подсистем, объединенных иерархическим взаимосвязями, обеспечивающими распределение функций управления между ЛПР и подчиненными управленцами для достижения цели системы.

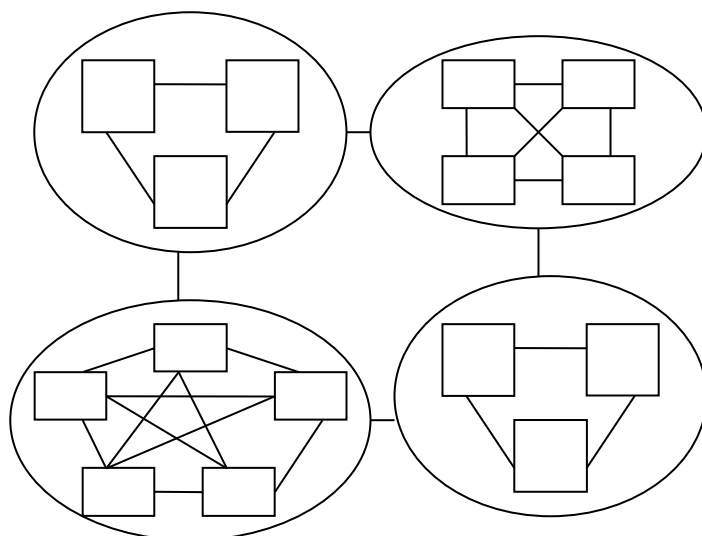
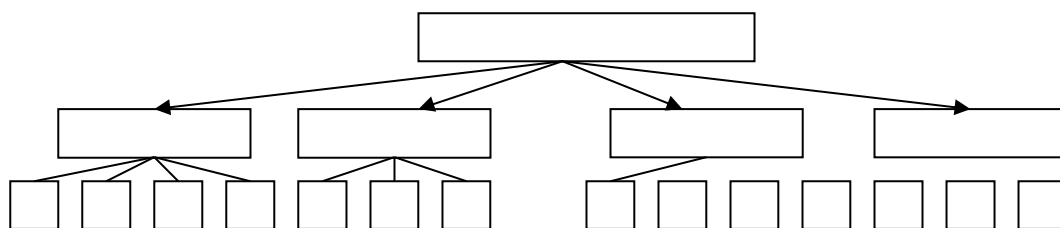
Организационная структура объединяет человеческие и материальные ресурсы, задействованные в управлении, упорядочивает связь между ними, должна соответствовать целям, решаемым задачам, составу и условиям функционирования объекта управления. Организационную структуру определяют следующие характеристики:

- количество звеньев управления; звено – отдел.
- количество уровней иерархии; уровень иерархии - группа звеньев.
- степень централизации (децентрализации) управления;
- делегирование полномочий; - передача части функций и прав принятия решений нижестоящим системам управления.
- норма управляемости- число непосредственных подчиненных, которыми непосредственно может эффективно управлять один руководитель.

Организационные структуры делятся на механистические и органические. Механистические функционируют подобно механизму, органические подобно живой материи.

Механистическая структура характеризуется высокой степенью разделения функций, жесткими иерархическими связями, регламентированными обязанностями, высокой степенью формализации обмениваемой информации, централизованным принятием решений, отсутствием делегирования полномочий. Подобные структуры приняты в силовых ведомствах различных стран, крупных промышленных корпорациях.

Органическая структура является гибкой, адаптивной формой управления, характеризуется низкой степенью разделения функций, небольшим числом управленческих уровней, децентрализованным принятием решений.



Иерархические системы управления обладают следующими особенностями:

1. возможность распределения функций управления по различным уровням управления
2. автономность органов управления промежуточных и низшего уровней;
3. неполнота информации в подсистеме высокого уровня о целях и ограничениях нижестоящих подсистем.

### 15. 3. Виды организационных структур

Базовыми видами организационных структур считаются:

- функциональная
- дивизиональная
- линейная
- линейно-штабная
- проектная (программно-целевая)
- матричная

**Функциональная структура** является старейшей и наиболее часто используемой. Ее еще называют традиционной, или классической. Этот способ структурирования системы управления основан на создании звеньев, соответ-



ствующих одноименным функциям управления (планирование, контроль, учет, анализ и др.).

Преимущества функциональной структуры управления:

- улучшение координации по уровням иерархии;
- исключение дублирования функций.

Недостатки функциональной структуры:

- угроза отхода от общей цели, что может привести к конфликтам между отделами;
- увеличение длительности цикла управления;
- отсутствие ответственности за результаты функционирования в целом.

**Дивизиональная структура.** Слово «дивизиональный» происходит от английского division, что означает «разделение, часть, отдел». Деление системы управления в этом виде структуры может происходить по трем признакам:

- по продукту;
- по группам пользователей;
- по географическим регионам.

В образуемые отделы делегируется большинство полномочий из центра, и они действуют как почти самостоятельные организации.

**Линейная структура.** Рассмотренные выше функциональная и дивизиональная структуры основаны на делении по горизонтальным связям. Понятие линейной структуры носит такое название потому, что все ее элементы находятся на прямой вертикальной, линии подчинения, от верхнего до нижнего уровня. Каждый уровень управления подчиняется вышестоящему.

Линейная структура, в свою очередь, имеет две разновидности или формы: плоскую (от английского flat - плоский) и многоуровневую (в английском языке она называется высокой от слова tall).

