

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 25.03.2026 16:00:30  
Уникальный программный ключ:  
5cf0d6f89e80f49a334f6a4ba58e91f3326b9926



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**Институт кибербезопасности и цифровых технологий**

**Региональный партнёр**

**ФГБОУ ВО**

**«Дагестанский государственный технический университет»**



1. .05

Направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль подготовки): «Прикладной искусственный интеллект»

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная

Махачкала 2023

**ПАСПОРТ  
фонда оценочных средств по дисциплине**

Б1.В.05 Методы решения оптимизационных задач

*(наименование дисциплины)*

1. Модели контролируемых компетенций: компетенции (части компетенций), формируемые в процессе изучения дисциплины и требования к результатам освоения дисциплины

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенций	В результате освоения дисциплины обучающийся <b>должен</b> :
1	2	3	4
ПК-2	Способен использовать системы искусственного интеллекта в решении задач анализа, прогнозирования, планирования, синтеза и принятия решений	ПК-2.1 (ПК-3.1 РЭУ) Выбирает методы решения задач с использованием систем искусственного интеллекта	Знать основные численные методы оптимизации Уметь разрабатывать алгоритмы решения задач оптимизации Владеть методами численной оптимизации в одном из современных математических пакетов

Сведения об иных дисциплинах (в том числе преподаваемых на других кафедрах), участвующих в формировании данных компетенций:

Б1.В.04 -Основы интеллектуальных систем, Б2.О.02(У) Учебная (эксплуатационная) практика, Б2.О.05(П) Производственная (проектно-технологическая) практика, Б3.01(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Постановка задач оптимизации и основные положения. Численные методы поиска безусловного экстремума	ПК-2	1.Лабораторные работы. 2.Собеседования при сдаче лабораторных работ. 3.Домашнее индивидуальное задание. 4.Вопросы к экзамену.
2	Численные методы поиска условного экстремума	ПК-2	1. Лабораторные работы. 2. Собеседования при сдаче лабораторных работ. 3. Домашнее индивидуальное задание. 4. Вопросы к экзамену.

## Вопросы (задания) для экзамена по дисциплине

### Б1.В.05 Методы решения оптимизационных задач

---

#### Раздел 1. Постановка задач оптимизации и основные положения.

1. Задачи оптимизации. Целевая функция. Классификация задач оптимизации. Классификация методов оптимизации. Экстремум функций многих переменных.
2. Необходимые и достаточные условия экстремума.
3. Относительный экстремум.
4. Необходимые и достаточные условия относительного экстремума.
5. Функция Лагранжа.
6. Метод множителей Лагранжа при ограничениях типа равенства..
7. Стационарные точки функции Лагранжа.
8. Метод множителей Лагранжа при смешанных ограничениях.
9. Двойственные функции.
10. Методы прямого поиска безусловной минимизации функций одной переменной. Оптимальный пассивный поиск.
11. Метод дихотомии.
12. Метод золотого сечения.
13. Метод Фибоначчи.
14. Сравнение методов прямого поиска.
15. Методы спуска.
16. Структура и основные понятия.
17. Методы градиентного спуска с дроблением шага и постоянным шагом.
18. Метод наискорейшего спуска.
19. Метод покоординатного спуска.
20. Эффект оврагов и методы борьбы с ним.
21. Методы сопряженных направлений.
22. Метод Флетчера-Ривса.
23. Методы Ньютона и Ньютона-Рафсона.
24. Модификации метода Ньютона.
25. Методы прямого поиска решения задач безусловной многомерной минимизации. Общий алгоритм прямого поиска.
26. Поиск при помощи регулярного симплекса.
27. Поиск при помощи нерегулярного симплекса.
28. Метод Нелдера-Мида
29. Линейное программирование.
30. Классификация задач линейного программирования.
31. Геометрическая интерпретация задач линейного программирования.
32. Свойства задач линейного программирования.
33. Общая идея решения задач линейного программирования.
34. Симплекс-метод.
35. Алгоритм с использованием симплекс-таблиц.
36. Алгоритм с обратной матрицей.

37. Особенности применения симплекс-метода к вырожденным задачам линейного программирования.
38. Двойственные задачи линейного программирования.
39. Геометрическое программирование.

**Задания** для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ:

Решить графическим методом типовую задачу оптимизации

1. Инвестор, располагающий суммой в 300 тыс. ден. ед., может вложить свой капитал в акции автомобильного концерна А и строительного предприятия В. Чтобы уменьшить риск, акций А должно быть приобретено по крайней мере в два раза больше, чем акций В, причем последних можно купить не более чем на 100 тыс. ден. ед.