Линейная плоская структура имеет мало (2-3) уровней и рассчитана на большое число работников, подчиняющихся одному руководителю. Она проста по форме. В графических документах организационного управления такая структура часто представляется в виде, показанном на рисунке.

Линейная многоуровневая структура имеет низкую норму управляемости, т.е. небольшое число сотрудников подчиняется одному руководителю. Экстремальной моделью такой структуры является двоичное (бинарное) дерево (рис.15.1).

Преимущество плоской структуры - ее простота. Однако при многоуровневой структуре эффективность труда выше.

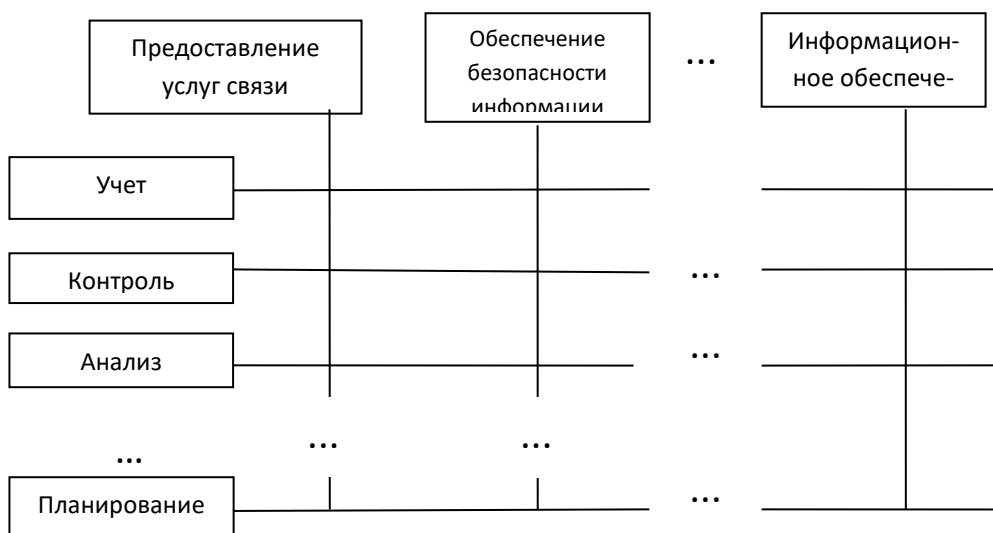
**Линейно-штабная структура.** Это сочетание линейной и функциональной структур. При этом в линейной структуре у ЛПР создается одна или несколько групп подчиненных управленцев одного уровня иерархии, отвечающих за от-

дельные функции управления. Это могут быть эксперты - советники, референты; юридические службы, службы охраны труда, контрольные органы

Необходимость в штабах возникает из-за увеличивающихся и функциональных сложностей организации. Таким образом, линейное руководство дополняется штабным. Линейные руководители несут ответственность за достижение первичных, главных целей; штабные отвечают за решение задач, подчиненных главным целям.

**Проектная (программно-целевая) структура.** Это временная структура, создаваемая для решения конкретной задачи. Она образуется внутри функционального подразделения. Ее члены - это высококвалифицированные специалисты различных областей, собранные вместе для осуществления сложного проекта. Когда проект завершен, группа распускается. Особенностью такой структуры является то, что сотрудники подчиняются одновременно двум руководителям - руководителю проекта и руководителю отдела, в рамках которого эта группа работает. Современные проектные структуры, как правило, почти не формализованы, не имеют строгой иерархии подчиненности, отличаются хорошей адаптивностью к воздействиям извне.

**Матричная структура.** Развитием проектных структур является матричная структура. Она представляет собой комбинацию двух видов деления: по функциям и по продукту (рис.15.2.). В матричной структуре имеется двойное подчинение: руководителю отдела (функциональная линия) и руководителю проекта. Руководитель проекта определяет, что и когда должно быть сделано, а руководители подразделений - каким образом должна быть выполнена эта работа. Матричная структура имеет ряд очевидных преимуществ. Она дает возможность быстро адаптироваться к изменяющимся внутренним и внешним условиям; способствует координации функций, прямому доступу к информации. Недостатками матричной структуры являются сложность и возможные конфликты целей.



**Рис. 15.2.** Матричная организационная структура

### Контрольные вопросы

1. Расскажите об организационных структурах СОТС?
2. Какие характеристики определяют организационную структуру СОТС?
3. Какие различают виды организационных структур?
4. Какая из названных видов организационных структур старейшая?
5. Изобразите графически матричную структуру?

## ГЛАВА 16. ОРГАНИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ ЭКСПЕРТИЗ

### 16.1. Структура проведения экспертиз

1. Формулирование цели экспертизы и определение ее объектов.
2. Формирование аналитической группы сопровождения.
3. Подготовка предложений о составе экспертной комиссии с учетом данных о профессиональных знаниях экспертов в области объекта экспертизы, опыта их участия в работе экспертных комиссий, их рейтинга.
4. Утверждение экспертным советом состава экспертной комиссии.
5. Подготовка необходимой информации об объектах экспертизы по специально разработанным формам и анкетам, её анализ и систематизация.
6. Предварительное ознакомление экспертов с материалами об объектах экспертизы, а также обсуждение работ, представленных на экспертизу.
7. Определение оценочной системы.
8. Оценка экспертной комиссией работ, прошедших предварительный этап экспертизы, в соответствии с принятой процедурой и выбранной оценочной системой.

9. Определение результирующего ранжирования объектов экспертизы и установление их приоритетности.

10. Анализ результатов экспертизы, оценка согласованности экспертных суждений.

11. Обсуждение результатов экспертизы и принятие решения. Если результаты экспертизы признаются экспертным советом недостаточно убедительными, проводится повторная экспертиза.

## 16.2. Методы организации экспертиз

К методам организации экспертиз относятся:

**Анкетирование** - один из основных методов организации экспертиз. Основные типы анкет: Фактографические анкеты - это анкеты, в которых запрашивается объективная информация об объекте экспертизы. Такого типа анкеты используются, например, когда предполагается систематизация данных, разработка банков и баз данных. Они могут быть использованы также для получения статистических данных об объектах экспертизы.

- Тематические анкеты - это анкеты, в которых определяется мнение экспертов в конкретной области по определенному кругу проблем.
- Целевые анкеты - это анкеты, предназначенные для анализа управленческих технологий или их элементов.
- Анкеты решений - это анкеты, в которых представляются варианты решений тех или иных управленческих проблем.

Тематические, целевые и анкеты решений могут принадлежать к классу оценочных, если в них присутствуют специальные графы, в которых должна \* даваться оценка объекта управления по тому или иному критерию по оговоренной в анкете шкале.

Наиболее распространены оценочные анкеты, по которым производится сравнительная оценка важности оцениваемого альтернативного варианта решения. Оценочные анкеты могут быть и неявного типа, т.е. в них может требоваться указание не точной количественной оценки, а качественной оценки, по которой при обработке анкеты может быть восстановлена необходимая количественная оценка. Иногда вместо указания точной количественной оценки в анкете может требоваться лишь указание диапазона значений, в которых находится оценка.

Анкеты бывают открытого и закрытого типа. В анкете закрытого типа на каждый вопрос даны варианты ответа, а в анкете открытого типа ответы могут быть выражены в произвольной форме.

**Метод комиссий** состоит в открытой дискуссии по обсуждаемой проблеме для выработки единого мнения экспертов. Коллективное мнение определяется в результате открытого или тайного голосования. В некоторых случаях к голосованию не прибегают, выявляя результирующее мнение в процессе дискуссии.

Преимущества метода комиссий: возможен рост информированности экспертов, поскольку при обсуждении эксперты приводят обоснования оценок, и обратная связь - под воздействием полученной информации эксперт может изменить первоначальную точку зрения.

Недостатки метода комиссий: Отсутствие анонимности. Это приводит к присоединению мнения эксперта к мнению более компетентных и авторитетных экспертов даже при наличии противоположной собственной точки зрения. Дискуссия часто сводится к полемике наиболее авторитетных экспертов.

**Метод суда** используются аналогии с судебным процессом. Часть экспертов объявляется сторонниками рассматриваемой инициативы и выступает в качестве защиты, приводя доводы в пользу рассматриваемой инициативы и выступает в качестве защиты, приводя доводы в пользу защиты этой инициативы. Часть экспертов объявляется ее противниками и пытается выявить отрицательные стороны. Часть экспертов регулирует ход экспертизы и выносит окончательное решение. В процессе экспертизы по методу суда функции экспертов могут меняться. Метод суда обладает теми же преимуществами и недостатками, что и метод комиссий.

**Метод мозговой атаки**, разработан в 50-60-х годах. Один из наиболее применяемых методов проведения экспертиз. Основная задача - выявление новых идей. Для этой цели организаторы экспертизы должны создать атмосферу, наиболее благоприятствующую генерированию идей, атмосферу благожелательности, поддержки, освобождающую эксперта от излишней скованности. Обсуждаемая проблема должна быть четко сформулирована. Любая идея должна быть обсуждена и не должна быть признанно ложной.

**Метод Делфи**, разработан О. Хелмером и Н. Делфи. В методе Делфи предусматривается создание условий, обеспечивающих наиболее продуктивную работу экспертной комиссии. Это достигается анонимностью процедуры, с одной стороны, и возможностью пополнить информацию о предмете экспертизы, с другой стороны. Ещё одно важное свойство - обратная связь, позволяющая экспертам корректировать свои суждения с учетом промежуточных усредненных оценок и пояснений экспертов, высказывавших крайние точки зрения. Экспертизы по методу Делфи проводятся чаще всего в 4 тура.

В первом туре экспертам сообщают цель экспертизы и формулируются вопросы, ответы на которые составляют основное содержание экспертизы. Вопросы для эксперта предъявляются в виде анкеты, иногда с пояснительной за-

пиской. Информация, полученная от эксперта, поступает в распоряжение аналитической группы.

Во втором туре экспертам предъявляются усредненная оценка экспертной комиссии и обоснования экспертов, высказавших крайние оценки. Указания представляются анонимно. После получения дополнительной информации эксперты, как правило, корректируют свои оценки. Скорректированная информация вновь поступает в аналитическую группу.

Третий и четвертый туры не отличаются от второго. Характерная особенность метода Делфи - уменьшающийся от тура к туру разброс оценок, их возрастающая согласованность. Основные особенности метода Делфи: анонимность суждений, обоснование точек зрения экспертов, давших крайние оценки, обратная связь, реализуемая с помощью много туровой процедуры.

**Метод решающих матриц** - один из первых методов, используемых при организации и проведении сложных экспертиз, предложен в 1966 г. Г. С. Поспеловым.