Дивиденды по акциям А составляют 8% в год, по акциям В – 10%. Какую максимальную прибыль можно получить в первый год?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

2. На имеющихся у фермера 400 гектарах земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требует на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои – 100 ден. ед. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед.. Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей – 60 центнеров. Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои – 6 ден. ед. Однако, согласно этому договору, фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

Фермеру хотелось бы знать, сколько гектар нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

3. Финансовый консультант фирмы «АВС» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25000\$) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси –Е» и «Дикси –В». Цены на акции: «Дикси –Е» - 5\$ за акцию; «Дикси –В» - 3\$ за акцию.

Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук.

По оценкам «АВС» прибыль от инвестиций в эти две акции в следующем году составит: «Дикси –Е» - 1,1\$; «Дикси –В» - 0,9\$.

Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от инвестиций.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

4. Завод-производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей X и Y. Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y – 2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства одной детали типа X составляет 30 ден. ед., а от производства одной детали типа Y – 40 ден. ед.?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

5. Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины)  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ . Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум питательных веществ приведены в таблице

Питательное вещество (витамин)	Необходимый минимум питательных веществ	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
		I	II
$S_1$	9	3	1
$S_2$	8	1	2
$S_3$	12	1	6

Стоимость 1 кг корма I и II соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание питательных веществ каждого вида было бы не менее установленного предела.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум и почему?**

6. При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	1	3	18
2	2	1	16
3	0	1	5
4	3	0	21

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 4 ден. ед., второго вида – 5 ден. ед.

Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

7. Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка – «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоника» – 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоника» соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Прибыль фирмы составляет 0,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоника». Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

8 Фабрика «GRM pie» выпускает два вида каш для завтрака – «Crunchy» и «Chewy». Используемые для производства обоих продуктов ингредиенты в основном одинаковы и, как правило, не являются дефицитными.

Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов фабрики.

Управляющему производством Джою Дисону необходимо разработать план производства на месяц. В табл. указаны общий фонд рабочего времени и число человеко-часов, требуемое для производства 1 т продукта.

Таблица

Цех	Необходимый фонд рабочего времени, чел.-ч./т		Общий фонд рабочего времени, чел.-ч. в месяц
	«Crunchy»	«Chewy»	
А. Производство	10	4	1000
В. Добавка приправ	3	2	360
С. Упаковка	2	5	600

Доход от производства 1 т «Crunchy» составляет 150 ф. ст., а от производства «Chewy» – 75 ф. ст. На настоящий момент нет никаких ограничений на возможные объемы продаж. Имеется возможность продать всю произведенную продукцию.

Требуется сформулировать модель линейного программирования, максимизирующую общий доход фабрики за месяц, и реализовать решение этой модели.

9 На звероферме могут выращиваться черно-бурые лисицы и песцы. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используется три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны ежедневно получать лисицы и песцы, приведено в табл. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

Найти оптимальное соотношение количества кормов и численности поголовья лис и песцов.

Таблица

Вид корма	Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать		Общее количество корма
	А	В	
Вид 1	2	3	180
Вид 2	4	1	240
Вид 3	6	7	426
Прибыль от реализации одной шкурки (руб.)	16	12	

10 Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида приведены в табл. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

Таблица

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия		Общий полезный фонд рабочего времени
	А	В	
Фрезерное	10	8	168
Токарное	5	10	180
Шлифовальное	6	12	144
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	14	18	

Определить план выпуска изделий вида А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

**Описание показателей и критериев оценивания с указанием шкалы оценивания для очной и других форм обучения (с применением балльно-рейтинговой системы).**

Оцениваются следующие показатели: правильность решения задач, понимание вопросов, полнота и логическое изложение ответов. Оценка по дисциплине складывается из текущего рейтинга и зачетного рейтинга.

*Экзаменационный рейтинг* определяется следующим образом: ответы на 1, 2 вопрос – до 10 баллов, выполнение 3 задания – до 10 баллов, дополнительные вопросы в рамках курса до 10 баллов.