Для решения проблемы предлагается выделить основные направления исследований и указать их относительные веса  $a_{\alpha}, \dots, a_{na}$

Относительные веса должны быть пронормированы:

$$a_{\alpha} + \dots + a_{na} = 100$$

В методе решающих матриц эксперт должен указать относительный вклад каждой альтернативы более высокого уровня, непосредственно предшествующего уровню данной альтернативы.

**Метод сценариев.** Сценарии позволяют с тем или иным уровнем достоверности определить возможные тенденции развития, взаимосвязи между действующими факторами, получать возможные состояния, к которым может прийти ситуация под влиянием тех или иных воздействий.

Метод сценариев предполагает создание технологий разработки сценариев, обеспечивающих более высокую вероятность выработки эффективного решения в тех ситуациях, когда это возможно, и более высокую вероятность сведения ожидаемых потерь к минимуму в тех ситуациях, когда потери неизбежны. В настоящее время известны такие варианты метода сценариев, как метод получения согласованного мнения, повторяющегося объединения независимых сценариев.

### **Метод экспертных оценок**

Сущность метода экспертных оценок заключается в проведении экспертами интуитивно-логического анализа проблемы с количественной оценкой суждений и формальной обработкой результатов. Получаемое в результате обработки обобщенное мнение экспертов принимается как решение проблемы. Комплексное использование интуиции (неосознанного мышления), логиче-

ского мышления и количественных оценок с их формальной обработкой позволяет получить эффективное решение проблемы. При выполнении своей роли в процессе управления эксперты производят две основные функции: формируют объекты (альтернативные ситуации, цели, решения и т. п.) и производят измерение их характеристик (вероятности свершения событий, коэффициенты значимости целей, предпочтения решений и т. п.).

Формирование объектов осуществляется экспертами на основе логического мышления и интуиции. При этом большую роль играют знания и опыт эксперта.

Особенностями метода экспертных оценок как являются, во-первых, научно обоснованная организация проведения всех этапов экспертизы обеспечивающая наибольшую эффективность работы на каждом из этапов, во-вторых, применение количественных методов, как при организации экспертизы, так и при оценке суждений экспертов и формальной групповой обработке результатов. Эти две особенности отличают метод экспертных оценок от обычной давно известной экспертизы, широко применяемой в различных сферах человеческой деятельности.

При оценивании качества экспертиз необходимо обратить внимание на:

### **16.3. Неточность экспертных оценок**

Определение точности экспертных оценок возможно, когда эти оценки носят тестовый характер. Но даже в этом случае важно выбрать правильный критерий оценивания, так как результаты зависят от используемого критерия оценки точности экспертизы. Основные причины, приводящие к неточности экспертных оценок:

- недостаточную компетентность экспертов;
- недостаточную подготовленность экспертизы;
- несовершенство используемых экспертных технологий;
- использование неподходящих методик сравнительного оценивания альтернативных вариантов:
- несовершенство используемых методов обработки экспертной информации.

#### **2. Противоречивость экспертных оценок**

Эксперты не всегда последовательны в своих оценочных суждениях. Иногда противоречивость суждений можно устранить в результате повторного, более точного, оценивания экспертом альтернативных вариантов.

#### **3. Несогласованность при коллективной экспертизе**

Трудно однозначно решить, хорошо или плохо то, что экспертные оценки согласованы или, наоборот, несогласованны. Согласованность может быть результатом формального проведения экспертизы. Несогласованность суждений может отражать различное понимание экспертами целей экспертизы, противоположность интересов экспертов и т.д.

### **Контрольные вопросы**

1. Назовите об основных этапах проведения сложных экспертиз?
2. Какие различают методы организации экспертиз?
3. В чем заключается сущность методы экспертных оценок?
4. Кем разработан метод Дельфи?
5. Перечислите основные причины, приводящие к неточности экспертных оценок?

## **ГЛАВА 17. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НА ОСНОВЕ ОРДИНАЛЬНОЙ ШКАЛЫ**

### **17.1. Введение в понятие финансовой устойчивости**

Одной из характеристик стабильного положения предприятия служит его финансовая устойчивость.

Устойчивое финансовое положение предприятия – это результат умелого управления всей совокупностью производственных и хозяйственных факторов, определяющих результаты деятельности предприятия. Финансовая устойчивость обусловлена как стабильностью экономической среды, в рамках которой осуществляется деятельность предприятия, так и от результатов его функционирования, его активного и эффективного реагирования на изменения внутренних и внешних факторов.

Основной задачей анализа финансовой устойчивости предприятия является оценка степени независимости от заемных источников финансирования. В процессе анализа необходимо дать ответы на вопросы: насколько компания независима с финансовой точки зрения, растет или снижается уровень этой независимости и отвечает ли состояние его активов и пассивов задачам ее финансово-хозяйственной деятельности.

В классической теории анализа финансовой отчетности под финансовой устойчивостью понимают такое соотношение активов и обязательств организации, которое гарантирует определенный уровень риска несостоятельности организации. Таким образом, в качестве показателей финансовой устойчивости



могут быть использованы коэффициенты, характеризующие структуру актива и пассива баланса, а также соотношения между отдельными статьями актива и пассива.

## 17.2. Основные показатели финансовой устойчивости предприятия

Факторный анализ финансовой устойчивости предусматривает построение такой цепочки показателей, на основе которых можно сделать вывод о финансовом состоянии организации. Для этого собственный капитал компании раскладывается на отдельные элементы, каждый из которых может оказывать определенное влияние на результирующий показатель, в этом случае модель факторного анализа устойчивости будет иметь вид:

$$СК/И = (СК/И_{дф}) * (И_{дф}/ЗК) * (ЗК/И) = *СК/И_{ндф}) * (И_{ндф}/И)$$

где СК - величина собственного капитала; И - сумма активов компании (валюта баланса);

ЗК - сумма привлеченного капитала;

И<sub>дф</sub> - имущество в денежной форме (денежные средства + краткосрочные финансовые вложения);

И<sub>ндф</sub> - имущество в неденежной форме (внеоборотные активы + запасы + НДС + дебиторская задолженность + прочие оборотные активы).

Следует отметить, что эта цепочка показателей может использоваться для анализа статистики и динамики. Подставляя в данную формулу данные только на начало или только на конец отчетного периода, а также их приростные значения, можно будет получать характеристику *собственной составляющей имущества* на тот или иной период времени. Под собственной составляющей имущества (СК/КАП) понимается доля имущества, обеспеченная собственным капиталом.

Важность собственной составляющей имущества объясняется тем, что данное соотношение объективно характеризует достигнутый экономический потенциал для дальнейшего развития, что при прочих равных условиях дает оценку и индикатору абсолютной платежеспособности предприятия, и финансовому рычагу, как в структуре капитала, так и в структуре активов.

Подводя итог можно сказать что, финансовая устойчивость является отражением стабильного превышения доходов компании над ее расходами. Финансовая устойчивость обеспечивает свободное маневрирование денежными средствами и способствует непрерывному процессу производства и реализации продуктов или услуг компанией.

### 17.3. Абсолютные показатели финансовой устойчивости

Абсолютные показатели финансовой устойчивости характеризуют уровень обеспеченности оборотных активов источниками их формирования. При этом для определения уровня финансовой устойчивости предприятия используют совокупность относительных показателей. В свою очередь, *факторный анализ финансовой устойчивости* предполагает построение цепочки показателей, на основании которой можно судить о достигнутом экономическом потенциале для дальнейшего развития организации.

Анализ финансовой устойчивости проводится с целью выявления платежеспособности организации для обеспечения процесса непрерывного производства и продажи продукции, т.е. способности расплачиваться за свои долги.

При анализе можно воспользоваться абсолютными и относительными показателями. К абсолютным показателям относятся показатели обеспеченности запасов или оборотных активов собственными, заемными и привлеченными источниками формирования.

В соответствии с обеспеченностью запасов собственными и заемными источниками формирования различают следующие типы финансовой устойчивости:

Тип финансового состояния	Формула	Примечание
Абсолютно устойчивое финансовое состояние	$ВА + З < СК$	Характеризуется полным обеспечением запасов собственными оборотными средствами.
Нормально устойчивое финансовое состояние	$СК - ВА + З < СК + ДО$	Характеризуется обеспечением запасов собственными оборотными средствами и долгосрочными заемными источниками.
Неустойчивое финансовое состояние	$СК + ДО - ВА + З = СК + ДО + КЗК$	Характеризуется обеспечением запасов за счет собственных оборотных средств, долгосрочных заемных источников и краткосрочных кредитов и займов, т.е. за счет всех основных источников формирования запасов.
Кризисное финансовое состояние	$ВА + З > СК + ДО + КЗК$	Запасы не обеспечиваются источниками их формирования; органи-

		зация находится на грани банкротства.
где, ВА – внеоборотные активы; З – запасы + НДС по приобретенным ценностям; СК – капитал и резервы (собственный капитал); ДО – долгосрочные обязательства; КЗК – краткосрочные займы и кредиты.		

Абсолютными показателями финансовой устойчивости являются показатели, характеризующие уровень обеспеченности оборотных активов источниками их формирования. Для характеристики источников формирования запасов определяют три основных показателя:

1. Наличие собственных оборотных средств (СОС). Определить эту величину можно как разность между реальным собственным капиталом и величинами внеоборотных активов (итог раздел 1 баланса) и долгосрочной дебиторской задолженности по формуле:

$$\text{СОС} = \text{СК} - \text{ВА} + \text{ДО}$$

2. Наличие собственных и долгосрочных заемных источников формирования запасов и затрат (СДИ). Рассчитывается как сумма собственных оборотных средств, долгосрочных кредитов и займов (раздел 4 баланса), целевого финансирования и поступлений и определяется по формуле:

$$\text{СДИ} = \text{СОС} + \text{ДО} + \text{ЦФП}$$

где СОС - собственные оборотные средства; ЦФП - целевое финансирование и поступления.

3. Показатель общей величины основных источников формирования запасов и затрат (ОВИ). Рассчитывается как сумма собственных и долгосрочных заемных источников финансирования запасов и краткосрочных заемных средств и определяется по формуле:

$$\text{ОВИ} = \text{СДИ} + \text{КЗК}$$

где СДИ - собственные и долгосрочные заемные источники финансирования запасов.

#### **17.4. Относительные показатели финансовой устойчивости**

Нижеприведенные показатели, которые характеризуют независимость по каждому элементу активов и по имуществу в целом, дают возможность измерить, достаточно ли устойчива компания в финансовом отношении.

Наиболее простые коэффициенты характеризуют соотношения между активами и обязательствами в целом, без учета их структуры. Важнейшим показателем данной группы является *коэффициент автономии* (или *финансовой независимости*, или *концентрации собственного капитала в активах*).