*Оценивание ответов на 1, 2 и дополнительные вопросы:*

*9-10 баллов выставляется, если студент демонстрирует полное понимание вопросов, правильность ответов, полное и логически последовательное изложение материала.*

7-8 баллов выставляется, если студент демонстрирует: значительное понимание вопросов, правильность, но недостаточную полноту ответов на заданные теоретические вопросы; допущение неточности ответа;

5-6 баллов выставляется, если студент демонстрирует: понимание вопросов, по существу излагает материал, но не усвоил его деталей, есть погрешности в ответах; допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении материала;

Менее 5 баллов выставляется, если студент демонстрирует: непонимание вопросов; студент не знает значительной части материала, не ответил на дополнительные вопросы или отказался от ответов на вопросы и задания.

*Оценивание 3 задания:*

9-10 баллов выставляется, если студент демонстрирует полное понимание заданий, правильность ответов; полное, точное и логически последовательное изложение материала;

7-8 баллов выставляется, если студент демонстрирует: значительное понимание заданий, правильность, но недостаточную полноту ответов на заданные задания; допущение неточности ответа;

5-6 баллов выставляется, если студент демонстрирует: понимание заданий, основные этапы задания выполнены, но есть погрешности в ответах;

менее 5 баллов выставляется, если студент демонстрирует: непонимание заданий; основные шаги задания не выполнены или выполнены неправильно, не ответил на дополнительные вопросы или отказался от ответов на вопросы и задания.

Минимальный балл экзаменационного рейтинга в соответствии с положением о рейтинге равен 24.

Текущий рейтинг определяется как взвешенная сумма оценок за выполненные задания из фонда оценочных средств  $Q = \sum k_i q_i$ ,  $k_i$  – коэффициент сложности  $i$ -го задания,  $q_i$  – набранный за  $i$ -е задание балл. Минимальный балл текущего рейтинга в соответствии с положением о рейтинге равен 36, максимальный – 60.

В итоге по курсу, суммируя итоги текущего рейтинга и экзаменационного рейтинга:

– оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал 87-100 баллов;

– оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он набрал 73-86 баллов;

– оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал 60-72 балла;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60 баллов.

## Темы лабораторных работ по дисциплине

Б1.В.05 Методы решения оптимизационных задач

---

(наименование дисциплины)

### **Лабораторная работа № 1. Реализация методов одномерной минимизации.**

1. Изучить предложенный в задании метод численной оптимизации.
2. Составить алгоритм и программную реализацию для конкретной задачи.
3. Дать анализ полученных результатов.
4. Подготовить отчет.

### **Лабораторная работа № 2. Реализация методов нулевого порядка**

1. Изучить предложенный в задании метод численной оптимизации.
2. Составить алгоритм и программную реализацию для конкретной задачи.
3. Дать анализ полученных результатов.
4. Подготовить отчет.

### **Лабораторная работа № 3. Численные методы поиска безусловного экстремума. Реализация методов первого порядка**

1. Изучить предложенный в задании метод численной оптимизации.
2. Составить алгоритм и программную реализацию для конкретной задачи.
3. Дать анализ полученных результатов.
4. Подготовить отчет.

### **Лабораторная работа № 4. Численные методы поиска условного экстремума.**

1. Изучить предложенный в задании метод численной оптимизации.
2. Составить алгоритм и программную реализацию для конкретной задачи.
3. Дать анализ полученных результатов.
4. Подготовить отчет.

**Описание показателей и критериев оценивания с указанием шкалы оценивания для очной и других форм обучения (с применением балльно-рейтинговой системы).**

*–1 балл выставляется, если студент правильно выполнил все задания к лабораторной работе, сдал лабораторную работу вовремя.*

*–0 баллов выставляется, если студент сдает лабораторную работу позже установленных сроков.*

## Вопросы для собеседований к лабораторным работам по дисциплине

Б1.В.05 Методы решения оптимизационных задач

(наименование дисциплины)

---

### Собеседование №1

**Лабораторная работа 1. Реализация методов одномерной минимизации: метод равномерного поиска, метод деления интервала пополам, метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Фибоначчи, метод квадратичной интерполяции.**

1. Основные принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума
2. В чем суть итерационных методов оптимизации
3. Перечислите основные методы нулевого порядка
4. Суть метода равномерного поиска.
5. Стратегия поиска в методе деления интервала пополам.
6. Стратегия поиска в методе дихотомии.
7. Суть метода золотого сечения.
8. Суть метода Фибоначчи.
9. Суть метода квадратичной интерполяции.