Коэффициент автономии. (Equity Ratio) Характеризует независимость предприятия от заемных средств и показывает долю собственных средств в общей стоимости всех средств предприятия. Чем выше значение данного коэффициента, тем финансово устойчивее, стабильнее и более независимо от внешних кредиторов предприятие:

Коэффициент автономии (независимости) = Собственный капитал / Активы

$$Ka = (\text{стр. 490} + \text{стр. 640} + \text{стр.650}) / \text{стр. 700} \text{ форма №1 или}$$

$$Ka = \text{стр. 490} / \text{стр. 700}$$

$$Ka = \text{стр. 1300} / \text{стр. 1600} \text{ форма №1}$$

Нормативным общепринятым значением показателя считается значение коэффициента автономии больше 0,5 но не более 0,7. Но необходимо учитывать то что, коэффициент независимости значительно зависит от отраслевой специфики (соотношения внеоборотных и оборотных активов). Чем выше у предприятия доля внеоборотных активов (производство требует значительного количества основных средств), тем больше долгосрочных источников необходимо для их финансирования, а это означает что, больше должна быть доля собственного капитала (выше коэффициент автономии).

Достаточно высоким уровнем коэффициента независимости в США и европейских странах считается 0,5-0,6. При этом сумма обязательств не превышает величины собственных средств, что обеспечивает кредиторам приемлемый уровень риска. В странах Азии (Япония, Южная Корея) достаточным считается значение 0,3. При отсутствии обоснованных нормативов данный показатель оценивается в динамике. Уменьшение значения свидетельствует о повышении риска и снижении финансовой устойчивости. Причем, с увеличением доли обязательств не только повышается риск их непогашения, кроме того, возрастают процентные расходы, и усиливается зависимость компании от возможных изменений процентных ставок.

Коэффициент соотношения заемных и собственных средств. (Gearing Ratio) Этот коэффициент дает наиболее общую оценку финансовой устойчивости. Показывает, сколько единиц привлеченных средств приходится на каждую единицу собственных:

Коэффициент соотношения заемного и собственного капитала = Заемный капитал / Собственный капитал

$$\text{Gearing Ratio} = \text{Total Debt} / \text{Total Equity}$$

$$Kзс = (\text{стр. 590} + \text{стр. 690} - \text{стр. 640} - \text{стр. 650}) / (\text{стр. 490} + \text{стр. 640} + \text{стр. 650}) \text{ форма №1 или}$$

$$Kзс = (\text{стр.590} + \text{стр.690}) / \text{стр.490}$$

$$Kзс = (\text{стр. 1500} + \text{стр. 1400}) / \text{стр. 1300} \text{ форма №1}$$

Анализируют изменение значения показателя в динамике. Рост показателя в динамике свидетельствует об усилении зависимости предприятия от внешних инвесторов и кредиторов. Рекомендуемое значение  $K_{зс} < 0,7$ . Превышение данного значения сигнализирует о том, что финансовая устойчивость предприятия вызывает сомнение.

Чем выше значение показателя, тем выше степень риска инвесторов, поскольку в случае невыполнения обязательств по платежам возрастает возможность банкротства.

Коэффициент маневренности собственного капитала. (Current assets to equity ratio) Показывает, какая часть собственного оборотного капитала находится в обороте. Коэффициент должен быть достаточно высоким, чтобы обеспечить гибкость в использовании собственных средств:

Коэффициент маневренности собственного капитала = Собственные оборотные средства / Собственный капитал

$$K_m = (\text{стр. 490} - \text{стр. 190}) / \text{стр. 490} \text{ форма } \text{№1}$$

$$K_m = (\text{стр. 1300} - \text{стр. 1100}) / \text{стр. 1300} \text{ форма } \text{№1}$$

Резкий рост данного коэффициента не может свидетельствовать о нормальной деятельности предприятия, т.к. увеличение этого показателя возможно либо при росте собственного оборотного капитала, либо при уменьшении собственных источников финансирования. Рекомендуемое значение коэффициента  $0,2 - 0,5$ .

Коэффициент соотношения мобильных и иммобилизованных активов. Показывает сколько внеоборотных активов приходится на каждый рубль оборотных активов:

Коэффициент соотношения мобильных и иммобилизованных активов = Оборотные активы / Внеоборотные активы

$$K_{м/и} = (\text{стр. 190} + \text{стр. 230}) / (\text{стр. 290} - \text{стр. 244} - \text{стр. 252}) \text{ форма } \text{№1} \text{ или}$$

$$K_{м/и} = \text{стр. 190} / \text{стр. 290}$$

$$K_{м/и} = \text{стр. 1100} / \text{стр. 1200}$$

Для данного показателя нормативных значений не установлено.

Коэффициент обеспеченности оборотного капитала собственными источниками финансирования. Показывает наличие у предприятия собственных средств, необходимых для его финансовой устойчивости:

Коэффициент обеспеченности оборотного капитала собственными источниками финансирования = (Собственный капитал – Внеоборотные активы) / Оборотные активы

$$K_o = (\text{стр. 490} - \text{стр. 190}) / (\text{стр. 290} - \text{стр. 230}) \text{ форма } \text{№1}$$

$$K_o = (\text{стр. 1300} - \text{стр. 1100}) / \text{стр. 1200} \text{ форма } \text{№1}$$

В методической литературе указывается что, предприятие обеспечено собственными источниками финансирования оборотного капитала при значении коэффициента  $\geq 0,1$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Что понимается под финансовой устойчивостью?
2. Назовите основные показатели финансовой устойчивости предприятия?
3. Раскройте содержание абсолютных показателей финансовой устойчивости?
4. Раскройте содержание относительных показателей финансовой устойчивости?
5. Назовите основные типы финансовой устойчивости предприятия?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем.- М.: «Финансы и статистика», 2006. – 366с.
2. Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. Теория массового обслуживания в экономической сфере. – М.: Банки и биржи. Изд.объединение «ЮНИТИ», 1998. – 320с.
3. Фёрстер Э., Ренц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. – М.: «Финансы и статистика», 1983. – 302с.
4. Анфилатов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А. Системный анализ в управлении. Учебное пособие. – М.: «Финансы и статистика», 2002. – 367с.
5. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. – 510с.
6. Лагоша Б.А., Емельянов А.А. Основы системного анализа. – М.: Изд-во МЭСИ, 1998. – 106с.
7. Месаревич М., Такахара Я. Общая теория систем: Математические основы. – М.: Мир, 1978. – 311с.
8. Кукушкин А.А. Теоретические основы автоматизированного управления. Ч.1: Основы анализа и оценки сложных систем. – Орел: Изд-во ВИПС, 1998. – 254с.
9. Акимов А.А., Гамидов Г.С., Колосов В.Г. Системологические основы инноватики. – С.-П.: Политехника, 2002. – 595с.
10. Котлер Ф. Основы маркетинга/Пер.сангл. – М.: Прогресс, 1992.
11. Флейшман Б.С. Основы системологии. – М.: Радио и связь, 1982.
12. Уемов А.И. Системный подход и общая теория систем. – М.: Мысль, 1978. – 272с.
13. Лотов А.В., Бушенков В.А. и др. компьютер и поиск компромисса: Метод достижимых целей. – М.: Наука, 1997. – 239с.
14. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений/Пер.с англ. – М.: Наука, 1977. – 176с.
15. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1977. – 488с.
16. Чечевицына Л.Н., Чуев И.Н. Анализ финансово-хозяйственной деятельности. - М.: «Дашков и К<sup>0</sup>», 2006. – 350с.
17. Макаров С.И., Севастьянова С.А. Экономико-математические методы и модели. Задачник. – М.: Кнорус, 2009. – 201с.
18. Баканов М.И., Шеремет А.Д. Экономический анализ: ситуации, тесты, примеры, задачи, выбор оптимальных решений, финансовое прогнозирование. – М.: «Финансы и статистика», 2001. – 654с.
19. Баканов М.И., Шеремет А.Д. Теория экономического анализа. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 385с.
20. Ковалев В.В. Финансовый анализ. – М.: «Финансы и статистика», 1994. – 203с.

## КРАТКИЙ СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ

**АДЕКВАТНОСТЬ** – соответствие модели целям исследования по уровню сложности и организации, а также соответствие реальной системе относительно выбранного множества.

**АЛЬТЕРНАТИВА** [тэ], -ы, ж. (книжн.). Необходимость выбора одного из двух (или нескольких) возможных решений. Нет альтернативы у кого-н., чему-н. (нет возможности выбирать). || прил. альтернативный, -ая, -ое.

**АПРИОРИ**, нареч. (книжн.). Не опираясь на изучение фактов, до опыта, независимо от опыта; противоп. апостериори.

**ГОМОГЕННЫЙ**, -ая, -ое (спец.). Однородный по своему составу или происхождению; противоп. гетерогенный.

**ДЕРЕВО РЕШЕНИЙ** – графическое изображение последовательности решений и состояний среды с указанием соответствующих вероятностей и выигрышей для любых комбинаций альтернатив и состояний среды.

**ИНТЕГРИРОВАТЬ** [стэ], -рую, -руешь; -анный; сов. и несов., что. 1. Объединить (-нять) в одно целое (спец.). 2. В математике: найти (находить) интеграл данной функции. || сущ. интегрирование, -я, ср. и интеграция, -и, ж. (к 1 знач.). Экономическая интеграция (форма интернационализации хозяйственной жизни). Интеграция языков (объединение диалектов в единый язык).

**ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ** – представление некоторой функции известного или неизвестного вида, ряд значений которой при определенных значениях переменной задан с помощью другой, более простой функции.

**ЛПР – ЛИЦО ПРИНИМАЮЩЕЕ РЕШЕНИЕ** – индивидуум или группа индивидуумов, имеющих право принимать окончательные решения по выбору одного из нескольких управляющих воздействий.

**МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО** – численный метод, применяемый для моделирования случайных величин и функций, вероятностные характеристики которых совпадают решениями аналитических задач.

**КОРТЕЖ** [тэ], -а, м. (книжн.). Торжественное шествие, процессия, выезд. || прил. кортежный, -ая, -ое.

**СЕМАНТИКА** - (от др.-греч. Σημαντικός – обозначающий) – раздел лингвистики (в частности, семиотики), изучающий смысловое значение единиц языка. В качестве инструмента изучения применяют семантический анализ. В конце XIX – начале XX века семантика часто называлась также **семасиологией** (от др.-греч. Σημασία – знак, указание). Учёные, занимающиеся семантикой, до сих пор обычно называются семасиологами. Также «семантикой» может обозначаться сам круг значений некоторого класса языковых единиц.