### Собеседование №2

**Лабораторная работа 2. Реализация методов нулевого порядка: Метод Шуберта–Пиявского. Методы случайного поиска.**

1. Какие методы относят к методам нулевого порядка.
2. Суть Метод Шуберта–Пиявского.
3. В чем заключается недостаток метода Шуберта–Пиявского.
4. Основная идея метод случайного поиска

### Собеседование №3

**Лабораторная работа 3. Численные методы поиска безусловного экстремума. Реализация методов первого порядка.**

1. Какие методы относят к методам первого порядка.
2. В чем отличие методов градиентного спуска с постоянным шагом от метода наискорейшего градиентного спуска.
3. Примените метод градиентного спуска с единичным шаговым множителем к функции  $f(x) = x^4$ , начиная с точки, выбранной по вашему усмотрению. Вычислите две итерации.
4. Расскажите суть вашего метода.
5. Какое количество итераций потребовалось для достижения заданной точности.
6. Какие преимущества метод Нестерова имеет над методом моментов?
7. Почему метод сопряженных градиентов лучше, чем метод наискорейшего спуска.

### Собеседование №4

**Лабораторная работа 4. Численные методы поиска безусловного экстремума. Реализация методов второго порядка.**

1. Какие методы относят к методам второго порядка.
2. Расскажите суть вашего метода.
3. Какое количество итераций потребовалось для достижения заданной точности.
4. Примените метод Ньютона к функции  $f(x) = x^2$  из начальной точки по вашему выбору. Сколько шагов нужно, чтобы метод сошелся.
5. В чем преимущество квазиньютоновских методов над методом Ньютона.

## Собеседование №5

### Лабораторная работа 5. Численные методы поиска условного экстремума.

1. Какие виды ограничений бывают.
2. Какие преобразования можно совершить для снятия ограничений.
3. Расскажите суть вашего метода.

**Описание показателей и критериев оценивания с указанием шкалы оценивания для очной и других форм обучения** (с применением балльно-рейтинговой системы).

При защите лабораторных работ формируется текущий рейтинг обучающихся. Минимальный балл текущего рейтинга в соответствии с положением о рейтинге равен 25, максимальный – 42. При формировании значения текущего рейтинга оцениваются следующие показатели: соответствие требованиям задания, соответствие требованиям оформления отчета, правильность действий во время демонстрации, корректность и обоснованность выводов, самостоятельность выполненной работы.

– 6-9 баллов выставляется, если студент правильно выполнил все задания к лабораторной работе, составил отчет в установленной форме, представил решения всех заданий, продемонстрировал правильность работы всех заданий. Студент полно и точно ответил на вопросы, свободно ориентируется в выполнении задания, может его модифицировать при изменении условия задачи. Отчет выполнен аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.

– 3-5 баллов выставляется, если студент правильно выполнил задание к лабораторной работе, составил отчет в установленной форме, продемонстрировал правильность выполнения всех заданий. Студент может объяснить предложенное решение, ответил на теоретические вопросы, испытывая небольшие затруднения. Качество оформления отчета к лабораторной работе не полностью соответствует требованиям.

– 0-2 балла выставляется, если студент не выполнил большую часть предложенных заданий, нет программного решения большей части поставленных задач, качество оформления отчета не соответствует установленным требованиям, студент не может объяснить предложенное решение, плохо владеет теоретическим материалом.

## Темы индивидуальных заданий по дисциплине

Б1.В.05 Методы решения оптимизационных задач

(наименование дисциплины)

**Лабораторная работа 1. Реализация методов одномерной минимизации: метод равномерного поиска, метод деления интервала пополам, метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Фибоначчи, метод квадратичной интерполяции.**

Изучить предложенный в задании метод численной оптимизации, составить алгоритм и программную реализацию для конкретной задачи. Дать анализ полученных результатов, подготовить отчет.

1. Найти минимум функции  $f(x) = 2x^2 - 12x$ .
2. Найти минимум функции  $f(x) = 2x^2 - x + 7$ .
3. Найти минимум функции  $f(x) = x^2 - 5x + 15$ .
4. Найти минимум функции  $f(x) = x^2 + 4x + 25$ .
5. Найти минимум функции  $f(x) = \frac{127}{4}x^2 - \frac{61}{4}x + 2$ .
6. Найти минимум функции  $f(x) = x^2 - 2x + 8$ .
7. Найти минимум функции  $f(x) = 2x^2 + \frac{16}{x}$ .
8. Найти минимум функции  $f(x) = \frac{127}{5}x^2 - \frac{60}{7}x + 2$ .

Методы решения:

1. Метод равномерного поиска.
2. Метод деления интервала пополам.
3. Метод дихотомии.
4. Метод золотого сечения.
5. Метод Фибоначчи.
6. Метод квадратичной интерполяции.