**СЕМИОТИКА** - наука, исследующая свойства знаков и знаковых систем (естественных и искусственных языков).

**ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ** – продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие .....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА 1. ПОНЯТИЕ «СЛОЖНАЯ СИСТЕМА». ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА, ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ</b>	
1.1. Понятие сложной системы.....	4
1.2. Основные характеристики сложных систем.....	4
1.3. Системные свойства .....	8
1.4. Классификация сложных систем .....	11
Контрольные вопросы .....	12
<b>ГЛАВА 2. СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ ИСКУССТВЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ</b>	
2.1. Сложные организационно-технические системы .....	13
2.2. Свойства сложных организационно-технических систем.....	14
Контрольные вопросы .....	17
<b>ГЛАВА 3. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА</b>	
3.1. Основные положения системного анализа.....	17
3.2. Основные подходы к оптимальному проектированию сложных организационно-технических систем.....	19
3.3. Основные принципы системного анализа .....	20
3.4. Методы системного анализа.....	21
Контрольные вопросы .....	24
<b>ГЛАВА 4. ОСНОВЫ ОЦЕНКИ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ</b>	
4.1. Основные типы шкал измерения. Понятие шкалы.....	25
4.2. Качественные шкалы: номинальная шкала, шкала порядка.....	25
4.3. Количественные шкалы: шкалы порядка, шкалы интервалов, шкалы отношений, шкалы разностей, абсолютные шкалы .....	26
Контрольные вопросы.....	27
<b>ГЛАВА 5. СОДЕРЖАНИЕ ГЛАВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА</b>	
5.1. Понятие цели и квантификация цели.....	28
5.2. Основное свойство цели – измеримость .....	29
5.3. Формирование целевых функций, критериев оптимальности.....	30

5.4. Виды и формы представления структур целей: сетевая структура или сеть, иерархические структуры, страты и эшелоны.....	31
Контрольные вопросы .....	36

## **ГЛАВА 6. ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ**

6.1. Проблема выбора критериев оптимальности при проектировании сложных организационно-технических систем .....	36
6.2. Основной критериальный постулат.....	38
6.3. Критерий «стоимость-эффективность».....	39
Контрольные вопросы.....	41

## **ГЛАВА 7. ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

7.1. Методы оценивания систем.....	41
7.2. Методы качественного оценивания систем.....	42
Контрольные вопросы .....	44

## **ГЛАВА 8. МЕТОДЫ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ СИСТЕМ**

8.1. Методы количественного оценивания систем.....	44
8.2. Оценка СОТС на основе теории полезности.....	45
8.3. Принцип компромиссов Парето.....	47
8.4. Методы свертывания векторного критерия в скалярный .....	49
8.5. Оценка систем в условиях неопределенности.....	52
8.6. Критерии для принятия решений в условиях неопределенности.....	54
8.7. Оценка систем в условиях риска.....	59
Контрольные вопросы и задачи.....	61

## **ГЛАВА 9. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

9.1. Основные понятия моделирования сложных организационно – технических систем .....	65
9.2. Классификация видов моделирования сложных организационно – технических систем .....	66
Контрольные вопросы и задачи.....	68

## **ГЛАВА 10. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАРКОВСКИХ**

## **СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

10.1. Основные понятия марковских процессов.....	69
10.2. Цепи Маркова.....	70
10.3. Непрерывные цепи Маркова.....	72
Контрольные вопросы и задачи.....	84

## **ГЛАВА 11. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

11.1. Компоненты моделей СМО.....	89
11.2. Классификация моделей СМО.....	92
11.3. Одноканальная СМО с пуассоновским входным потоком.....	93
11.4. Одноканальная СМО с ожиданием .....	95
11.5. Одноканальная СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания (т.е. $N \rightarrow \infty$ ) .....	98
Контрольные вопросы и задачи.....	100

## **ГЛАВА 12. КОНСТРУКТИВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

12.1. Содержание экономического анализа.....	102
12.2. Системный подход к экономическому анализу.....	103
12.3. Экономико-математическое моделирование, как средство экономического анализа .....	105
Контрольные вопросы .....	105

## **ГЛАВА 13. АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

13.1. Сетевая модель системы .....	106
13.2. Метод критического пути.....	107
13.3. Модели корреляционно - регрессионного анализа.....	110
Контрольные вопросы .....	111

## **ГЛАВА 14. АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ**

14.1. Основные направления информационного Обеспечения.....	114
14.2. Информационные и наукоемкие технологии.....	115
14.3. Информационное обеспечение маркетинговой	

деятельности предприятия.....	116
14.4. Микроуровневая маркетинговая информационная система.....	117
Контрольные вопросы .....	117

## **ГЛАВА 15. ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ СИСТЕМ**

15.1. Понятие организационных структур систем.....	118
15.2. Основные характеристики организационной структуры.....	119
15. 3. Виды организационных структур.....	120
Контрольные вопросы .....	123

## **ГЛАВА 16. ОРГАНИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ ЭКСПЕРТИЗ**

16.1. Структура проведения экспертиз.....	123
16.2. Методы организации экспертиз.....	124
16. 3. Неточность экспертных оценок.....	127
Контрольные вопросы .....	128

## **ГЛАВА 17. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НА ОСНОВЕ ОРДИНАЛЬНОЙ ШКАЛЫ**

17.1. Введение в понятие финансовой устойчивости.....	128
17.2. Основные показатели финансовой устойчивости предприятия .....	129
17.3. Абсолютные показатели финансовой устойчивости .....	130
17.4. Относительные показатели финансовой устойчивости.....	131
Контрольные вопросы .....	134

<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>135</b>
<b>КРАТКИЙ СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ.....</b>	<b>136</b>

**Абдулгалимов Абдулгалим Минхаджевич  
Ахмедханова Сабина Телхатовна**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

по дисциплине **«ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ»**  
для студентов направления подготовки бакалавров  
09.03.03 – Прикладная экономика