Вариант	Задание	Метод
1	1 8	1 4
2	2 5	3 6
3	3 6	4 5
4	4 7	5 6
5	5 1	6 3
6	6 2	1 4
7	7 3	3 5
8	1 7	4 1
9	2 6	5 3
10	3 5	6 1

**Лабораторная работа 2. Реализация методов нулевого порядка: Метод Шуберга–Пиявского. Методы случайного поиска.**

Найти минимум функций  $f(x) = 4(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 6)^2$

$$f(x) = x_1^3 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 + 2$$

$$f(x) = 4(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 5)^2 + (x_3 + 2)^2$$

**Лабораторная работа 3. Численные методы поиска безусловного экстремума. Реализация методов первого порядка.**

Методы первого порядка: градиентный спуск, метод сопряженных градиентов, метод моментов, метод Нестерова, Адаптивный субградиентный метод Adagrad, Метод ускоренного спуска RMSProp, Метод Adadelta, Метод адаптивной оценки момента Adam, гиперградиентный спуск, гиперградиентная форма метода Нестерова.

$f(x) = 2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \min$ $x^0 = (0, 5; 1)$
$f(x) = 2x_1^3 - x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 3x_2 - 4 \rightarrow \min$ $x^0 = (0; 0)$ Ответ: точное решение $x^* = (\frac{1}{2}; -\frac{5}{4})$
$f(x) = (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 \rightarrow \min$ $x^0 = (0; 0)$ Ответ: точное решение $x^* = (1; 1)$
$f(x) = [(x_2 + 1)^2 + x_1^2] \cdot [x_1^2 + (x_2 - 1)^2] \rightarrow \min$ $x^0 = (0.5; 0) \quad x^0 = (-0, 1; -0, 5)$ Ответ: точное решение $x^* = (0; 1)$ из точки $x^0 = (0.5; 0)$ $x^* = (0; -1)$ из точки $x^0 = (-0, 1; -0, 5)$
$f(x) = (x_2^2 + x_1^2 - 1)^2 + (x_1 + x_2 - 1) \rightarrow \min$ Ответ: точное решение $x^* = (0; 1)$ из точки $x^0 = (0; 3)$ $x^* = (1; 0)$ из точки $x^0 = (3; 0)$
$f(x) = -x_1^2 \cdot \exp(1 - x_1^2 - 20.25(x_1 - x_2)^2) \rightarrow \min$ Ответ: точное решение $x^* = (1; 1)$
$f(x) = -x_1x_2 \cdot \exp(-(x_1 + x_2)) \rightarrow \min$ Ответ: точное решение $x^* = (1; 1)$

#### Лабораторная работа 4. Численные методы поиска безусловного экстремума.

##### Реализация методов второго порядка.

1. Методом Ньютона найти локальный минимум функции

$$f(x) = 2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \min$$

$$x^0 = (0, 5; 1) \quad \varepsilon_1 = 0.1, \quad \varepsilon_2 = 0.15, \quad M = 10$$

2. Методом Ньютона–Рафсона найдите точку минимума функции

$$f(x) = 2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \min$$

$$x^0 = (0, 5; 1) \quad \varepsilon_1 = 0.1, \quad \varepsilon_2 = 0.15, \quad M = 10$$

3. Методом Ньютона–Рафсона найдите точку минимума функции

$$f(x) = x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2 \rightarrow \min$$

$$\text{Ответ : точное решение } x^* = (0; 0)$$

4. Методом Ньютона–Рафсона найдите точку минимума функции

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_1)^2 \rightarrow \min$$

$$\text{из точки } x^0 = (2; 3), \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,1$$

5. Методом Ньютона–Рафсона найдите точку минимума функции

$$f(x) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \rightarrow \min$$

$$\text{из точки } x^0 = (0; 0), \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,1$$

6. Методом Марквардта

$$f(x) = 2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \min$$

$$x^0 = (0, 5; 1), \quad \varepsilon_1 = 0.1, \quad M = 10$$

7. Методом Марквардта

$$f(x) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \rightarrow \min$$

$$\text{из точки } x^0 = (0; 0), \quad \mu_0 = 120, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,1$$

#### Лабораторная работа 5. Численные методы поиска условного экстремума.

1	Метод штрафов $f(x) = x_1 - 2x_2^2 + 4x_2 \rightarrow \max$ $-3x_1 - 2x_2 = 6$ $A = \left(\frac{23}{9}; \frac{5}{6}\right)$ условный максимум
2	Метод штрафов $f(x) = -4x_1^2 - 8x_1 + x_2 + 3 \rightarrow \max$ $-x_1 - x_2 = 2$ $A = (-1,125; -0,875)$ условный максимум
3	Метод Барьерных функций

	$f(x) = \frac{1}{3}(x_1 + 1)^3 + x_2 \rightarrow \min$ $x_1 - 1 \geq 0, x_2 \geq 0$ <p><math>A = (1; 0)</math> условный минимум</p>
4	<p>4. Методом барьерных функций (внутренних штрафов) решить задачу</p> $f(x) = \frac{4}{x_1} + \frac{9}{x_2} + x_1 + x_2 \rightarrow \min,$ $x_1 + x_2 \leq 6, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>A = (2,3)^T</math> - условный минимум.</p>
5	<p>5. Методом штрафов решить задачу</p> $f(x) = 4x_1^2 + 4x_1 + x_2^2 - 8x_2 + 5 \rightarrow \min,$ $2x_1 - x_2 = 6.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>A = (2,25; -1,5)^T</math> - условный минимум.</p>
6	<p>6. Методом штрафов решить задачу</p> $f(x) = -8x_1^2 + 4x_1 - x_2^2 + 12x_2 - 7 \rightarrow \max,$ $2x_1 + 3x_2 = -6.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>x^* = (-15/38, -33/19)^T</math> - условный максимум.</p>
7	<p>7. Методом штрафов решить задачу</p> $f(x) = (x_1 + 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \text{ext},$ $2x_1 - x_2 \leq 2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>A = (0,4)^T</math> - условный минимум, условного максимума не</p>
8	<p>8. Методом штрафов решить задачу</p> $f(x) = -8x_1^2 + 4x_1 - x_2^2 + 12x_2 - 7 \rightarrow \max,$ $2x_1 + 3x_2 = -6.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>x^* = (-15/38, -33/19)^T</math> - условный максимум.</p>
9	<p>9. Методом штрафов решить задачу</p> $f(x) = (x_1 + 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \min,$ $2x_1 - x_2 \leq 2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>A = (0,4)^T</math> - условный минимум.</p>
10	<p>10. Комбинированным методом штрафных функций решить задачу</p> $f(x) = \ln x_1 - x_2 \rightarrow \min,$ $1 - x_1 \leq 0, \quad x_1^2 + x_2^2 - 4 = 0.$ <p><i>Ответ:</i> в точке <math>A = (1, \sqrt{3})^T</math> - условный минимум.</p>

**Описание показателей и критериев оценивания с указанием шкалы оценивания для очной и других форм обучения (с применением балльно-рейтинговой системы):**

При защите индивидуальных работ формируется текущий рейтинг обучающихся. Минимальный балл текущего рейтинга в соответствии с положением о рейтинге равен 12, максимальный – 18. При формировании значения текущего рейтинга оцениваются следующие показатели: соответствие требованиям задания, соответствие требованиям оформления отчета, правильность действий во время демонстрации, корректность и обоснованность выводов, самостоятельность выполненной работы.

*– 14-18 баллов выставляется, если студент правильно выполнил индивидуальную работу, составил отчет в установленной форме, представил решения всех заданий, продемонстрировал правильность работы всех заданий. Студент полно и точно ответил на вопросы, свободно ориентируется в выполнении задания, может его модифицировать при изменении условия задачи. Отчет выполнен аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.*

*– 8-13 баллов выставляется, если студент правильно выполнил индивидуальную работу, составил отчет в установленной форме, продемонстрировал правильность выполнения всех заданий. Студент может объяснить предложенное решение, ответил на теоретические вопросы, испытывая небольшие затруднения. Качество оформления отчета к индивидуальной работе не полностью соответствует требованиям.*

*– 0-7 баллов выставляется, если студент не выполнил большую часть индивидуального задания, нет программного решения большей части поставленных задач, качество оформления отчета не соответствует установленным требованиям, студент не может объяснить предложенное решение, плохо владеет теоретическим материалом.*

**Оформление сведений о дополнениях и изменениях, внесенных в ФОС дисциплины**  
**Б1.В.05 Методы решения оптимизационных задач**

*(наименование дисциплины)*

**Сведения о дополнениях и изменениях, внесенных в ФОС дисциплины**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные в ФОС дополнения и изменения	Подпись заведующего кафедрой